ACTA PHYSICA AUSTRIACA

UNTER MITWIRKUNG DER

ÖSTERREICHISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

HERAUSGEGEBEN VON

FRITZ REGLER UND HANS THIRRING
WIEN WIEN

SCHRIFTLEITUNG

PAUL URBAN
GRAZ

14. BAND 3.—4. HEFT (SCHLUSSHEFT)

MIT 68 ABBILDUNGEN
(AUSGEGEBEN IM DEZEMBER 1961)

WIEN
SPRINGER-VERLAG
1961

Acta Phys. Austr.

Die **Acta Physica** erscheinen zwanglos nach Maßgabe der einlaufenden Arbeiten in Heften wechselnden Umfanges, die zu Bänden von 400 bis 500 Seiten vereinigt werden. Arbeiten können in den Sprachen der internationalen Kongresse erscheinen.

Manuskripte sind entweder an die Schriftleitung der „Acta Physica Austriaca", Prof. Dr. PAUL URBAN, Graz, Universitätsplatz 5, oder an den Springer-Verlag, Wien I., Mölkerbastei 5, zu richten; **alle geschäftlichen Mitteilungen** an den Springer-Verlag, Wien I., Mölkerbastei 5, Tel. 63 96 14 Serie. Telegrammadresse: Springerbuch Wien.

Grundsätzlich werden nur Arbeiten aufgenommen, die vorher weder im Inland noch im Ausland veröffentlicht worden sind; der Autor verpflichtet sich, diese auch nachträglich nicht anderweitig zu veröffentlichen. Mit der Annahme und Veröffentlichung des Manuskriptes geht das ausschließliche Verlagsrecht für alle Sprachen und Länder auf den Verlag über. Es ist ferner ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages nicht gestattet, photographische Vervielfältigungen, Mikrofilme u. ä. von Heften der Zeitschrift, einzelnen Beiträgen oder von Teilen daraus herzustellen. Die Autoren erhalten 100 Separata ihrer Arbeit kostenlos und können maximal weitere 100 Separata zum angemessenen Preis beziehen. Die Bestellung muß mit dem dem Fahnenabzug beigelegten Bestellzettel bei der Rücksendung der korrigierten Fahnen erfolgen.

Allgemeine Richtlinien für die Abfassung von Beiträgen: Die Arbeit soll klar und verständlich geschrieben sein. Es ist Rücksicht auf jene Leser zu nehmen, die nicht mit demselben Problem vertraut sind. Auch ohne übermäßige und nicht verantwortbare Breite der Darstellung kann häufig ein eingefügter kleiner Satz dem Leser eine Stunde Nachdenken ersparen. Jede Niederschrift soll ein Ringen um das richtige Wort an der richtigen Stelle sein. Die Herausgeber erachten es als ihre Pflicht, Abhandlungen, die nach ihrem Dafürhalten den üblicherweise zu stellenden Anforderungen in dieser Hinsicht nicht voll entsprechen, zur Umarbeitung zurückzusenden.

Umfang: Obere Grenze etwa ein Druckbogen; längere Abhandlungen sind zu unterteilen.

Äußere Form: Maschinenschrift; einseitig beschriebene, fortlaufend bezifferte Blätter, linksseitig mit breitem freiem Rand.

Titelkopf: Titel der Arbeit (soll bereits unmißverständlich kennzeichnend für den behandelten Gegenstand sein). Darunter der Name des Verfassers mit ausgeschriebenem Vornamen. Darunter Angabe des Institutes, aus dem die Arbeit stammt, oder Privatanschrift des Verfassers; darunter „Mit ... Abbildungen".

Zusammenfassungen: Der Abhandlung vorangestellt wird eine zusammenfassende Übersicht in Kleindruck. Sie dient als einführender erster Überblick für den Leser und als Vorlage für die Referenten der Referatenblätter. Die Übersicht soll trotz gedrängter Darstellung alles enthalten, was der Verfasser an

Fortsetzung auf der III. Umschlagseite

14. Band/3.–4. Heft **Inhaltsverzeichnis** Seite

Thirring, H. Der Weg der theoretischen Physik von NEWTON bis SCHRÖDINGER 257

Goetz, A. und **O. Preining.** Bestimmung der Größenverteilung eines Aerosols mittels des GOETZschen Aerosolspektrometers 292

Goetz, A. und **O. Preining.** Beiträge zur Kenntnis des atmosphärischen Aerosols 305

Oberguggenberger, H. Betrachtungen zur Registrierung der kosmischen Strahlung mit einem Zählrohrteleskop 313

Stulla-Götz, J. Die Änderung der Meterdefinition und andere wichtige Beschlüsse der Generalkonferenz für Maß und Gewicht 317

Weinzierl, P. Eine verbesserte Anordnung zur Lebensdauermessung . . . 324

Heisenberg, W. Der derzeitige Stand der nichtlinearen Spinortheorie der Elementarteilchen 328

Dworschak, F. Untersuchungen zur Verfärbung von CaF_2 340

Priebsch, J. Beitrag zur Isotopenanreicherung nach dem Heiß-Kalt-Verfahren 347

Schintlmeister, J. und **F. Stary.** Die Bedeutung der Nanosekundentechnik für die Kernphysik 358

Bayley, R.-Th. und **Luise Holzapfel.** Untersuchung der Röntgenstrahlenaktivierten Quarzlumineszenz 396

Mittelbach, P. und **G. Porod.** Zur Röntgenkleinwinkelstreuung verdünnter kolloider Systeme VI. 405

Aussenegg, F. Eine Methode zur h-Bestimmung mit geringem experimentellem Aufwand 440

Freund, P. G. O. A Composite Model for the Photon 445

Kyrala, A. An Approach to the Unification of Classical, Quantum and Relativistic Formulations of Electromagnetics and Dynamics 448

Buchbesprechungen 460

Der Weg der theoretischen Physik von Newton bis Schrödinger

Von

Hans Thirring, Wien

Zusammenfassung

Zur Würdigung des Werkes von ERWIN SCHRÖDINGER wird in der vorliegenden Arbeit eine knappe Übersicht über die Entwicklung der theoretischen Physik von ihren Anfängen bis zur Begründung der Wellenmechanik gegeben und dabei versucht, die Grenze zwischen „klassischer" und „moderner" Physik neu abzustecken. Obwohl die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie eine Revision unserer Anschauungen über Raum und Zeit erforderte, hat EINSTEINS Werk vom rein physikalischen Standpunkt aus eher die Krönung und Vollendung der klassischen Physik als ihren Umsturz bedeutet. Die eigentliche Revolution der theoretischen Physik setzte mit der Quantentheorie ein, deren erste, großartig schöpferische Phase, die bis 1925 dauerte, noch widerspruchsvoll und anarchisch war, während die mit den Arbeiten von HEISENBERG und SCHRÖDINGER begonnene zweite Phase, die mit der Quantenelektrodynamik ihren vorläufigen Abschluß fand, zu einer konsistenten Theorie der Atomvorgänge außerhalb der Kerne geführt hat. Dieser Erfolg mußte mit einem Verzicht auf eine in klassischem Sinne feldphysikalische Darstellung im vierdimensionalen Raum-Zeit-Kontinuum erkauft werden.

Was der am 4. Januar 1961 verstorbene ERWIN SCHRÖDINGER als Mensch und Forscher seinen Freunden und Kollegen bedeutet hat, versuchte ich in einem Artikel darzustellen, der anläßlich seines sechzigsten Geburtstages in dieser Zeitschrift erschien[1]. Dort ist auch auf die bemerkenswerte Vielseitigkeit dieses wunderbaren Geistes hingewiesen worden und einige seiner Leistungen wurden angeführt, die sich nicht nur auf die verschiedensten Zweige der Physik, sondern auch auf andere Gebiete der Naturwissenschaften, ja sogar bis in die Lyrik hinein erstreckten.

Statt all dies noch einmal zu sagen und durch weitere Details zu ergänzen scheint es mir ein würdigerer Abschiedsgruß an den großen Toten zu sein, aus einer ganz breiten Perspektive zu zeigen, wie SCHRÖDINGERS größtes Werk, die Wellenmechanik, zu einer völligen Neugestaltung der theoretischen Behandlung des atomaren Geschehens geführt hat. Jede Wissenschaft ist ja ein Gebäude, das aus unzähligen

[1] Acta Physica Austriaca. 1, 105—109 (1947)

Beiträgen vieler Forschergenerationen errichtet wurde, und im Durchschnitt trägt jeder nur ein winziges Steinchen zum Bau des Ganzen bei. Aber manchmal kommt einer, der für sich allein ein ganzes Stockwerk aufsetzt oder einen der alten Trakte abreißt und durch einen neuen ersetzt. DARWIN war so einer auf dem Gebiete der Biologie.

Das in sich viel fester geschlossene Gebäude der Physik ist von einer ganzen Anzahl von Meistern im Laufe mehrerer Jahrhunderte zu seiner heutigen Höhe aufgestockt worden. Den Griechen verdankt man einen erheblichen Teil jener Elementargesetze der Mechanik, die heute den Gegenstand des Mittelschulunterrichtes bilden, wie z. B. das Hebelgesetz und das Archimedische Prinzip. Im Mittelalter wurde im Abendland kaum irgendetwas produziert, das die Weiterentwicklung der Physik hätte maßgeblich beeinflussen können. Aber dann kamen im 16. und 17. Jahrhundert GALILEI und NEWTON, die das Fundament jenes Bauwerks der klassischen Mechanik errichteten, das nicht etwa, wie manche Laien vielleicht glauben, durch die späteren Erkenntnisse zum Einsturz gebracht wurde, sondern in seinem ureigensten Bereich der makroskopischen Körper durchaus unerschüttert dasteht.

1. Newton

Die Geburtsstunde der theoretischen Physik schlug in der zweiten Hälfte des 17. Jahrhunderts (etwa um die Zeit, da die Türken vor Wien standen) als NEWTON die von ihm erfundene Wunderwaffe der Infinitesimalrechnung auf physikalische und astronomische Probleme anzuwenden begann. Er konnte zeigen, daß jene drei Gesetze der Planetenbewegung, die JOHANNES KEPLER durch Auswertung jahrelanger Beobachtungen TYCHO BRAHES auf rein empirischem Wege erschlossen hatte, sich zwangsläufig als mathematische Folgen des Gravitationsgesetzes und der lex secunda seiner Principia ergeben.

Zur Beurteilung der Frage, wie weit NEWTON durch die neuere Entwicklung widerlegt wurde, hat man wohl zu unterscheiden zwischen seinen Betrachtungen erkenntniskritischer Natur über den absoluten Charakter von Raum und Zeit einerseits und den praktischen Rechenvorschriften zur Vorausberechnung des physikalischen Geschehens andererseits. Die ersteren waren schon um die Jahrhundertwende durch ERNST MACH kritisiert worden und später hat dann EINSTEIN teils ganz unabhängig von MACH, teils auch an dessen Kritik anknüpfend das Gebäude der speziellen und allgemeinen Relativitätstheorie entwickelt, in dem Raum und Zeit zum vierdimensionalen Kontinuum der „Welt" zusammengeschmolzen wurden. Gewiß geschah da etwas, wovon GALILEI und NEWTON noch keine Ahnung haben konnten. Aber es zeigt sich, daß die auf soliderer erkenntnistheoretischer Grundlage errichteten Gleichungen der Relativitätsmechanik für alle Geschwindigkeiten, die klein sind gegenüber der Lichtgeschwindigkeit, asymptotisch mit weit mehr als hinreichender Genauigkeit in jene der klassischen Mechanik NEWTONS übergehen. Die Ingenieure und Astronomen können

also beruhigt in alle Zukunft für statische Berechnungen und auch für die Behandlung dynamischer Vorgänge makroskopischer Körper bei der Verwendung der seit Jahrhunderten bewährten klassischen Gesetze bleiben. Diese Feststellung, die natürlich jedem Physiker ganz klar sein muß, sei hier nur am Rande gemacht, weil es philosophierende Halblaien gibt, die da meinen, durch die Physik des 20. Jahrhunderts sei jene des 17. so völlig obsolet geworden, wie etwa das magische Denken der Urzeit durch die Naturwissenschaft überhaupt.

2. Huyghens, Young und Fresnel

Die Fruchtbarkeit der klassischen Dynamik, die mit der Zurückführung von himmlischen und irdischen Naturvorgängen auf die gleichen Wurzeln ihren ersten durchschlagenden Erfolg erzielte, hat sich in den darauffolgenden zwei Jahrhunderten auf vielen anderen Gebieten ähnlich großartig bewährt. Hier nur ein Beispiel: Man hat sehr bald die Anwendung der Newtonschen Prinzipien über die in der Astronomie bewährte „Punktmechanik" hinaus auf die Mechanik der Kontinua ausgedehnt und damit das Gebiet der elastischen Schwingungen im allgemeinen und speziell auch das der Schallvorgänge erschlossen. Im Zusammenhang damit wurde auch die schon von Newtons Zeitgenossen Huyghens begründete Wellentheorie des Lichtes weiter ausgebaut; man konnte die Erscheinungen der Interferenz und Beugung erklären und etwas später auch die viel komplizierteren Polarisationserscheinungen beim Lichtdurchgang durch anisotrope Körper quantitativ behandeln. Auguste Fresnel schuf dann zu Beginn des 19. Jahrhunderts seine ganz auf dem Boden der klassischen Mechanik erwachsene, mathematisch überaus reizvolle Theorie der rein physisch ebenso reizvollen farbenprächtigen Polarisationsinterferenzen.

Mit der Wellentheorie des Lichtes waren wieder einige Rätsel der Natur entschleiert und die theoretische Physik konnte den Erfolg für sich buchen, eine Reihe von verwickelten Erscheinungen, die den Vorfahren als wundersame, zunächst unerklärliche und von einander unabhängige Erfahrungstatsacden erscheinen mußten, als logische Folgen jener gleichen fundamentalen Gesetze der Newtonschen Mechanik zu erklären, mit denen man wenige Generationen vorher das Problem der Bewegung der Himmelskörper gelöst hatte. Allerdings blieb zu Fresnels Zeiten ein bitterer Wermutstropfen im Freudenbecher. Während man bei der mathematisch fast äquivalenten Wellentheorie des Schalles das schwingende Medium, Luft, Wasser oder Festkörper wohl kannte, greifbar vor Augen hatte und aus seinen meßbaren Eigenschaften wie Dichte und elastische Konstanten die Fortpflanzungsgeschwindigkeit berechnen und in Übereinstimmung mit der Erfahrung feststellen konnte, war es im Falle des Lichtes ganz anders. Man mußte dort mit einem hypothetischen Medium operieren, das recht unglaubwürdige Eigenschaften haben mußte um den hohen Wert der Lichtgeschwindigkeit zu erklären, der bekanntlich rund eine Million mal größer ist als jener der Schallgeschwindigkeit in Luft. Ein materieller Körper,

in dem sich elastische Schwingungen mit Lichtgeschwindigkeit fortpflanzen, müßte bei überaus geringer Dichte elastische Eigenschaften haben, die über jene der Reihe Stahl und Diamant noch weit hinausgehen. Dazu müßte er aber noch die damit schwer verträgliche Eigenschaft der völligen Durchdringlichkeit besitzen. Denn wegen der Sichtbarkeit der Sterne müßte er den ganzen Weltraum erfüllen ohne der Bewegung der Himmelskörper den geringsten Widerstand entgegenzusetzen.

3. Maxwell

Die Überwindung dieser Schwierigkeiten gelang in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts auf Grund von experimentellen und theoretischen Befunden auf einem ganz anderen Gebiet, das zu NEWTONS Zeiten noch völlig im Dunkeln lag. Aus MAXWELLS Theorie der von FARADAY entdeckten Wechselwirkungen zwischen magnetischen und elektrischen Feldern ergab sich, daß solche Wechselwirkungen auch zu elektromagnetischen Schwingungen führen mußten. Ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Vakuum war durch eine in den MAXWELLschen Gleichungen enthaltene Konstante c gegeben, die gleichzeitig auch mit dem Umrechnungsfaktor zwischen elektrostatischen und elektromagnetischen Maßeinheiten zusammenhing. Als Präzisionsmessungen von WEBER zeigten, daß der aus elektrischen und magnetischen Messungen bestimmte Wert von c mit der auf optischem Wege gemessenen Vakuumlichtgeschwindigkeit übereinstimmt, wurde praktisch allen Physikern klar, daß sichtbares Licht nichts anderes sei als elektromagnetische Schwingungen im Frequenzbereich zwischen rund 4×10^{14} und 8×10^{14} Hz. Ein weiterer Beweis dafür konnte in dem von MAXWELL aufgedeckten Zusammenhang zwischen dem optischen Brechungsquotienten und der Dielektrizitätskonstante durchsichtiger Körper erblickt werden und dazu kam schließlich noch zu Ende der Achtzigerjahre die von HEINRICH HERTZ auf rein elektromagnetischem Wege ausgeführte Erzeugung von elektromagnetischen Schwingungen, die die gleichen Interferenz- und Polarisationserscheinungen zeigten wie die Lichtwellen.

Neben der um die gleiche Zeit entstandenen molekular-kinetischen Theorie der Wärme, über die gleich gesprochen werden soll, stellte die MAXWELLsche Lichttheorie wohl den bedeutendsten Fortschritt der theoretischen Physik in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts dar. Sie hat zur Vereinheitlichung des physikalischen Weltbilds beigetragen und dazu ihren heuristischen Wert bei der Aufdeckung und Erklärung neuer Phänomene wie unter anderem die Beeinflussung der Spektren durch Einwirkung magnetischer und elektrischer Felder auf die lichtaussendenden Atome (ZEEMAN- und STARK-Effekt) erwiesen.

Für die Physikergeneration von heute mag das System der MAXWELLschen Gleichungen überzeugend klar und bestechend einfach erscheinen. Es sollte aber im Hinblick auf die psychologische Einstellung der Naturforscher zum Entstehen neuer Begriffssysteme in Erinnerung ge-

rufen werden, daß der Übergang von der mechanisch-elastischen Lichttheorie Youngs und Fresnels zu der elektromagnetischen Maxwells mit einem Schritt zunehmender Abstraktion der Naturbeschreibung verbunden ist, der noch bis in unser Jahrhundert hinein manchen Physikern gedankliche Schwierigkeiten bereitet hat. Wer heute an die Beschreibung der elektromagnetischen Vorgänge von vornherein mit Benützung der Maxwellschen Gleichungen (am besten in ihrer invarianten vierdimensionalen Form) herantritt, könnte erwarten, daß die Emanzipation von dem physikalischen Monstrum des Lichtäthers — der durch Maxwell überflüssig wurde und später in der Relativitätstheorie keinen Platz mehr fand — von den Physikern mit Aufatmen hätte begrüßt werden sollen. Tatsächlich haben sich aber relativ viele Experimentalphysiker bis in die Zwischenkriegszeit hinein nur schwer und ungern von der Vorstellung des Lichtäthers trennen können. In den Zwanzigerjahren hatte ich mit einem bekannten Experimentalphysiker, der gerade au dem Gebiet der Erzeugung und Messung elektromagnetischer Wellen Pionierarbeit geleistet hatte, eine Diskussion, in der er mir sagte: „Wenn etwas schwingt, so muß doch etwas existieren, das die Schwingungen ausführt. Und dieses Etwas, das nun sicher existiert, ist eben der Äther."Ich hatte Schwierigkeiten, dem Kollegen klar zu machen, daß dieses Etwas zwar gewiß existiere, aber deswegen nichts Materielles, Substantielles wie ein Stück Gummi oder Stahl zu sein brauche, sondern etwas ganz Abstraktes wie eine Kraft oder Feldstärke. Aber nicht nur das Subjekt des Satzes „es schwingt" ist in der Maxwellschen Theorie etwas Abstraktes, nämlich das Feld; auch die Art der Beschreibung des Schwingungsvorganges selbst ist abstrakter als man es früher darzustellen gewohnt war. Einzelne Physiker haben gegen Ende des vorigen Jahrhunderts viel Zeit und Spekulation darauf verwendet elastische Modelle auszudenken, die solche Schwingungen ausführen und solche Spannungen ergeben, wie es das elektromagnetische Feld tut. Die Vorstellung eines solchen Mechanismus hätte ihrer Ansicht nach das Verständnis für die Vorgänge erleichtert, indem es sie anschaulich macht. Man kann ja auch an einem mit durchsichtigen Wänden versehenen Modell eines Kolbenmotors oder einer Gasturbine das Funktionieren einer solchen Maschine besser verstehen.

Der Theoretiker von heute, der sich mit der Elektrodynamik beschäftigt, braucht keine solchen Krücken der Anschauung mehr, weil ihm die Differentialgleichungen selbst schon eine vollständig ausreichende und jederzeit auch in anschauliche Bilder übersetzbare Beschreibung des Vorganges geben. Natürlich können die beiden Maxwellschen Gleichungstripel, die wir hier der Einfachheit halber nur für das Vakuum aufschreiben, dem Laien gar nichts sagen.

$$\operatorname{rot} \mathfrak{H} = \frac{1}{c} (\dot{\mathfrak{E}} + 4\pi \varrho \mathfrak{v}) \tag{1}$$

$$\operatorname{rot} \mathfrak{E} = \frac{-1}{c} \dot{\mathfrak{H}}. \tag{2}$$

Wer aber mathematisch genügend geschult ist und diese Gleichungen schon einigemale auf einfachere Fälle angewendet hat, der liest aus ihnen das zeitliche und räumliche Ineinandergreifen der beiden Felder direkt heraus, so wie dem gewiegten Musiker die Lektüre einer Partitur allein schon das Werk vor seinen geistigen Ohren erstehen läßt. Hier ein Beispiel für eine Anwendung der MAXWELLschen Gleichungen: Man stelle sich einen Kreisplattenkondensator vor, der in rascher Folge geladen und entladen wird (etwa nach Art der Löschfunkenstrecken bei den ersten Apparaten für drahtlose Telegraphie), so daß die elektrische Feldstärke im Raum zwischen den Platten sich periodisch ändert. Dann lehrt das erste Gleichungstripel der MAXWELLschen Gleichungen unter Benützung des STOKESschen Integralsatzes dem Kundigen so deutlich, daß er es im Geist direkt sehen kann, wie sich ringförmige magnetische Kraftlinien wechselnder Stärke und wechselnden Vorzeichens im gleichen Luftspalt bilden. Man kann sich kaum ein mechanisches Modell vorstellen, das diesen Vorgang so exakt und unverfälscht darstellen würde, und keine Beschreibung in Worten könnte das Ganze mit so wenig Buchstaben vollständig wiedergeben wie die MAXWELLschen Gleichungen, bei deren Anblick BOLTZMANN in seiner temperamentvollen Weise einmal ausgerufen haben soll: „War es ein Gott, der diese Zeichen schrieb?" Der Schritt von den körperlich anschaulichen Bildern weg in die mehr abstrakten Vorstellungen von Feldstärken und ihren Differentialgleichungen ist in diesem Falle also zweifellos in der Richtung besserer Denkökonomie gegangen. Es geht da so wie mit der Verwendung des einst als „höhere Mathematik" bezeichneten Infinitesimalkalküls überhaupt. Wer sich einmal mit den Begriffen des ersten und zweiten Differentialquotienten, der partiellen Ableitungen und des Integrals, dazu noch mit Skalar und Vektor, Gradient und Divergenz hinreichend vertraut gemacht hat, gewann dadurch die begrifflichen Werkzeuge, mit denen man das physikalische Geschehen leichter, kürzer und exakter beschreiben kann als es die Vor-NEWTONsche Naturforschung tun konnte.

4. Boltzmann

Wie schon erwähnt, kann als die zweite große theoretisch-physikalische Leistung der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts die Aufstellung der molekularkinetischen Theorie der Wärme angesehen werden. Ihre Wurzeln reichen in den Atomismus der Antike zurück; sehr klar hat es dann ein Herr JOHANN SAMUEL HALLE, Professor an einer preußischen Kadettenschule in einem 1778 in Wien verlegten popularwissenschaftlichen Buch ausgedrückt, in dem er die Stofftheorie der Wärme ablehnte und auseinandersetzte, daß die Wärme nicht aus einer Menge von „Feuerteilgen" bestehe, sondern „bloß aus einer zitternden Bewegung der kleinsten Theile eines Körpers bestehe, die von einem Körper dem anderen mitgetheilet wird". So richtig zu Ehren kam aber die Theorie erst, nachdem ROBERT MAYER den in der Mechanik

schon längst bekannten und verwendeten Satz von der Erhaltung der Energie auf das Gesamtgebiet der Naturvorgänge verallgemeinerte. Von den Sechzigerjahren des 19. Jahrhunderts angefangen haben namentlich Maxwell, Clausius und Boltzmann die mathematischen Folgerungen aus dem an sich alten Gedanken entwickelt. Ihre Untersuchungen erstreckten sich zunächst auf die Behandlung des der Theorie am leichtesten zugänglichen Gebietes der Gase, so daß zu Boltzmanns Zeiten vorwiegend von der „kinetischen Gastheorie" gesprochen wurde. Später wurde die Theorie auch auf Flüssigkeiten und Festkörper ausgedehnt. Der von der kinetischen Wärmetheorie erzielte Fortschritt bestand namentlich in folgenden zwei Punkten:

(a) Aus einfachen und sehr allgemeinen Annahmen über die atomistische Konstitution der Materie, die sich auch auf dem Gebiete der Chemie bewährt hatten, ergaben sich auf rein deduktivem Wege eine Anzahl von Folgerungen hinsichtlich thermischer Erscheinungen, die mit den direkt auf experimentellem Wege gefundenen Sätzen der phänomenologischen Thermodynamik gut übereinstimmen. Beispiele dafür sind die Zustandsgleichung der idealen Gase, ihre Abweichungen in der Nähe des Verflüssigungspunktes (van der Waals), die spezifischen Wärmen usw.

(b) Die Aufklärung gewisser von vornherein ziemlich paradox erscheinender Erfahrungstatsachen wie z. B. die Druckunabhängigkeit der inneren Reibung der Gase innerhalb eines ziemlich tief hinabreichenden Druckintervalls.

Die Beweiskraft dieser Erfolge ist von jener Schule von Naturforschern bestritten worden, die den Standpunkt vertraten, daß die exakte Wissenschaft sich auf die Beschreibung der tatsächlichen und direkt Beobachtbaren zu beschränken habe. Die strikt phänomenologische Thermodynamik, zu deren prominentesten Vertretern unter anderem Ernst Mach und Wilhelm Ostwald gehörten, war insofern eine reine und exakte Wissenschaft, als sie unter Verzicht auf Hypothesenbildung und Spekulationen ihre Ergebnisse auf logisch mathematischem Wege aus gesicherten Erfahrungstatsachen, wie den beiden Hauptsätzen und den Zustandsgleichungen, herleitete.

Zur Beurteilung der ablehnenden Haltung Machs gegenüber der Atomphysik muß man noch berücksichtigen, daß bis zum Beginn unseres Jahrhunderts die augenfälligen Beweise für die Existenz von Atomen noch nicht bekannt waren, die sich später aus den radioaktiven Erscheinungen ergaben. Außerdem hat man damals geglaubt, einen direkten Beweis gegen die mechanische Auffassung der Wärme aus dem Widerspruch zwischen der grundsätzlichen Reversibilität der mechanischen und der erfahrungsgemäßen Irreversibilität gewisser thermischer Vorgänge herleiten zu müssen. Über diese Frage war seinerzeit viel geschrieben und gestritten worden und es ist vom Standpunkt der Psychologie des Wissenschafters aus bemerkenswert, wieviel Zeit auf theoretisch tiefschürfende Untersuchungen verwendet wurde, ehe man sich allgemein zu der ganz elementaren Erkenntnis durchrang, daß auch

bei mechanischen Systemen gewisse Vorgänge praktisch nur in einer bestimmten Richtung ablaufen, sofern nur die Anzahl ihrer Freiheitsgrade genügend groß ist. Schüttelt man beispielsweise ein weites Gefäß in dem zwei verschiedene Mehlsorten annähernd gleicher Krongröße und Dichte zuerst in getrennten Lagen aufbewahrt sind, lange genug, so tritt allmählich eine völlige Durchmischung ein, während der entgegengesetzte Vorgang einer Entmischung durch Schütteln nie eintreten wird, obwohl jeder mechanische Prozeß bekanntlich bei Umkehrung der Anfangsgeschwindigkeiten in verkehrter Richtung durchlaufen wird. Das bei Prozessen der Wärmeleitung, Diffusion und dergleichen auftretende irreversible Wachstum der Entropie ist also nach BOLTZMANN nichts anderes als der Übergang zu immer wahrscheinlicheren Zuständen, von einer künstlich hergestellten molekularen Ordnung zur natürlichen molekularen Unordnung. Die volle Aufklärung des Problems der Irreversibilität gelang BOLTZMANN mit der statistischen Deutung der Entropie, indem er ihren Zusammenhang mit der Wahrscheinlichkeit eines Zustandes aufdeckte:

$$S = k \log W. \tag{3}$$

BOLTZMANNS Pionierleistung bestand einerseits darin, daß er den Irreversibilitätseinwand endgültig zum Schweigen brachte, und andererseits darin, daß er mit der statistischen Mechanik (zu deren Ausbau namentlich auch der Amerikaner GIBBS bedeutende Beiträge lieferte) das mathematische Instrument schuf, mit dem die Thermodynamik sich weit über ihren rein phänomenologischen Stamm hinaus entwickeln konnte. Insbesondere beruhten auf BOLTZMANNS Betrachtungsweise auch die Gedankengänge MAX PLANCKS, die im Jahre 1900 zur Aufstellung der Quantenhypothese führten. Die allgemeinen Gesetze der statistischen Mechanik, wie z. B. das Gesetz des Äquipartition des Mittelwerts der Energie auf die einzelnen Freiheitsgrade eines Systems mit sehr viel Freiheitsgraden, das Geschwindigkeitsverteilungsgesetz, der Zusammenhang zwischen Entropie und Wahrscheinlichkeit, gelten heute nach wie vor, obwohl die einfachen Vorstellungen über die Wechselwirkungen der Moleküle, aus denen die Pioniere der Theorie, MAXWELL, CLAUSIUS und BOLTZMANN ihre Lehrsätze hergeleitet hatten, nur mehr als erste Approximationen zu betrachten sind und später durch viel detailliertere Bilder abgelöst wurden.

Der Stand der theoretischen Physik um die Jahrhundertwende war der, daß grundsätzlich die Möglichkeit zu bestehen schien, eine vollständige Beschreibung des Naturgeschehens durch Angabe der elektromagnetischen Feldstärke und der Schwerkraft in allen Punkten des dreidimensionalen Raumes und dazu der Koordinaten und Impulse aller darin befindlichen Atome zu geben. Nur die praktische Unmöglichkeit, mit den menschlichen Sinnen und mit der Geschwindigkeit unserer Aufzeichnungsmittel den im Vergleich dazu fast unendlich rasch veränderlichen Konfigurationen der Felder und der in ihnen herumschwirrenden Teilchen nachzukommen, hindert uns an einer Beschreibung dieser Art.

Zu einer solchen Auffassung mußten die Erfolge führen, die man mit der Anwendung und vielfachen Bewährung der Newtonschen Mechanik, der Faraday-Maxwellschen Elektrodynamik und schließlich der mechanischen Wärmelehre erzielt hatte. Mit wenigen Ausnahmen, die man aber bald zu klären hoffte, schienen in den Neunzigerjahren fast alle Rätsel der Physik gelöst zu sein, so daß um diese Zeit dem jungen Physiker Max Planck von einem seiner Lehrer abgeraten wurde, sich der Theorie zu widmen „weil auf diesem Gebiete kaum mehr etwas Neues zu entdecken sei".

5. Einstein

Eines der ungelösten Rätsel, das den Physikern seit den Neunzigerjahren Kopfzerbrechen verursachte, war das Ausbleiben eines Effekts der Erdbewegung auf die Lichtausbreitung. Auch wenn man an Stelle eines hypothetischen Äthers einfach das elektromagnetische Feld setzt, so lag es doch im Wesen jeder Feldtheorie begründet, daß die Wellen unabhängig vom Bewegungszustand ihrer Erregerquelle (der zwar gemäß Doppler die Frequenz, nicht aber die Geschwindigkeit beeinflußt) sich in jenem Bezugssystem, für das die Maxwellschen Gleichungen gelten, nach allen Richtungen mit gleicher Geschwindigkeit ausbreiten (Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit). Während nun die Newtonschen Grundgleichungen der Bewegung in allen gleichförmig geradlinig gegeneinander bewegten Bezugssystemen gelten, also gegenüber der „Galilei-Transformation"

$$x' = x - v\,t \tag{4}$$

invariant sind, trifft das auf die Maxwellschen Gleichungen nicht zu. Sie enthalten im Gleichungstripel (1) die Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$ der felderzeugenden Ladungen und in der Gleichung für die elektromotorische Kraft auf eine bewegte Punktladung e

$$\mathfrak{F} = e\left(\mathfrak{E} + \frac{1}{c}[\mathfrak{u}\mathfrak{H}]\right) \tag{5}$$

die Geschwindigkeit $\mathfrak{u}$ der vom Feld beeinflußten Ladung. Ein Übergang auf ein selbst nur gleichförmig geradlinig bewegtes Bezugssystem würde die Werte von $\mathfrak{v}$ und $\mathfrak{u}$ ändern und damit ein anderes Kraftfeld mit anderen Beschleunigungen liefern. Mit anderen Worten, das System der Maxwellschen Gleichungen ist nicht Galilei-invariant und man hätte erwarten müssen, daß die Bewegung der Erde einen Einfluß auf die Ausbreitung der Strahlen einer irdischen Lichtquelle hätte. Diese Erwartung hat sich, wie der wiederholt mit immer größerer Genauigkeit und an verschiedenen Orten der Erde ausgeführte Michelson-Versuch zeigte, nicht erfüllt. Es stellte sich heraus, daß das Relativitätsprinzip, wonach die physikalischen Vorgänge von zwei gegeneinander gleichförmig geradlinig bewegten Bezugssystemen aus betrachtet nach den gleichen Gesetzen stattfinden, nicht nur, wie schon Newton wußte, für die mechanischen, sondern auch für die elektromagnetischen Vorgänge Gültigkeit zu haben scheint.

An sich hätte diese Tatsache durchaus befriedigend erscheinen können. Die Schwierigkeit bestand nur darin, daß das Relativitätsprinzip bei Festhalten an der herkömmlichen Auffassung von Raum und Zeit in Widerspruch mit dem Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit stand. Es ergab sich die paradoxe Folgerung, daß z. B. die Geschwindigkeit eines im leeren Raum laufenden Lichtstrahls sowohl von der Erde aus gemessen wie auch für einen die Erdbewegung nicht mitmachenden Beobachter nach allen Richtungen hin den gleichen Wert c haben müßte. EINSTEINS unsterbliche Leistung bestand nun darin, daß er in seinen Arbeiten von 1905 unbekümmert um die herkömmlichen Vorstellungen von Raum und Zeit ganz konsequent alle Folgerungen zog, die sich aus dem gleichzeitigen Bestehen des Prinzips der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit und des Relativitätsprinzips ergaben.

Das Ergebnis ist bekannt: Räumlicher und zeitlicher Abstand zweier Punktereignisse fallen verschieden aus, wenn man sie von zwei gegeneinander gleichförmig geradlinig bewegten Bezugssystemen aus mißt (LORENTZ-Kontraktion von Raum und Zeit). Körper, die sich mit einer Geschwindigkeit v gegenüber dem Beobachter bewegen, erscheinen im Verhältnis

$$\sqrt{1 - v^2/c^2} : 1 \tag{6}$$

verkürzt und in inversem Verhältnis dazu verlängert sich die Periodendauer aller natürlichen periodischen Vorgänge in bewegten Körpern. Insbesondere verlangsamt sich auch der Gang bewegter Uhren. Räumlicher Abstand und Zeitintervall zwischen zwei Punktereignissen verlieren daher ihren absoluten Charakter und werden in ähnlicher Weise von der Bewegung des Bezugssystems abhängig, wie Horizontalabstand und Höhenunterschied zwischen zwei Punkten im dreidimensionalen Raum von der Lage des Bezugssystems abhängen, also anders ausfallen, wenn man sie von einem gegenüber dem ursprünglichen Bezugssystem schief geneigten System aus mißt. Der dreidimensionale Raum und die Zeit für sich verlieren also ihre gegenseitige Unabhängigkeit und verschmelzen in eine einzige vierdimensionale Mannigfaltigkeit R_4, die nach einem von MINKOWSKI geprägten Ausdruck als die „Welt" bezeichnet wird.

In dem gleichen fruchtbaren Jahre des damals 26jährigen ALBERT EINSTEIN erschien auch seine Arbeit, in der er die wichtigste Folgerung aus seiner Theorie zog. Es handelt sich um das Gesetz

$$E = m c^2 \tag{7}$$

das besagt, daß jeder Form von Energie auch Trägheit, also Masse zukommt. Schon ein Jahr vorher hatte übrigens der geniale Wiener Physiker FRITZ HASENÖHRL, der später SCHRÖDINGERS Lehrer wurde, dasselbe Gesetz schon für den Spezialfall der Strahlungsenergie hergeleitet, indem er erkannte, daß auch der leere Innenraum eines absolut evakuierten Gefäßes, sofern er nur von elektromagnetischer Strahlung, beispielsweise Wärmestrahlen, durchzogen ist, Trägheit besitzt. EINSTEIN kannte HASENÖHRLS Arbeit nicht und hat die Gl. (7) von viel

allgemeineren Voraussetzungen ausgehend ganz allgemein für sämtliche Energieformen aufgestellt. Die Gültigkeit der Gl. (7) war lange Zeit hindurch sowohl von Philosophen wie auch von manchen Physikern stark bestritten worden und erst die Existenz der Atombomben scheint die letzten Zweifel beseitigt zu haben.

Ein Jahrzehnt nach der Aufstellung der speziellen Relativitätstheorie gelang es Einstein, eine verallgemeinerte Theorie zu entwerfen, in der die Grundgleichungen nicht nur gegenüber der Lorentz-Transformation (die nach der Relativitätstheorie den Übergang auf ein gleichförmig geradlinig bewegtes System vermittelt), sondern gegenüber beliebigen Transformationen invariant sind, also auch in gegeneinander beschleunigten Bezugssystemen ihre Gestalt behalten. Dabei erhob Einstein die schon auf Galilei zurückgehende Erkenntnis der Gleichheit von träger und schwerer Masse zu dem allgemeinen „Äquivalenzprinzip", aus dem unter anderem hervorgeht, daß in einem gleichförmig beschleunigten System sich alle Vorgänge, einschließlich der elektromagnetischen genau so abspielen wie in einem ruhenden, in dem ein homogenes Schwerefeld entsprechender Stärke wirkt.

Die Kombination dieses Gedankens mit den Erkenntnissen der speziellen Relativitätstheorie führte zu der bekannten Folgerung, daß bei Anwesenheit von Gravitationsfeldern das vierdimensionale Raumzeitkontinuum, die Minkowski-Welt, in der sich alle Naturvorgänge abspielen, mathematisch gesprochen nicht ein pseudoeuklidischer, sondern ein allgemeiner Riemannscher R_4 sei. In einer zweidimensionalen Mannigfaltigkeit entspräche das dem Übergang von einer Ebene zu einer gekrümmten Fläche, weshalb man kurz von einer durch das Schwerefeld verursachten Raumkrümmung spricht.

Bekanntlich haben sich aus der allgemeinen Relativitätstheorie drei Folgerungen ergeben, die sich durch astronomische Beobachtungen verifizieren lassen: Die Lichtablenkung und die Rotverschiebung der Spektrallinien im Schwerefeld sowie die Perihelverschiebung der Planetenbahnen, die über jenes Maß hinausgeht, das schon nach der Newtonschen Theorie von den gegenseitigen Störungen der Planeten untereinander erzeugt wird. Alle diese Effekte sind sehr klein, liegen aber gerade noch innerhalb der Grenze des Beobachtbaren. Die Existenz aller drei Effekte ist qualitativ über jeden Zweifel festgestellt; die quantitative Übereinstimmung ließ insbesondere hinsichtlich der Rotverschiebung zu wünschen übrig, weil noch andere Nebeneffekte eine Rolle spielen. In der allerletzten Zeit hat man aber die Rotverschiebung mittels des Mössbauer-Effekts auch durch terrestrische Versuche im Schwerefelde der Erde in guter Übereinstimmung mit der Einsteinschen Theorie nachweisen können.

Abgesehen von diesen sehr winzigen Effekten ergibt sich aus der allgemeinen Relativitätstheorie auch eine Folgerung von viel tieferer Bedeutung, die geeignet ist, unser Weltbild radikal zu ändern. Wenn der Raum infolge Anwesenheit gravitierender Materie positiv (das heißt entsprechend dem zweidimensionalen Analogon einer Kugelfläche) ge-

krümmt ist, dann muß mit der Möglichkeit gerechnet werden, daß er zwar natürlich nirgendwo begrenzt, aber dennoch nicht unendlich ist, sondern wie eine Kugelfläche in sich selbst zurückläuft. Ein ständig geradeaus von unserem Milchstraßensystem ins Weltall weglaufender Körper oder auch Lichtstrahl würde daher nach sehr langer Zeit sich nicht beliebig weit vom Ausgangspunkt entfernen, sondern wieder in ihn zurücklaufen. Auch wenn daher der gesamte Weltraum überall mit der gleichen durchschnittlichen Dichte von Sternen besiedelt ist wie innerhalb des Sichtbereiches unserer Spiegelteleskope, würde doch der Gesamtinhalt des Universums eine endliche Zahl von Sternen mit endlicher Gesamtmasse sein.

So sehr die Folgerungen aus der speziellen und allgemeinen Relativitätstheorie auf unsere erkenntniskritischen Vorstellungen von Raum und Zeit revolutionierend gewirkt haben mögen, ist doch vom rein physikalischen Standpunkt aus EINSTEIN eher der grandiose Vollender der klassischen Physik gewesen als ihr Revolutionär. Denn auch in der Relativitätstheorie erfolgt die Beschreibung der Naturvorgänge durch Angabe des Feldes und der im Feld sich bewegenden Körper im vierdimensionalen Kontinuum von Raum und Zeit. Die Beschreibung der physikalischen Vorgänge durch die Feldphysik einschließlich der allgemeinen Relativitätstheorie – und dem bisher noch nicht geglückten Versuch der Aufstellung von Gleichungen, die Schwerefeld und elektromagnetisches Feld gleichzeitig umfassen, – erfolgt grundsätzlich immer so: Mittels der Feldgleichungen kann man aus den Lagen und Bewegungen der das Feld erzeugenden Massen bzw. Ladungen die Feldstärken als Funktionen der vier Koordinaten x, y, z und t berechnen und mittels der Bewegungsgleichungen lassen sich dann die Bewegungen der im Felde vorhandenen Körper ermitteln. Die Aufgabe mag nur für die einfachsten Fälle *praktisch* lösbar sein, wäre aber allgemein *grundsätzlich* lösbar. An der Grundstruktur der Feldphysik, die im R_4 operiert, ändert sich auch prinzipiell nichts, wenn die Bewegungsgleichungen nicht in die klassische NEWTONsche Form gekleidet werden, wonach die Beschleunigung eines Körpers gleich der auf ihn wirkenden Kraft dividiert durch seine Masse ist, sondern so ausgedrückt wird, daß bei Einwirkung eines Schwerefeldes allein die Bahn des Körpers eine geodätische Linie im gekrümmten R_4 sein muß. Alle diese Arten der Betrachtung wären vom heutigen Standpunkt aus noch als klassisch zu betrachten. Zur Klärung der Begriffe mag es zweckmäßig sein zu definieren, wo im Sinne der hier angestellten Betrachtungen die Trennungslinie zwischen klassisch und modern liegt. Wie alle Definitionen ist auch die Festlegung dieser Trennungslinie ein Akt der Willkür, aber es scheint durchaus sinnvoll zu sein, folgende Merkmale als die Kennzeichen einer „klassischen Feldphysik" zu betrachten: In jedem Punkt des Raumes existiert zu jeder Zeit ein bestimmtes durch Vektoren oder Tensoren angebbares Feld, wobei die räumlichen und zeitlichen Veränderungen aller Feldkomponenten durch allgemein gültige Differentialgleichungen miteinander verknüpft sind, die nur die vier Größen x, y, z, und t als unab-

hängige Variable enthalten. Alle in diesem Feld befindlichen Materieteilchen haben in jedem Zeitpunkt bestimmte Koordinaten, deren Werte sich grundsätzlich (wenn auch nicht praktisch) eindeutig angeben ließen. Diese Kennzeichen gelten für die gesamte Makrophysik von Newtons Gravitationstheorie angefangen bis zur allgemeinen Relativitätstheorie. Der völlige Umsturz, der eine Abkehr von der klassischen Feldphysik überhaupt mit sich brachte, erfolgte erst seit der Weiterbildung der Quantentheorie durch Schrödinger, Heisenberg, Dirac und ihre Nachfolger.

6. Planck und Bohr

Der Beginn des Umsturzes liegt noch weiter zurück als die Aufstellung der speziellen Relativitätstheorie. Im Jahre 1900 war es Max Planck gelungen, eine theoretische Formel für die Energieverteilung im Strahlungsspektrum eines schwarzen Körpers aufzustellen, die mit der Erfahrung übereinstimmt. Sie basiert auf der Quantenhypothese, wonach Strahlungsenergie nicht in beliebig kleinen Mengen, sondern nur in ganzzahligen Vielfachen eines Strahlungsquants von der Größe

$$E = h\nu \tag{8}$$

emittiert oder absorbiert wird. Mit dieser Hypothese wurde die rund ein Vierteljahrhundert dauernde erste Phase in der Entwicklung der Quantentheorie eingeleitet, die bald darauf die führende Rolle in der Atomphysik übernahm. Man könnte diese erste Phase als die schöpferisch-revolutionäre, dabei aber anarchische Periode in der Geschichte der theoretischen Physik bezeichnen. In ihrer ersten Halbzeit, 1900 bis 1913, die noch weniger stürmisch verlief, erwies sich schon der heuristische Wert der Planckschen Hypothese in einer Reihe von Anwendungen auf Gebiete jenseits des Problems der schwarzen Strahlung, die man hauptsächlich auch wieder Einstein verdankt. Einstein konnte zeigen, daß jene gleiche Plancksche Annahme, die zum richtigen Strahlungsgesetz führt, auch andere bisher ungeklärte Phänomene aufzuklären vermochte. Dazu gehört vor allem die Abnahme der spezifischen Wärme fester Körper bei tiefen Temperaturen und ferner die Erscheinung, daß beim lichtelektrischen Effekt die Austrittsgeschwindigkeit der Elektronen nicht von der Intensität, sondern nur von der Farbe des Lichts abhängig ist. Einsteins Folgerungen aus der Lichtquantenhypothese (die im übrigen zusätzlich zu seinen davon unabhängigen Arbeiten über Relativitätstheorie einen unsterblichen Beitrag zur Entwicklung der Theorie lieferten) ließen keinen Zweifel mehr an der Quantenstruktur der Strahlung bestehen. Aber andererseits war schon damals zu erkennen, daß die Quantentheorie sehr zum Unterschied gegenüber der Maxwellschen Theorie des elektromagnetischen Feldes und gegenüber der Newtonschen und auch der Einsteinschen Theorie der Gravitation keine in sich konsistente Beschreibung der Naturvorgänge war, sondern — man verzeihe den harten Ausdruck — ein Flickwerk von Hypothesen, die einander teilweise widersprachen.

Schon die PLANCKsche Hypothese (8) bildete eine Art Fremdkörper in der Strahlungstheorie, die sich ja aus der MAXWELLschen Elektrodynamik und der BOLTZMANNschen Statistik allein hätte ergeben müssen. Nun zeigte weiters der lichtelektrische Effekt und seine Deutung durch EINSTEIN, daß die Lichtquanten (Photonen) statt sich in Kugelwellen von der Erregerquelle auszubreiten, wie es die MAXWELLsche Theorie forderte, beim Auslösen eines Elektrons aus einer Metalloberfläche ihre gesamte Energie $h\nu$ auf ein einzelnes getroffenes Atom entladen, daß also das Photon wie eine „Nadelstrahlung" oder auch wie ein einzelnes Teilchen von der Energie $h\nu$ und mit dem Impuls $h\nu/c$ wirkt.

Die zweite Halbzeit der ersten Phase wurde durch die bahnbrechenden Arbeiten von NIELS BOHR eingeleitet, dessen Atommodell zu solcher Berühmtheit gelangte, daß das Bild des Kerns mit den umlaufenden elliptischen Elektronenbahnen heute schon eine Art Markenzeichen, ein international bekanntes Symbol für alles geworden ist, das mit der Atomphysik zusammenhängt. Nichts von allem, was man in methodologischer Hinsicht gegen die Widersprüche der damaligen Quantentheorie bemängeln mag, ändert etwas an der Tatsache, daß die Periode von 1913 bis 1925 (trotz dem in diese Epoche fallenden ersten Weltkrieg) eine der glanzvollsten und an Entdeckungen reichsten in der Geschichte der Physik und namentlich der Theorie überhaupt war. Es war als ob den Physikern die Schuppen von den Augen fielen, als sie begannen eine Reihe von Phänomenen aus der Struktur der Atome und auf Grund der zwischen ihnen wirkenden Kräfte zu verstehen. Es begann mit der Entschlüsselung der Linienspektren von Wasserstoff und He^+, eine historische Tat, die als würdiges Gegenstück zu der ein Jahrhundert vorher gelungenen Entzifferung der Hieroglyphenschrift durch CHAMPOLLION betrachtet werden kann. Die BOHRsche Quantentheorie der Spektren beruhte im wesentlichen auf zwei sehr einfachen Hypothesen, die ganz lapidar formuliert werden können:

1. Es gibt im Atom gewisse ausgezeichnete Bahnen („Quantenbahnen"), die von den Elektronen stationär ohne Energieverlust, also ohne Aussendung von Strahlung durchlaufen werden. Im Falle des Einelektronensystems (H oder He^+) sind sie einfach dadurch gekennzeichnet, daß der Bahndrehimpuls ein ganzzahliges Vielfaches von $\hbar = h/2\pi$ ist. (Die zugehörige ganze Zahl wird als die Quantenzahl der Bahn bezeichnet.)

2. Die Elektronen können Übergänge („Quantensprünge") zwischen den stationären Bahnen ausführen und dabei wird die Energiedifferenz $E_n - E_m$ zwischen den beiden Bahnen in Form einer elektromagnetischen Welle (Lichtquant = Photon) ausgesendet, deren Frequenz gegeben ist durch die der PLANCKschen Hypothese entsprechende Beziehung

$$\nu = (E_n - E_m)/h. \tag{9}$$

Mit diesen einfachen Annahmen konnten zunächst die Linienspektren der Einelektronensysteme H und He^+ berechnet werden, wobei

auch ein Zusammenhang zwischen der Rydberg-Konstanten R und den universellen Konstanten h und c aufgedeckt wurde. Der Siegeszug setzte sich dann mit der Systematik von Spektren anderer Elemente und der Röntgenspektren sowie mit der Aufklärung der Feinstruktur und Hyperfeinstruktur der Spektrallinien und des Stark- und Zeeman-Effekts fort. (Es stellte sich dabei heraus, daß das System der möglichen Quantenbahnen durch insgesamt vier ganzzahlige Parameter (Quantenzahlen) gekennzeichnet werden muß.) Dann kam noch die Entschlüsselung der Bandenspektren der Moleküle und weiter das Verständnis für die Valenzeigenschaften der Elemente und für den Mechanismus der heteropolaren Verbindungen. Zu der physikalischen Chemie, die in ihrer klassischen Entwicklungsperiode um die Jahrhundertwende sich hauptsächlich auf die phänomenologische Thermodynamik stützte, kam die neue „chemische Physik", die chemische Vorgänge aus den Eigenschaften des Atombaus und seiner Gesetze zu erklären vermochte und ihre Vorausberechnung gestattete.

Zu Beginn der Zwanzigerjahre wurde dann noch von Uhlenbeck und Goudsmit zur Erklärung gewisser Feinheiten der Spektren die Hypothese des Elektronenspins aufgestellt, die später auch auf die Kerne und ihre Bestandteile erweitert wurde: Die Rotation der geladenen Teilchen verleiht ihnen sowohl einen mechanischen Drehimpuls (Spin) wie auch ein magnetisches Moment, woraus sich fruchtbare Folgerungen für eine Anzahl von Erscheinungen und insbesondere für die Theorie des Magnetismus überhaupt ergab. Die Krönung der ersten Phase bildete schließlich das von Wolfgang Pauli aufgestellte Gesetz, wonach innerhalb eines Atoms oder Moleküls niemals zwei oder mehr Bestandteile in Zuständen vorkommen können, die hinsichtlich aller vier Quantenzahlen miteinander übereinstimmen. Dieses „Pauli-Verbot" hat sich als ausgezeichneter Führer zum Verständnis vieler Erscheinungen und insbesondere der thermischen und elektrischen Leitfähigkeit der Metalle und später auch der Halbleiter erwiesen. Dazu brachte es die volle Aufklärung für die Periodizität des Systems der Elemente, die seit ihrer Entdeckung durch Mendelejew und Lothar Meyer durch rund sechs Jahrzehnte hindurch eines der wundersamsten ungeklärten Rätsel der Natur gewesen war.

7. Das Atommodell und die chemischen Valenzen

Zu den eindrucksvollsten Erfolgen der Bohrschen Theorie gehören auch die Einblicke in das Wesen der Valenzen und der chemischen Bindungen, die wir ihr verdanken. Schon im Jahre 1912, also knapp vor dem Erscheinen von Bohrs ersten Arbeiten war von Van den Broek die Hypothese aufgestellt worden, daß die Kernladungszahl eines Elementes (die natürlich gleich sein muß der Zahl der Elektronen in der Hülle des neutralen Atoms) gleich der Ordnungszahl des betreffenden Elementes ist. Für die Edelgase ergeben sich dabei die Elektronen-

zahlen 2, 10, 18, 36, 54, und 86, die sich als die Teilsummen einer Reihe darstellen lassen:

$$2\,(1^2 + 2^2 + 2^2 + 3^2 + 3^2 + 4^2)$$
$$\text{He}\quad \text{Ne}\quad \text{Ar}\quad \text{Kr}\quad \text{Xe}\quad \text{Rn}$$

Man ist dann bald daraufgekommen, daß die Elektronenbahnen bei den höheren Elementen in konzentrischen Schalen mit immer größer werdendem Durchmesser angeordnet sind, wobei jeweils bei den Edelgasen eine Schale zum Abschluß kommt und eine neue Schale bei dem darauffolgenden Alkaliatom angesetzt wird. Es ergab sich weiter ein Zusammenhang dieser Schalen mit den von der Röntgenspektroskopie her bekannten, mit $K, L, M \ldots$ bezeichneten Röntgenserien und daher hat man dann auch die einzelnen Schalen mit den gleichen Buchstaben bezeichnet. Es wird also zum Beispiel beim Helium die K-Schale mit zwei Elektronen zum Abschluß gebracht; das Lithium enthält sodann ein drittes Elektron, das weiter außen auf der beginnenden L-Schale umläuft. Diese L-Schale wiederum wird beim Neon mit der Kernladungszahl $2 + 8 = 10$ zum Abschluß gebracht, die darauffolgende M-Schale beim Argon mit der Kernladung $2 - 8 - 8 - 16$ usw. Gleichzeitig mit einer die Beobachtungen gut wiedergebenden Quantentheorie der Röntgenspektren ergab sich auch zwanglos die Erklärung für das lichtelektrische Verhalten der Alkalimetalle und die geringe Ionisierungsarbeit ihrer Atome. Im Jahr 1916 erschien dann eine sehr wichtige Arbeit von WALTER KOSSEL, die weitergehende Aufschlüsse chemischer Natur brachte. KOSSEL hat den Gedanken von der besonderen Stabilität der in der Edelgaskonfiguration abgeschlossenen Elektronenschalen weiter ausgesponnen und konnte damit die wesentlichen Züge des chemischen Verhaltens der den Edelgasen im periodischen System benachbarten Elemente aus der Tendenz zur Annäherung an den Edelgaszustand erklären. Die Nachbaratome suchen durch Aufnahme oder Abgabe von Elektronen unter Aufopferung ihrer Neutralität die ausgezeichnete Elektronenkonfiguration der abgeschlossenen Schalen zu erreichen. So wird z. B. das Chloratom durch Aufnahme eines Elektrons zu einem Ion mit der stabilen Elektronenkonfiguration des Argon. Aus dieser Tendenz ergibt sich ganz von selbst die negative Zweiwertigkeit der Elemente der Sauerstoffgruppe, die negative Einwertigkeit der Halogene, positive Einwertigkeit der Alkalimetalle und Zweiwertigkeit der Erdalkalien. Man versteht dann weiter das Zustandekommen der sogenannten heteropolaren Bindungen, das heißt jener Verbindungen, deren Partner entgegengesetzt geladen sind. So wird z. B. ein Chloratom bei der Begegnung mit einem Natriumatom diesem das leicht abspaltbare Elektron der äußersten Schale wegnehmen und seiner eigenen Hülle einverleiben, wodurch es die Argon-Konfiguration annimmt, während das Natrium die Neon-Konfiguration erhält. Die auf diese Weise gebildeten Ionen Na^+ und Cl^- verbinden sich nun ihrer elektrischen Anziehung folgend zu dem heteropolaren NaCl-Molekül. Dementsprechend bilden auch die heteropolaren Verbindungen im festen Zu-

stand Ionengitter. Das bekannte Raumgitter des NaCl ist in seinen Gitterpunkten nicht mit neutralen Atomen, sondern mit Na^+ und-Cl^--Ionen besetzt.

Alle diese Vorstellungen gehören heute schon zum ABC des Chemikers. Aber noch in den ersten Jahren nach dem ersten Weltkrieg mußte sich Kossel, dessen umfangreiche Arbeit von 1916 Licht auf viel weitere Gebiete der Chemie warf, gegen sehr ernste Einwände vonseiten namhafter Chemiker verteidigen.

Warum gerade die Zahlen 2, 8, 8, 18, 18, 36 die Besetzungen der $K, L, M, N, \ldots$-Schalen der Atome angeben, ist sodann im Jahr 1924 durch Pauli auf Grund seiner Verbotsregel eindeutig geklärt worden, wodurch der Ausbau der Planck-Bohrschen Phase der Quantentheorie seine Krönung erhielt.

Daß die theoretische Physik in dieser Zeit allmählich die Rolle einer Königin im Reiche der Naturwissenschaften zu spielen begann, ist ein Erfolg der überraschenden Einsichten in das atomare Geschehen, die wir eben gerade der von Bohr angebahnten Entwicklung der Quantentheorie verdanken. Trotz aller Erfolge war aber der revolutionär-anarchische Zustand der in innere Widersprüche verwickelten Planck-Einstein-Bohrschen Quantentheorie vom rein wissenschaftlichen Standpunkt aus betrachtet gar nicht befriedigend. Da war unter anderem das Bild von den „stationären Elektronenbahnen" oder Quantenbahnen im Atom, die in vollem Widerspruch mit den Grundgesetzen der Elektrodynamik keine Strahlung aussenden sollten. Dann die mysteriösen Quantensprünge von einer stationären Bahn zur anderen, durch die eine Strahlung ausgesendet werden sollte, deren Frequenz — ebenfalls in Widerspruch mit der Elektrodynamik — gar nicht direkt mit der Bewegung des Elektrons während dieses Überganges zusammenhängt. Dazu das von früher bestandene Paradoxon von der Doppelnatur der Strahlung als elektromagnetische Welle einerseits und Partikel andererseits. Was die physikalischen Grundgesetze der klassischen Epoche von Galilei und Newton angefangen bis hinauf zur Einsteinschen Gravitationstheorie auszeichnete und von den Regeln der lateinischen Grammatik vorteilhaft unterschied, war, daß sie universelle und ausnahmslose Gültigkeit hatten. Und nun sollte man es in der Quantentheorie auf einmal hinnehmen, daß zwar sicherlich ganz allgemein jede periodisch hin- und herbewegte elektrische Ladung ein elektromagnetisches Wechselfeld entsprechender Frequenz erzeugen muß, daß dies aber für die um den Atomkern kreisenden Elektronen nicht gelten solle. Der Einfluß der bewegten Ladung auf das Feld wurde also für bestimmte Fälle durch einen diktatorischen Erlaß der Theorie ganz im Widerspruch mit den sonstigen Naturgesetzen gleich Null gesetzt, während — was besonders erschwerend war — umgekehrt für den Einfluß des Feldes auf die Bewegung des Elektrons selbst die klassischen Gesetze so genau gelten, daß alle feineren Einzelheiten des Bewegungsverlaufs, wie man sie beim makroskopischen Gegenstück der Planeten-

bahnen von der Astronomie her kannte, haarscharf genau den theoretischen Berechnungen entsprechen.

Die Quantentheorie des Atombaus und der Spektrallinien war also in ihrer ersten Phase inkonsistent und anarchisch, sie benützte zur Beschreibung der Vorgänge Gesetze, die teils einander widersprachen, teils für bestimmte Vorgänge schlechterdings außer Kraft gesetzt wurden. Auf der anderen Seite aber hatte die ältere Quantentheorie gegenüber der späteren Entwicklung den unschätzbaren Vorteil der Anschaulichkeit und des Festhaltens an der Beschreibung in Raum und Zeit. Die elementaren Bestandteile der Materie, Elektron, Proton (und später Neutron), waren winzige Partikel mit wohlbekannter Masse und Ladung und mit Lineardimensionen in der Größenordnung von 10^{-13} cm; die Atome als Ganzes waren Mikroplanetensysteme, wobei man für die leichtesten Elemente wenigstens über Bahnradien und Umlaufzeiten ganz bestimmte Angaben machen konnte. Die Gesetzmäßigkeit war zwar an einzelnen Stellen unterbrochen, indem die Grundgesetze der klassischen Physik zum Teil völlig exakt, zum Teil gar nicht galten, aber alles spielte sich noch in dem uns wohlbekannten dreidimensionalen Raum und der eindimensionalen Zeit ab, wobei die von EINSTEIN und MINKOWSKI geforderte Verschmelzung zum R_4 der Welt nur für Bewegungen nahe der Lichtgeschwindigkeit eine Rolle spielt.

Auf dieses Naturbild, das dem menschlichen Vorstellungsvermögen so sehr entgegenkam, mußte man verzichten und Naturbeschreibungen viel größerer Abstraktheit in Kauf nehmen, als die große Revolution ausbrach, die mit SCHRÖDINGERS Wellenmechanik eingeleitet wurde.

8. Schrödinger und Heisenberg

Die zweite Phase in der Entwicklung der Quantentheorie, die in die Zeitperiode 1925 bis 1930 fällt, brachte an Stelle der Anarchie und des Flickwerks wieder Gesetzmäßigkeit und Konsistenz. Es wurden nicht nur die inneren Widersprüche, sondern auch gewisse Widersprüche mit der Erfahrung beseitigt, die der älteren Theorie noch anhafteten. Man hat neue, vorher verborgene Zusammenhänge zwischen atomaren Erscheinungen aufklären können, hat die Existenz neuer Teilchen vorhersagen können und gelangte schließlich durch die Weiterentwicklung zur Quantenelektrodynamik zu einem System von Gesetzen, die eine konsistente und vollständige Beschreibung der atomaren Vorgänge liefern, die sich außerhalb des Atomkerns abspielen. Hinsichtlich der Vorgänge innerhalb der Atomkerne selbst ist man allerdings heute noch lange nicht so weit, weil man über das Wesen und die Gesetze der Kernkräfte — die in die Gleichungen von SCHRÖDINGER, HEISENBERG, DIRAC usw. gar nicht eingehen — noch zu wenig weiß.

Der Preis, den die Physik von heute für den erzielten Fortschritt zu zahlen hat, ist allerdings erheblich. Er besteht einerseits in der mathematischen Verwickeltheit der Nach-SCHRÖDINGERschen Weiterentwicklung der Theorie. SCHRÖDINGERS Arbeiten selbst (bei deren Ent-

stehen übrigens der große Mathematiker Hermann Weyl Pate stand) waren in mathematischer Hinsicht von klassischer Schönheit und waren weniger verwickelt als manche Rechnung in der allgemeinen Relativitätstheorie. Während aber die Einsteinsche Theorie noch im wohlvertrauten Raum-Zeitkontinuum mit dem realen (wenn auch leicht gekrümmten) dreidimensionalen Raum operierte, mußte schon Schrödinger selbst den Schauplatz seiner Betrachtungen in einen fiktiven mehrdimensionalen Raum verlegen. Die Nachfolger und Vollender seiner Theorie haben dann ein Übriges getan um das System der Gesetze mathematisch reichlich verwickelt und abstrakt zu machen. Die Folge davon ist, daß heute mehr noch als vor fünfzig Jahren das Verständnis der zeitgenössischen theoretischen Physik zahlreichen Experimentalphysikern und Vertretern benachbarter naturwissenschaftlicher Fächer große Schwierigkeiten bereitet.

Die neue Entwicklung der Quantentheorie wurde durch zwei Vorstöße eingeleitet, die 1925 von Heisenberg und unabhängig von ihm bald darauf von Schrödinger unternommen wurden. Heisenberg ging dabei den rationellen, logisch scharf durchdachten Weg, während Schrödingers Wellenmechanik eher als das Ergebnis einer genialen Intuition erscheint, eines Geistesblitzes, der wie durch ein Wunder gelenkt gerade dorthin traf, wohin auch Heisenbergs wohlangelegter Weg führte.

Heisenberg ging von dem Grundsatz aus, daß eine Theorie über den Zusammenhang zwischen Atombau und Spektrallinien nur Beziehungen zwischen prinzipiell beobachtbaren Größen enthalten solle. Nun haben viele von den mit der Bohrschen Theorie errechneten Angaben über Elektronenbahnen und ihre Umlaufsfrequenzen, Durchmesser, Exzentrizitäten und Neigungen gar nichts mit dem zu tun, was man den direkten spektroskopischen Messungen entnehmen kann. Vielmehr sind die einer direkten Beobachtung zugänglichen Daten nur die Frequenzen, Intensitäten und Polarisationszustände der einzelnen Linien eines Spektrums. Weil ferner die Frequenzen sich gemäß Gl. (9) von den Differenzen der Energieniveaus der stationären Zustände nur durch den Faktor h unterscheiden, kann man auch die Energieniveaus als grundsätzlich beobachtbar betrachten.

Die von Heisenberg im Jahr 1925 unter Benützung der Matrizenrechnung aufgestellte Quantenmechanik ermöglichte es nun direkt die Frequenzen und Intensitäten der von einer Vielzahl gleichartiger Atome ausgesendeten Linienspektren aus den Eigenschaften des Modells zu berechnen, wobei es sogleich gelang, einige der älteren Bohrschen Theorie anhaftende Unstimmigkeiten mit der Erfahrung zu beseitigen. Im Jahr 1926 erschienen dann Schrödingers Arbeiten über die Wellenmechanik, die das Problem von einer ganz anderen Seite her anpackten, jedoch, wie sich bald herausstellte, zu genau den gleichen Ergebnissen hinsichtlich der physikalisch beobachtbaren Phänomene führten. Weil nun die in der Wellenmechanik verwendete Behandlung von Randwertproblemen partieller Differentialgleichungen den meisten Theoretikern

von zahlreichen Problemen der klassischen Physik her besser geläufig war als die Matrizenrechnung, erfolgte innerhalb des nächsten Jahrzehnts die Anwendung der neuen Quantentheorie mehr auf dem von SCHRÖDINGER angegebenen Weg, der sich in einzelnen Fällen auch als der praktisch besser gangbare erwies.

9. Broglie und die Materiewellen

Den Anstoß zu SCHRÖDINGERS Betrachtungen gab eine aus dem Jahr 1924 stammende und 1925 veröffentlichte Dissertation eines jungen Franzosen LOUIS DE BROGLIE, in der der Versuch gemacht wurde, die vom Lichtquant her bekannte Dualität Welle — Korpuskel umgekehrt auch auf Elementarpartikeln (Elektronen, Protonen usw.) auszudehnen. Wenn das Elektron neben seiner unzweifelhaft vorhandenen Partikelnatur auch Wellencharakter hätte, dann wäre es durchaus natürlich, ihm eine Frequenz ν zuzuordnen, die sich durch Kombination der allgemeingültigen Gl. (7) und (8) zu

$$\nu = \mu c^2/h \tag{10}$$

ergibt. μ bedeutet hier die Elektronenmasse, weil man den Buchstaben m in der Quantentheorie lieber ebenso wie n für eine ganze Zahl reserviert. BROGLIE zeigte nun, daß man sich ein mit der Geschwindigkeit v laufendes Elektron als eine Wellengruppe vorstellen könnte, wie sie in dispergierenden Medien durch Interferenz von mehreren für sich allein monochromatischen Wellen entsteht, deren Frequenzen innerhalb eines engen Intervalles $\Delta\nu$ um die durch Gl. (10) gegebene mittlere Frequenz liegen. Diese Wellen hat BROGLIE zunächst mit dem unverbindlichen Namen „ondes de phase", also Phasenwellen bezeichnet. In der Makrophysik kann man solche Wellengruppen sehr deutlich bei Wasserwellen beobachten, wobei man auch erkennt, daß die Gruppengeschwindigkeit v, mit der sich die Gruppe als Ganzes fortbewegt, sich von der Phasengeschwindigkeit u unterscheidet, mit der die Einzelwellen durch die Gruppe hindurchlaufen. Nach BROGLIE hat man die Geschwindigkeit v des Elektrons mit der Gruppengeschwindigkeit zu identifizieren, die wiederum mit der Phasengeschwindigkeit in dem Zusammenhang steht

$$u\,v = c^2, \tag{11}$$

wobei c wie immer die Vakuumlichtgeschwindigkeit bedeutet. Weil natürlich $v < c$ ist, ergibt sich für die Phasengeschwindigkeit $u > c$, was aber darum kein Widerspruch mit der Relativitätstheorie ist, weil die Phase einer stationären Welle selbst keine Energie transportiert und auch kein Signal befördern kann, während die Geschwindigkeit des Teilchens selbst durch die Gruppengeschwindigkeit $v < c$ dargestellt wird.

BROGLIE konnte ferner auf zwei Umstände hinweisen, die geeignet waren, das Interesse der Quantentheoretiker auf seine Spekulationen zu lenken:

1. Er konnte zeigen, daß die Übertragung der Vorstellung vom bewegten Teilchen auf den von ihm vorgeschlagenen Vorgang des Wanderns einer Wellengruppe dazu führt, daß das den mechanischen Vorgang beschreibende Hamiltonsche Prinzip der kleinsten Wirkung

$$\int \mu v ds = \text{Min.} \tag{12}$$

das ja nur eine andere Formulierung der Newtonschen Grundgesetze bildet, in das von der Optik her geläufige Fermatsche Prinzip von der kürzesten Laufzeit der Phasenwellen übergeht:

$$\int \frac{ds}{u} = \text{Min.} \tag{13}$$

2. Es stellte sich heraus, daß die Kreisbahnen unter den Quantenbahnen im Wasserstoffatom dadurch ausgezeichnet sind, daß ihre Umfänge genau ganzzahlige Vielfache der Wellenlängen der Phasenwellen sind, die den umlaufenden Elektronen zugeordnet sind.

Einen ersten direkten experimentellen Beweis für den Wellencharakter von Teilchenstrahlen brachten dann die 1927 publizierten Versuche von Davisson und Germer, die zeigen konnten, daß nicht nur (wie schon 1912 durch Laue nachgewiesen wurde) Röntgenstrahlen beim Durchgang durch Kristallgitter Interferenzerscheinungen erzeugen, sondern daß auch ein Bündel rasch laufender Elektronen (Kathodenstrahlen) sich unter geeigneten Versuchsbedingungen ebenso verhält. Dabei fand man für die Wellenlängen gerade den der Broglieschen Theorie entsprechenden Wert.

10. Die Schrödingergleichung

Broglies Dissertation hatte sehr interessante Zusammenhänge zwischen der Bewegung materieller Teilchen und dem Wandern von Wellengruppen aufgedeckt, aber noch keine Aussagen darüber geliefert, wie sich solche Materiewellen unter dem Einfluß von Kraftfeldern auf Teilchen entwickeln. Was bei Broglie noch fehlte, war eine Differentialgleichung des Wellenfeldes, welche die das Feld erzeugenden Größen als Parameter enthalten, ähnlich wie das die Maxwellschen Gleichungen für das elektromagnetische Feld tun. Schrödingers Leistung bestand nun darin, daß er

erstens, auf Grund sehr einfacher und einleuchtender Überlegungen eine Differentialgleichung für das Wellenfeld als Funktion der felderzeugenden Größen aufstellte,

zweitens eine Anweisung gab, wie man die Wellengleichung handhaben muß, um aus ihr die der Beobachtung zugänglichen Daten zu ermitteln.

Für den einfachsten Fall eines konservativen Systems, bei dem ein zeitlich konstantes Kraftfeld mit dem Potential $V(x, y, z)$ auf ein einzelnes Teilchen mit der Masse μ wirkt, ist die Schrödinger-Gleichung

für die Wellenfunktion $\psi(x, y, z, t)$ im nichtrelativistischen Fall gegeben durch

$$\Delta\psi + \frac{2\mu}{\hbar^2}(E - V)\psi = 0 \tag{14}$$

wobei ψ als eine periodische Funktion der Zeit mit der Frequenz ν vorausgesetzt ist. E ist die konstante Gesamtenergie des Systems.

Mit dem Ansatz

$$\psi(x, y, z, t) = f(x, y, z) \cdot e^{-2\pi i \nu t} \tag{15}$$

ergeben sich die von den Schwingungen der Saiten und Membranen her bekannten stehenden Wellen, deren Nullstellen die Knotenpunkte (bzw. Knotenlinien oder Knotenflächen im mehrdimensionalen Fall) des Wellenfeldes entsprechen. Hier konnte nun SCHRÖDINGER an die von der Elastizitätslehre und der Akustik her gut entwickelte Theorie der Randwertaufgaben partieller Differentialgleichungen anknüpfen und folgendes zeigen: Abgesehen von der trivialen Lösung $\psi = 0$ gibt es Lösungen, die den natürlichen Randwertbedingungen (Endlichkeit in endlichen Raumbereichen, Verschwinden im Unendlichen) genügen, zwar für beliebige positive, aber nur für bestimmte diskrete negative Werte von E. (Die willkürliche additive Konstante der Potentialfunktion V ist dabei wie üblich so festgelegt, daß V im Unendlichen verschwindet. Negative E-Werte sind daher die gerade für die Betrachtung des Einzelatoms interessanten, bei denen das Elektron im Endlichen bleibt, im Falle der KEPLER-Bewegung also in geschlossenen Bahnen, Ellipsen oder Kreisen, umläuft.) Die ausgezeichneten Werte von E, für die Lösungen mit geeigneteren Randwerten existieren, heißen bekanntlich die Eigenwerte und die zu diesen Eigenwerten gehörigen Lösungen $f(x, y, z)$ sind die Eigenfunktionen der Gl. (14). Den verschiedenen Eigenwerten der Energie, $E_1, E_2, \ldots$ (allgemein E_k), entsprechen dann gemäß Gl. (8) auch bestimmte diskrete Frequenzen $\nu_k = E_k/h$.

Es dürfte einer der erhebensten Momente im Leben SCHRÖDINGERS gewesen sein, als er entdeckte, daß die Eigenwerte seiner Gleichung im Falle des Wasserstoffatoms genau mit den Energiewerten übereinstimmten, die sich auch für die BOHRschen Quantenbahnen ergeben hatten. Es war damit klar, daß die neue Theorie unter Benützung der zweifellos beizubehaltenden Gl. (9) wieder die richtigen numerischen Werte für die Wellenlängen des Wasserstoffspektrums liefert. Den grundlegenden Erfolg der BOHRschen Theorie, nämlich die Entschlüsselung der Spektren der Einelektronensysteme, konnte die neugeborene Wellenmechanik daher sogleich auch für sich buchen. Sehr bald stellte sich dann noch ihre darüber hinausgehende Leistungsfähigkeit heraus, von der gleich später gesprochen werden soll. Das zunächst Bestechende war aber das Bild, das man sich vom Entstehen der Spektren machen konnte. An Stelle der stationären Zustände mit den auf den Quantenbahnen illegal ohne Strahlungsabgabe umlaufenden Elektronen hat man sich nun eine bestimmte Eigenschwingung, ein System stehender Wellen

zu denken, das den ganzen Raum um den Atomkern einhüllt. Dieses Wellenfeld weist bestimmte, für die jeweilige Eigenfunktion charakteristische Schwingungsknoten auf, ähnlich wie das bei schwingenden Membranen und auch bei tönenden Glocken der Fall ist. Je nach Art der Anregung kann sich bei solchen Schwingungserregern die eine oder die andere Eigenschwingung ausbilden. In vielen Fällen, die gerade bei Musikinstrumenten eine Rolle spielen, sind mehrere mögliche Eigenschwingungen (Partialschwingungen) gleichzeitig angeregt, aus deren Akkord sich dann der für das betreffende Instrument charakteristisehe Klang ergibt.

Die sinngemäße Übertragung dieser von der Akustik her bekannten Tatsachen auf die wellenmechanische Erklärung der Spektren erfolgt nach Schrödinger so, daß die stationären Zustände der Bohrschen Quantenbahnen ersetzt werden durch stehende Schwingungen der Wellenfunktion ψ. Ferner hat man sich an Stelle der Quantensprünge von einer stationären Bahn zur anderen vorzustellen, daß eine Eigenschwingung von der Energie E_n allmählich in eine von der Energie E_m übergeht, wobei während des Abklingens der einen und des Aufschaukelns der anderen Teilschwingung die Energiedifferenz in Form einer elektromagnetischen Welle ausgestrahlt wird, deren Frequenz mit der Schwebungsfrequenz der beiden ψ-Wellen übereinstimmt.

Schrödinger konnte nun weiter zeigen, daß durch eine einfache Interpretation der (bei Broglie noch ganz unbestimmt gelassenen) physikalischen Bedeutung der Wellenfunktion ψ jenes seit 1913 bestandene Rätsel aufgeklärt werden könnte, daß in den stationären Zuständen des Atoms Elektronen umlaufen, ohne Strahlung zu emittieren, während der Quantensprung mit Strahlungsemission verbunden sein sollte, deren Frequenz durch die Gl. (9) gegeben ist, ohne daß man etwas Bestimmtes über den mechanischen Ablauf des Überganges wußte. Der Widerspruch mit der klassischen Elektrodynamik kann nun nach Schrödinger — zumindest für das Einelektronensystem — dadurch zum Verschwinden gebracht werden, daß man die ψ-Funktion mit der elektrischen Ladungsdichte ϱ durch die Gleichung

$$e\,\psi\,\psi^* = \varrho \tag{16}$$

verknüpft. ψ^* ist dabei der konjugiert komplexe Wert von ψ und e die Elektronenladung. Daher bedeutet die Gl. (16), daß die Ladungsdichte durch das Produkt aus e und dem Quadrat des Absolutbetrages von ψ gegeben ist. Da wegen der Homogenität der Gl. (14) die Funktion ψ nur bis auf einen willkürlichen konstanten Faktor bestimmt ist, muß ihr Wert noch durch eine Normierungsbedingung festgelegt werden, die im Falle des Einelektronensystems einfach lautet

$$\int \psi\,\psi^*\,d\tau = 1. \tag{17}$$

An Stelle des kreisenden, fast punktförmigen Elektrons tritt in diesem Bilde die über die ganze Umgebung des Kerns verschmierte Ladung,

deren Dichte für die einzeln stehenden Wellen infolge der Definitionsgleichung (16) und wegen

$$e^{2\pi i \nu t} \cdot e^{-2\pi i \nu t} = 1$$

zeitlich konstant ist. Aus diesem Grunde ist auch nach der klassischen Elektrodynamik von den einzelnen durch je eine Eigenfunktion gegebenen stationären Zuständen keine Strahlungsemission zu erwarten. Wenn sich dagegen zwei Schwingungen mit voneinander verschiedenen Energie-Eigenwerten E_n und E_m überlagern, heben sich in dem Produkt $\psi\,\psi^*$ die zeitabhängigen Glieder nicht gegenseitig auf und es bleibt eine zeitlich periodische Veränderlichkeit mit der Frequenz

$$\nu = \nu_n - \nu_m = (E_n - E_m)/h \tag{18}$$

übrig, die sowohl in Einklang mit der MAXWELLschen Theorie wie auch entsprechend der BOHRschen Frequenzbedingung (9) eine Strahlung gerade dieser Frequenz verursacht.

Diese Betrachtungen, die schon aus SCHÖDINGERS ersten Publikationen über Wellenmechanik stammen, waren geeignet, die Hoffnung zu erwecken, daß man eine konsistente und vollständige Beschreibung nach Art der makroskopischen Feldphysik auch für die atomaren Vorgänge aufstellen könnte. Das hätte also bedeutet: So wie man in der Astronomie durch Kenntnis des Schwerefelds in jedem einzelnen Punkt des dreidimensionalen Raums und durch Kenntnis der Koordinaten und Geschwindigkeiten der einzelnen in diesem Feld bewegten Körper den gesamten weiteren Bewegungsverlauf berechnen könnte, würde man auch im atomaren Bereich die Vorgänge eindeutig und für ihre Vorausberechnung hinreichend beschreiben können, indem man die elektromagnetischen Feldstärken und dazu die ψ-Werte für die einzelnen Atome als Funktionen der drei räumlichen Koordinaten und der Zeit angibt.

Diese Hoffnung eines möglichen Ausbaus einer Art klassischer Feldphysik auf das atomare Geschehen hat sich aber nun nicht erfüllt. Man wäre im Rahmen einer Feldphysik geblieben, wenn die Erweiterung der Wellenmechanik auf Mehrelektronensysteme sich so vollzogen hätte, daß man für jedes einzelne Elektron im Atom eine eigene ψ-Welle als Funktion von x, y, z und t angeben könnte. Statt dessen enthält aber die zu brauchbaren Ergebnissen führende Wellengleichung für ein n-Elektronensystem auch nur eine einzige abhängige Variable ψ, die aber als Funktion von $3n$ unabhängigen Koordinaten, nämlich $x_1, y_1, z_1, x_2 \ldots y_n, z_n$ und t zu bestimmen ist. Mit anderen Worten: Die stehenden Schwingungen, die einen bestimmten stationären Zustand des Atoms repräsentieren, spielen sich gar nicht in unserem realen physikalischen dreidimensionalen Raum ab, sondern in dem rein fiktiven vieldimensionalen „Konfigurationsraum", der ja schon bei den statistischen Betrachtungen von MAXWELL, BOLTZMANN und GIBBS verwendet worden war. Für ein System von n Partikeln hat er $3n$ Dimensionen.

Eine Theorie dieser Art bedeutet eine Absage und einen Verzicht auf eine feldphysikalische Darstellung des atomaren Geschehens in Raum und Zeit. Man hat daher auch schweren Herzens die sehr einleuchtende Vorstellung einer kontinuierlichen Ladungsverteilung gemäß Gl. (16) zugunsten einer statistischen Deutung dieser Gleichung aufgegeben. Was damit konkret gemeint ist, sei hier am Beispiel eines Zweielektronensystems, zum Beispiele des neutralen Heliums oder des einfach ionisierten Li^+ erläutert. Es sei $\psi(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, t)$ eine zu einem bestimmten Zustand gehörige Eigenfunktion der Wellengleichung, dann bedeutet der zugehörige Ausdruck für die Dichte $e\,\psi\,\psi^*$ die Wahrscheinlichkeit dafür, daß man zum Zeitpunkt t das eine Elektron an der Stelle $x_1\ y_1\ z_1$ und das andere gleichzeitig an der Stelle $x_2\ y_2\ z_2$ antrifft. An Stelle einer bestimmten Aussage, daß an irgendeinem Ort eine genau berechenbare Quantität einer Ladungsdichte vorhanden sei, tritt die mehr verschwommene Aussage über die Wahrscheinlichkeit des Vorhandenseins oder Nichtvorhandenseins eines Teilchens.

An sich ist diese Art der Darstellung im atomaren Bereich gar nicht neu, sondern entspricht einfach den Methoden der Maxwell-Boltzmannschen Molekularstatistik. Nehmen wir nur das ganz elementare Problem der Dichteverteilung in der Atmosphäre, die ja bekanntlich bei konstanter Temperatur durch die barometrische Höhenformel gegeben ist. Mit makroskopischen Maßstäben gemessen wird die Dichte in irgendeinem Niveau von der Höhe über dem Meeresspiegel abhängig sein und den gleichen Wert haben, ob man sie nun in Kilogramm je Kubikdezimeter oder in Gramm je Kubikzentimeter ausdrückt. Würde man aber die Dichte in immer kleineren Volumelementen zu bestimmen suchen, so würde sich bei Annäherung an die molekularen Dimensionen allmählich Schwankungen zeigen und für einen Würfel von 10^{-8} cm Seitenlänge könnte man schließlich überhaupt nicht mehr von einer Luftdichte sprechen, sondern nur von der Wahrscheinlichkeit, daß sich in ihm ein Molekül befindet oder nicht.

11. Die Heisenbergsche Unschärferelation

Mit der statistischen Deutung von ψ nähert man sich also wieder ein wenig dem vor Broglie und Schrödinger bestandenen Zustand der Naturbeschreibung, in dem die Atome und ihre Bestandteile durch winzige Partikel repräsentiert waren. Aber die Rückkehr war nicht hundertprozentig, weil man es in der Wellenmechanik nicht mehr mit scharf abgegrenzten Partikeln, sondern mit Wellengruppen zu tun hat, die bei endlicher räumlicher Ausdehnung ohne scharfe Begrenzung allmählich in den leeren Außenraum übergehen. Dementsprechend läßt sich ein Elementarteilchen auch nicht absolut scharf lokalisieren, wie man das noch hätte erwarten können, wenn die Teilchen die Gestalt von Kügelchen hätten, deren Lage durch Angabe der Koordinaten des Mittelpunktes mathematisch exakt festgelegt werden könnte. Ja selbst unter der Fiktion des Zutreffens der älteren Partikelvorstellung wäre

es nie möglich, sowohl die Lage wie auch die Geschwindigkeit eines Teilchens — oder anders ausgedrückt seine Koordinaten und Impulse — gleichzeitig mit absoluter Genauigkeit zu messen. Denn zur Bestimmung der Lage muß man das Teilchen anvisieren, was bei Verwendung von sichtbarem Licht bestenfalls mit einer Unschärfe von der Größenordnung einer Lichtwellenlänge, das ist rund $5 \cdot 10^{-5}$ cm, ginge. Zur Erzielung größerer Genauigkeit der Lagemessung müßte man kurzwelligere Strahlung, also Photonen höherer Frequenz und größerer Energie $h\nu$ verwenden. Nun weiß man aber von dem in den Zwanzigerjahren entdeckten COMPTON-Effekt her, daß Photonen beim Zusammenstoß mit einem Elementarteilchen entsprechend den mechanischen Stoßgesetzen einen Teil ihres Impulses $h\nu/c$ an das Teilchen abgeben, es also wie beim Zusammenstoß zwischen Billardkugeln in Bewegung setzen. Je kürzer die Wellenlänge und je genauer also die mögliche Lagebestimmung, desto größer ist die Frequenz ν und damit der Impuls des Photons und die Bewegungsänderung des getroffenen Teilchens. Durch den Versuch einer genauen Lokalisierung des Teilchens wird sich also während des Meßvorganges selbst sein Impuls ändern, so daß dessen völlig exakte Messung nicht möglich ist. (Es ist ein bißchen ähnlich wie wenn man einen im Dunkeln sitzenden Nachtvogel genau anvisieren wollte und ihn dazu mit einer Blendlaterne anleuchtet, worauf der Vogel davonfliegt.) Wollte man dagegen den Bewegungs- oder Ruhezustand des Teilchens möglichst wenig ändern, so hätte man Photonen kleinerer Energie, also größerer Wellenlänge zu verwenden, wodurch wieder die Lagebestimmung ungenau ausfällt. Diese Reziprozität der Meßfehler in der Bestimmung von Lage und Impuls eines Teilchens wird durch die HEISENBERGsche Unschärferelation

$$\Delta q \cdot \Delta p \geqq \hbar \tag{19}$$

ausgedrückt, wobei Δq und Δp die Meßfehler in den Koordinaten bzw. Impulsen des Teilchens bedeuten und $\hbar$ die Abkürzung für $h/2\pi$ ist. Die Ungleichung (19) ist eine der grundsätzlich wichtigsten Beziehungen, die sich sowohl aus der von SCHRÖDINGER gegebenen wellenmechanischen Fassung der Quantentheorie wie auch aus dem HEISENBERGschen Matrizenformalismus herleiten läßt. Daß das Ergebnis irgendeiner physikalischen Messung durch den Akt des Messens selbst, also durch den Eingriff des Beobachters beeinflußt und gegebenenfalls stark gefälscht werden kann, hat man immer schon gewußt. Man denke sich ein kleines Quantum einer Flüssigkeit in einer Eprouvette. Wenn man zur Messung der Temperatur ein Thermometer einführt, dessen Wärmekapazität vergleichbar oder noch größer ist als die der Flüssigkeit, dann wird beim Temperaturausgleich zwischen Flüssigkeit und Thermometer der Flüssigkeit Wärme entzogen oder zugeführt werden, so daß gar nicht die ursprüngliche ungestörte Temperatur gemessen wird. Diese Verfälschung des Meßergebnisses durch den Eingriff des Messens selbst kann durch Verfeinerung und Verkleinerung des Meßinstrumentes herabgesetzt werden. Aber dafür gibt es im atomaren Bereich eine nicht

unterschreitbare untere Grenze, die eben durch die Heisenbergsche Unschärferelation (19) gegeben ist.

Da in der vierdimensionalen Schreibweise der speziellen Relativitätstheorie die drei räumlichen Komponenten des Impulses zusammen mit der Energie einen Vierervektor bilden und da für die drei räumlichen Koordinaten und die Zeitkoordinate zusammen das gleiche gilt, gibt es zu der auf die räumlichen Koordinaten bezogenen Ungleichung (19) noch eine vierte Komponente

$$\Delta t \cdot \Delta E \geqslant \hbar, \tag{20}$$

die namentlich in der Kernphysik eine wichtige Rolle spielt. Sie besagt, daß der Meßfehler ΔE der Energie um so größer wird, je kleiner das Zeitintervall ist, für das man den Wert von E bestimmen will.

Die einerseits körnige und gleichzeitig wellenartige Struktur in Mikrobereichen der Materie macht sich natürlich im Gebiete der Kernphysik und noch mehr in dem der hochenergetischen Teilchen besonders deutlich bemerkbar. Auf Grund der Gesetze von der Erhaltung der Energie und der Erhaltung der Materie — die ja auf Grund des Einsteinschen Gesetzes $E = m\,c^2$ in eines verschmelzen — wäre zu erwarten, daß ein sich selbst überlassenes Teilchen dauernd exakt die gleiche Masse und gleiche Energie behält. Das gilt aber nur innerhalb jener Grenzen der Exaktheit, die durch die Unschärferelation (20) festgelegt sind. Für extrem kurze Zeitintervalle δt können Abweichungen der Energie des Teilchens vom Durchschnittswert eintreten, die unbeobachtbar bleiben, so lange δE kleiner ist als der kleinste Meßfehler, der durch (20) bei Verwendung des Gleichheitszeichens gegeben ist. Nun scheinen die Elementarteilchen sich wirklich so zu benehmen wie schlimme Kinder, die in unbeobachtetem Zustand böse Streiche spielen, derart daß jene Abweichungen der Energie und damit auch der Masse, die unterhalb der durch (20) gegebenen Beobachtbarkeitsgrenze liegen, auch tatsächlich eintreten. Man könnte das Verhalten der Elementarteilchen hinsichtlich ihrer Energie und Masse auch mit dem eines leichtfertigen Kassiers vergleichen, dessen Kassengebarung zwar jeweils am Monatsende stimmt, in der Zwischenzeit aber Unregelmäßigkeiten oder unverbuchte Einnahmen und Ausgaben zuläßt.

12. Der Tunneleffekt und der Alpha-Zerfall

Die theoretische Vorhersage eines derartigen Verhaltens hatte sich aus der Wellenmechanik ergeben, als man aus ihr den sogenannten Tunneleffekt herleitete. Um ihn zu verstehen, betrachten wir zunächst einen makroskopischen Versuch. Man stelle sich eine glatte Rinne vor, die im irdischen Schwerefeld bis zu einem Höhepunkt ansteigt und dahinter wieder abfällt. Wir lassen nun kleine Kugeln mit verschiedenen Geschwindigkeiten diese Rinne entlanglaufen. Dann ist es nach den Gesetzen der Makromechanik völlig klar, daß jene Kugeln den Höhepunkt der Rinne erreichen oder überschreiten werden, deren kinetische Energie gleich oder größer ist als die potentielle Energie im Höhepunkt, während die mit kleinerer Energie vor dem Gipfel stehen bleiben und

wieder zurückrollen werden. Hier gibt es also nur ein entweder-oder mit einer scharf definierten Grenze dazwischen.

Das atomare Gegenstück zu diesem Versuch würde darin bestehen, daß man geladene Partikeln, z. B. Elektronen, Protonen oder Alpha-Teilchen mit verschiedenen kinetischen Energien gegen ein verzögerndes elektrisches Feld schießt, also bildlich gesprochen gegen einen Potentialberg anlaufen läßt. Nach der klassischen Theorie verhält es sich in diesem Fall genau so wie bei dem mechanischen Beispiel mit der Rinne. Die Höhe des Potentialberges bildet eine scharfe Grenze, derart, daß die Teilchen mit größerer Energie durchgelassen und die mit kleinerer unwiderruflich abgestoppt und zurückgewiesen werden.

Behandelt man aber den Fall nach der Wellenmechanik, so ergibt sich etwas, das man schon von der Wellenoptik her kennt. Man weiß schon lange, daß bei der Totalreflexion, z. B. an der Grenze Wasser-Luft oder Glas-Luft die Wellenerregung an der Trennungsfläche bei Überschreiten eines bestimmten Einfallswinkels nicht einfach umkehrt, sondern bis zu einer gewissen, wenn auch geringen, Tiefe in das zweite Medium übertritt. Behandelt man nun das oben geschilderte Problem des Anlaufens von Teilchen gegen einen Potentialwall nach den Methoden der Wellenmechanik, dann hat man die der Größe $\psi\,\psi^*$ proportionale Wahrscheinlichkeit für die Anwesenheit des Teilchens auf der jenseits des Potentialbergs gelegenen Seite auszurechnen und findet, daß sie auch dann nicht exakt gleich Null wird, wenn die Partikelenergie zum Überschreiten des Berges gar nicht ausreicht. Es bleibt vielmehr eine endliche Wahrscheinlichkeit, die allerdings sehr rasch, nämlich exponentiell mit dem Fehlbetrag der Energie abnimmt. Der Potentialberg verhält sich daher so, als wäre für die Teilchen, deren Energie nur um einen kleinen Betrag zu gering ist, ein Tunnel unter dem Gipfel vorgesehen, durch den sie durchschlüpfen können. Daher der Name Tunneleffekt.

Zu gleichen Ergebnissen kommt man auch auf Grund der Unschärferelation. Das Teilchen, das dem Höhepunkt des Potentialbergs nahekommt, ihn aber mangels Energievorrat nicht erreichen kann wie ein Auto, dem vor der Paßhöhe das Benzin ausgeht, kann sich für ganz kurze Zeit δt einen Energiebetrag δE ausborgen, den es nach Überschreitung der Höhe wieder zurückgibt. Wenn der Fehlbetrag δE und die Zeit zum Überschreiten δt kleiner sind als die kleinsten durch die Unschärferelation zugelassenen Meßfehler, dann kann der Schwindel mit der ausgeborgten Energie nicht aufgedeckt werden und wird daher auch tatsächlich in einem gewissen Prozentsatz der Fälle verübt. Das Teilchen befindet sich ja in einer günstigeren Lage als das steckengebliebene Auto, das zwar bei der Bergfahrt Benzin verbraucht, aber bei der Talfahrt nicht wieder Benzin produziert. Im Gegensatz dazu gewinnt das Teilchen bei der Talfahrt jenseits des Potentialbergs wieder Energie, so daß es den Debetsaldo ausgleichen kann. Im weiteren Verlauf der Bahn wird es dann gerade die Energie haben, die es beim Herabrollen vom Niveau jenes fiktiven Tunnels bekommt, der sich an der

Stelle des Berges aufgetan hätte, die er mit der ihm rechtmäßig gehörigen Energie E erklommen hatte. Das mag alles sehr phantastisch und spekulativ klingen, ist aber durchaus ernst zu nehmen. Schon drei Jahre nach der Aufstellung der Wellenmechanik durch Schrödinger ist der aus ihr hergeleitete Tunneleffekt zur Erklärung des α-Zerfalls der radioaktiven Elemente herangezogen worden. In einem aus Protonen und Neutronen zusammengesetzten Atomkern wirken die Kernkräfte anziehend, die elektrostatischen Kräfte zwischen den Protonen dagegen abstoßend. Dadurch entsteht eine Potentialverteilung, deren mechanisch-makroskopisches Gegenstück man sich vorstellen könnte als eine von einem Ringwall umgebene tiefe Bodenmulde, in der Kügelchen in lebhafter Bewegung durcheinanderlaufen. Jene von den Kugeln, die genügende kinetische Energie haben, können längs der Muldenwand hoch genug hinauflaufen, den Ringwall überschreiten und beim Herunterlaufen an der Außenseite zusätzliche kinetische Energie erlangen, um mit einer gewissen Geschwindigkeit in den Außenraum vorzustoßen.

Würden nun die Kernbestandteile eines Atoms genügende Energie haben um den Potentialwall aus eigener Kraft zu überschreiten, so würde der Kern bei der überaus lebhaften Bewegung, die in ihm vorgeht, in unmeßbar kurzer Zeit zerfallen und daher praktisch überhaupt nicht existieren. Bei jenen radioaktiven Elementen, die eine meßbare Halbwertszeit besitzen, muß daher eine Wirkung existieren, die das Überschreiten des Potentialwalls verzögert, ihn aber nicht unmöglich macht. Die dafür geeignete Erklärung war die, daß die Nukleonen — die bei den schwereren Elementen schon in Form von Alpha-Teilchen paketiert sind — zwar nicht die genügende Energie haben um zu entkommen, daß aber bei jenen Kernen, die radioaktiven Zerfall zeigen, der Fehlbetrag so gering ist, daß der Tunneleffekt eine gewisse Wahrscheinlichkeit für den Austritt offen läßt. Je größer der Fehlbetrag, desto geringer die Wahrscheinlichkeit und desto größer die Halbwertszeit des betreffenden Elementes. Gamow einerseits und unabhängig von ihm Gurney und Condon haben 1928 die Theorie des α-Zerfalls auf Grund des wellenmechanischen Tunneleffekts entwickelt und gezeigt, daß sich aus ihr die schon lange experimentell gefundene Geiger-Nuttallsche Beziehung zwischen Lebensdauer und Reichweite der α-Strahlen herleiten läßt.

Unabhängig davon haben auch Experimente mit Kernzusammenstößen die Wirkung des Tunneleffekts in quantitativ richtiger Übereinstimmung mit der Theorie erwiesen, so daß über das Zutreffen dieser Folgerung aus der Wellenmechanik kein Zweifel mehr besteht.

13. Die Austauschkräfte und die homöopolaren Bindungen

In Kapitel 7 war schon angedeutet worden, wie man auf Grund der Bohr-Kosselschen Vorstellungen das Zustandekommen der *heteropolaren* Bindungen als Ergebnis der elektrischen Anziehung zwischen Ionen ungleichen Vorzeichens verstehen kann. Was aber vor der Auf-

stellung der Wellenmechanik nicht gelungen war, das war die Erklärung der *homöopolaren* Verbindungen, also die Anziehung zwischen neutralen Atomen oder Molekülen. Wir erläutern das hier an dem einfachsten Fall des Wasserstoffmoleküls H_2, über dessen Eigenschaften man schon lange aus experimentellen Untersuchungen genau Bescheid weiß. Gemäß den Vorstellungen der BOHRschen Theorie besteht es aus zwei, in bestimmtem Abstand voneinander befindlichen Kernen (die im Falle des Wasserstoffs bekanntlich mit den Protonen identisch sind) und aus zwei Elektronen, die unter dem Einfluß ihrer gegenseitigen Abstoßung und der Anziehung durch die Kerne irgendwelche recht verwickelte Bahnen beschreiben. Der Abstand der beiden Kerne beträgt $0{,}76 \cdot 10^{-8}$ cm und die Dissoziationsarbeit, die man aufwenden muß um die beiden H-Atome wieder voneinander zu trennen, ist 4,3 Elektronvolt. Da jedes der beiden H-Atome für sich neutral ist, versteht man zunächst nicht, wieso man die Bindungskräfte auf elektrische Anziehung zurückführen kann. Diese Bindungskräfte sind ja, wie man von der Dissoziationsarbeit weiß, gar nicht so gering. Denn 4,3 eV je Molekül bedeutet, daß zur Dissoziation von 1 Mol = 2 Gramm eine Arbeit von 99 kcal oder 42 300 kgm aufgewendet werden muß.

Andererseits wäre es unbefriedigend gewesen, die homöopolaren Bindungen auf das Wirken eigener, bisher unbekannter Kräfte zurückführen zu müssen, nachdem sich schon die heteropolaren Bindungskräfte so einfach durch die elektrische Anziehung zwischen entgegengesetzt geladenen Ionen erklären ließen. Einen ersten Fingerzeig hatte nun die KOSSELsche Hypothese von der Tendenz zur Ausbildung der bevorzugten Edelgaskonfiguration gegeben. Man denke sich zwei neutrale Wasserstoffatome, bestehend aus je einem Proton und je einem um sein Proton umlaufenden Elektron, einander genähert. Man könnte sich nun vorstellen, daß dabei etwas Ähnliches geschehen wird wie beim ersten Schritt der Bildung eines NaCl-Moleküls, daß nämlich der eine Kern dem zweiten sein Elektron wegschnappt und sich dadurch eine volle K-Schale nach Art des Heliumatoms aneignet. Es wird auf diese Weise zu einem H^--Ion, während das andere, nunmehr nackte Proton an sich natürlich ein H^+-Ion ist. Nach dieser Auffassung wäre dann auch das H_2-Molekül eine Art heteropolare Verbindung. Das Unbefriedigende an dieser Auffassung ist, daß ein zuerst völlig symmetrischer Zustand in einen asymmetrischen übergehen soll, von dem man weder im chemischen noch im gaskinetischen Verhalten des Wasserstoffmoleküls je etwas bemerkt hat. Außerdem sieht man keinen zureichenden Grund, warum sich das eine Proton bei der Rauferei um die Heliumkonfiguration als der Stärkere erweisen sollte. Eher ließe sich noch verstehen, daß beide Elektronen abwechselnd um den einen und den anderen Kern ihren der Heliumkonfiguration entsprechenden Reigen aufführen.

Man hat nun nach Aufstellung der Wellenmechanik das mathematisch recht komplizierte Mehrkörperproblem des Wasserstoffmoleküls angepackt, indem man es mit Hilfe der Methoden der Störungsrechnung

behandelte. Bezeichnet man die Koordinaten der beiden Elektronen mit $x_1\ y_1\ z_1$ bzw. $x_2\ y_2\ z_2$, so erhält man als Lösungen der Wellengleichung gewisse Eigenfunktionen $\psi_k(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, t)$ und dazu Eigenwerte E_k, die alle noch von dem gegenseitigen Abstand a der beiden Kerne abhängig sind. Der jeweils tiefste Eigenwert E_1 gibt die Energie des Grundzustands, also des nichtangeregten Zustands des Moleküls H_2 an. (In Wirklichkeit sind alle Zustände durch mehr als eine Quantenzahl gekennzeichnet, aber dies spielt für die hier angestellten grundsätzlichen Erwägungen keine Rolle.) Die Rechnung zeigt nun, daß die Energie außer von den Quantenzahlen noch vom Abstand a der beiden Kerne abhängt. Die uns interessierende Energie des Grundzustands nimmt, wie die Rechnung zeigt, mit abnehmendem Kernabstand ab, was das Vorhandensein einer anziehenden Kraft bedeutet, und erreicht bei $a = 0{,}75 \cdot 10^{-8}$ cm ein Minimum. Das bedeutet, daß beide H-Atome, sobald sie einander nahe genug gekommen sind um in Wechselwirkung zu treten, einander anziehen, bis bei einem Kernabstand von dreiviertel Angströmeinheiten die Anziehung wieder in eine Abstoßung übergeht. Es wird also ein stabiles Gleichgewicht bei einem Kernabstand erreicht, dessen theoretischer Wert nur um ein Prozent kleiner ist als jener, den man vorher schon durch geeignete Experimente ermittelt hatte. Der zugehörige Energiewert gibt dann die Dissoziationsarbeit je Molekül. Hier ist die Übereinstimmung mit den experimentellen Werten weniger gut als hinsichtlich des Kernabstandes, aber die Abweichung ist noch so gering, daß sie keineswegs als ein Versagen der Theorie aufgefaßt werden könnte.

Aus den zugehörigen Eigenfunktionen kann man sich durch Bildung von $\psi\ \psi^*$ die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der beiden Elektronen im Raum zwischen und um die beiden Kerne ausrechnen, wobei man findet, daß das ursprünglich mit dem ersten Kern in das Molekül gebrachte Elektron sich im Durchschnitt ebenso oft in der Nähe des zweiten Kernes befindet wie in der des ersten. Die wellenmechanische Behandlung des Problems führt also zwangsläufig in die Richtung eines Elektronenaustausches, wie oben in Anschluß an die Bohr-Kosselschen Vorstellungen angedeutet wurde. Man hat daher auch jene Kräfte, die sich nach den wellenmechanischen Berechnungen zwischen neutralen Atomen ergeben und mit zeitweiligem Elektronenaustausch verbunden sind, *als Austauschkräfte* bezeichnet. Ihr Auftreten wurde hier an dem einfachsten Beispiel des Wasserstoffmoleküls erläutert; sie spielen aber bei allen homöopolaren Verbindungen und namentlich auch bei der Bildung von Kristallgittern, die keine Ionengitter sind, eine Rolle.

Auch für die im Inneren der Atomkerne selbst herrschenden Kräfte wird man, sobald einmal genaueres darüber bekannt ist, die Wirkung von Austauschkräften in Rechnung ziehen müssen. Für die innernuklearen Vorgänge werden dann die Mesonen als Träger der Austauschkräfte die gleiche Rolle spielen wie die Elektronen im Molekül.

14. Die Nicht-Identifizierbarkeit der Elementarteilchen

Bei den Elementarteilchen mit unbeschränkt langer Lebensdauer wie Protonen und Elektronen wäre die Vorstellung ganz natürlich, daß ein allwissender Geist die Lebensgeschichte eines einzelnen individuellen Teilchens, das ja unsterblich ist, unbeschränkt lange verfolgen könnte, obwohl natürlich irgendein Elektron inzwischen seine Bindung an einen bestimmten Kern verloren haben kann. In jedem Kubikzentimeter irgendeines Gases treten mit Häufigkeiten, die durch vielstellige Zahlen gegeben sind, molekulare und atomare Zusammenstöße auf und nach dem oben Gesagten könnte man sich vorstellen, daß unter anderem folgendes passiert: Zwei aneinanderstoßende Wasserstoffatome bilden zusammen ein H_2-Molekül, das bei hoher Temperatur später wieder dissoziiert. Beim Auseinandergehen nimmt sich nun jeder Kern jenes Elektron mit, das vor dem Eingehen in die Verbindung zum anderen Kern gehörte, so als ob zwei Männer, die miteinander speisten, beim Weggehen ihre Hüte vertauschten. Etwas derartiges könnte auch geschehen, wenn (was allerdings nur extrem selten vorkommen kann) zwei makroskopische Planetensysteme eine so nahe Begegnung erleben, daß ihre Planetenbahnen zeitweise ineinandergreifen, wobei beim Wiederauseinandergehen einer der Planeten im Anziehungsbereich des fremden Zentralkörpers hängen bleibt und von ihm fortgeführt wird. In diesem astronomischen Fall besteht wohl kein Zweifel, daß die Vertauschung für irgendwelche Zuschauer klar erkennbar wäre. Wenn z. B. irdische Beobachter eine solche kosmische Katastrophe überleben, würden sie feststellen können, daß bei der Trennung z. B. der Planet Mars abhanden kam, während ein fremder Planet zurückgelassen wurde.

Aus der Wellenmechanik ergibt sich nun, daß derartige Feststellungen bei atomaren Teilchen nie gemacht werden können. Das liegt nicht allein darin, daß ein Elektron dem andern viel vollkommener gleich ist als ein Ei dem andern, sondern hat seine Ursache auch in einem Grund, der gerade für die Wellenmechanik charakteristisch ist. Bezeichnet man in dem hier immer wieder herangezogenen Beispiel des H_2-Moleküls mit p_1 und p_2 die beiden als Kerne fungierenden Protonen und mit e_1 und e_2 die beiden Elektronen, so wurde schon früher gesagt, daß die beiden Fälle

$$\begin{aligned} & e_1 \text{ nahe bei } p_1; \quad e_2 \text{ nahe bei } p_2 \\ \text{und} \quad & e_1 \text{ nahe bei } p_2; \quad e_2 \text{ nahe bei } p_1 \end{aligned}$$

die gleiche Wahrscheinlichkeit besitzen. Darüber hinaus ergibt sich aber aus der Wellenmechanik noch, daß diese beiden Fälle nicht nur gleich wahrscheinlich sind, sondern in der Statistik überhaupt nicht als verschiedene Fälle gezählt werden dürfen.

Für gewisse thermodynamische Probleme muß man nämlich Statistiken darüber anstellen, wieviel verschiedene Atomkonfigurationen einen und denselben Makrozustand realisieren können. Da stellt sich nun heraus, daß man bei diesen Abzählungen zwei Zustände, die sich nur dadurch unterscheiden, daß man zwei individuelle Elektronen mit-

einander vertauscht hat, nur einmal in Rechnung ziehen darf. Würde man sie als verschiedene Zustände zweimal in die Abzählung aufnehmen, so erhielte man ein falsches Ergebnis.

Mit der Erlangung eines Wellencharakters verliert also das Elektron nun auch seine Individualität; der Begriff der „Dasselbigkeit" hört auf für das Elementarteilchen zu existieren. Eine Aussage wie die „bei der Dissoziation eines Wasserstoffmoleküls hat sich jeder Kern sein eigenes Elektron, das er in die Ehe mitgebracht hatte, wieder mitgenommen" oder „er hat es gegen das andere vertauscht" ist weder richtig noch falsch, sondern verliert nur überhaupt ihren Sinn. Man kann ja auch bei einem System von stehenden Wellen in einem Wasserbecken nicht von irgendeinem einzelnen Wellenzug wie von einem identifizierbaren Individuum sprechen.

15. Die neue Physik

Die auf Schrödingers Wellenmechanik fußende neue Entwicklung der Quantentheorie ist mit den Namen Dirac, Heisenberg, Born, Pauli, Jordan und anderen verknüpft. Eine Darstellung dieses sehr umfangreichen und verwickelten Wissenszweigs fällt nicht mehr in den Rahmen der vorliegenden Arbeit. Es sei nur erwähnt, daß diese Entwicklung von der Quantenelektrodynamik gekrönt und vorläufig zum Abschluß gebracht wurde. Damit besitzt man nun eine Theorie, die in allen Gebieten, auf die man den schwierigen Rechenapparat bisher anzuwenden vermochte, die Vorgänge *außerhalb* der Atomkerne richtig zu beschreiben scheint. Die Fruchtbarkeit der neuen Physik sieht man an den in den vorangegangenen Kapiteln skizzierten neuartigen Erkenntnissen, die sich schon aus der ursprünglichen Fassung der Wellenmechanik ergeben hatten. Dirac hat dann den ersten entscheidenden Schritt über Schrödinger hinaus getan, indem er einen wellenmechanischen Formalismus erdachte, der zum Unterschied von der ursprünglichen Wellengleichung (14) Lorentz-invariant ist, also das Postulat der speziellen Relativitätstheorie erfüllt. Die aus diesem Formalismus hervorgegangene „Löchertheorie" gestattete einerseits die Vorhersage der Existenz neuer Elementarteilchen und führte unter anderem auch zu Einsichten in das Wesen der Leiter und Halbleiter, die praktisch wichtige Ergebnisse zeitigten. Man hat das Positron entdeckt und etwa ein halbes Jahrzehnt später das von Yukawa aus theoretischen Betrachtungen vorhergesagte Meson, dann kam das Antiproton und andere Antiteilchen wie das Antineutron und das Antineutrino, lauter Dinge, von deren Existenz vor der Aufstellung der Wellenmechanik niemand etwas ahnte. Dazu kam noch eine Reihe praktischer Anwendungen, von denen hier nur erwähnt sein soll, daß die namentlich von Sommerfeld und anderen auf Grund wellenmechanischer Vorstellungen ausgebaute Theorie der elektrischen Leitfähigkeit sich als Führer zur Entwicklung von Halbleitermaterialien erwiesen hatte, die für diesen oder jenen Zweck besonders geeignet sind. So war z. B. zur

Fernsehübertragung einer Aufnahme der Rückseite des Mondes eine für den Gebrauch auf Satelliten taugliche Energiequelle erforderlich. Sie bestand aus einer Sonnenbatterie, in der ein Material verwendet wurde, bei dessen Entwicklung gerade die auf der Wellenmechanik fußende Theorie der Leitfähigkeit als Führer diente. Dasselbe gilt auch für eine andere Gruppe von Halbleitern, die in den Transistoren verwendet werden. Es ist eine Ironie des Schicksals, wenn SCHRÖDINGER gelegentlich über den gräßlichen Unfug der an öffentlichen Erholungsorten laut plärrenden Rundfunkgeräte seufzen mußte, obwohl gerade die Entwicklung der Transistorempfänger durch die Halbleitertheorie gefördert wurde, die letzten Endes auf seiner Wellenmechanik beruhte. Das ist ein Beispiel mehr für die Tatsache, die ja im Zusammenhang mit OTTO HAHNS epochaler Entdeckung der Kernspaltung besonders kraß in Erscheinung trat, daß nämlich naturwissenschaftliche Erkenntnisse sich früher oder später in irgendeiner Art auf das Leben der menschlichen Gesellschaft auswirken können. Sie sollte als Fingerzeig dafür betrachtet werden, wie notwendig es ist, der Menschheit nicht nur neue Instrumente und Waffen zu liefern, sondern sie auch zu lehren, von den mächtigen Werkzeugen weisen Gebrauch zu machen.

Die Wellenmechanik hat eine Fülle neuer Erkenntnisse gebracht, hat aber gleichzeitig auch gewisse unüberschreitbare Grenzen der Erkenntnis aufgezeigt. Auf eine unbeschränkt in unendlich kleine Raum-Zeitbereiche gehende Beschreibung, wie sie der Mathematiker mit seinen abstrakten Begriffen von Kurven, Flächen usw. geben kann und wie sie nach der klassischen Physik einschließlich spezieller und allgemeiner Relativitätstheorie grundsätzlich auch für die Naturbeschreibung möglich gewesen wäre, muß man in der neueren Physik wegen der körnig-wellenhaften Natur von Materie und Strahlung wohl endgültig verzichten. Aus diesem Grunde ist hier SCHRÖDINGER als der eigentliche Revolutionär der Physik bezeichnet worden, womit natürlich in keiner Weise eine Abwertung der anderen großen Pioniere dieser Wissenschaft verbunden sein soll. Mangels Definition des Begriffes einer Revolution ist es natürlich jedermann überlassen, was man als Revolution bezeichnen soll oder nicht. Auch EINSTEIN hat uns gelehrt auf dem Gebiet der Erkenntnislehre und der Geometrie umzudenken. Aber seine Relativitätstheorie steht in rein physikalischer Hinsicht der Gravitationstheorie NEWTONS und der Elektrodynamik MAXWELLS viel näher als der Quantentheorie — deren erste Entwicklungsphase übrigens gerade auch durch einige Jugendarbeiten EINSTEINS starke Impulse erhalten hatte.

Sowohl EINSTEIN wie auch SCHRÖDINGER haben in ihren letzten Lebensjahren, zum Teil in gegenseitigem Gedankenaustausch, zum Teil auf eigenen Wegen, versucht, eine einheitliche Feldtheorie aufzustellen, welche die metrischen Eigenschaften der MINKOWSKI-Welt nicht nur, wie das in der allgemeinen Relativitätstheorie geschah, mit der Gravitation, sondern auch mit der Elektrodynamik verknüpft. In den allerletzten Jahren hat schließlich HEISENBERG eine einheitliche Feldtheorie

ohne Bezugnahme auf die Weltmetrik aufgestellt. Bei allen diesen kühnen Versuchen hat das große Dreigestirn Einstein-Heisenberg-Schrödinger geringe Gefolgschaft unter den jüngeren Physikern gefunden, weil die Beschäftigung mit den Quantenphänomenen und vor allem mit den Geheimnissen der Kernkräfte das Interesse am stärksten fesselt.

Es ist schwierig, Voraussagen über die künftige Entwicklung der theoretischen Physik zu machen. Aber, soweit sich bisher überblicken läßt, wird das Begriffssystem, das zuerst von Schrödinger geschaffen und im Zusammenhang mit der Wellenmechanik sodann von anderen weiterentwickelt wurde, auch bei der Theorie der Vorgänge im Kerninneren Verwendung finden. Mit einer Gegenrevolution, die zu einer auch in inneratomaren Bereichen verwendbaren Feldphysik in klassischem Sinne führen könnte, ist kaum zu rechnen.

Bestimmung der Größenverteilung eines Aerosols mittels des Goetz'schen Aerosolspektrometers*

Von

A. Goetz

California Institute of Technology

und

O. Preining

I. Physikalisches Institut der Universität Wien

Mit 7 Abbildungen

(*Eingegangen am 8. November 1960*)

Zusammenfassung

Im Aerosolspektrometer wirken hohe Zentrifugalkräfte auf einen laminaren Aerosolstrom und trennen Teilchen und Gas. Die Teilchen werden auf einer auswechselbaren Folie niedergeschlagen. Der Ort des Niederschlages und der STOKES-Durchmesser des Teilchens stehen in einem derartigen Zusammenhang, daß man aus einer Häufigkeitsverteilung der Teilchen auf der Folie die Größenverteilung des Aerosols im luftgetragenen Zustand ableiten kann.

Summary

The aerosol spectrometer applies a high centrifugal acceleration to a continuous laminar flow of an aerosol and separates particles and gas. The particles are collected on an exchangeable foil. The point of deposition and the STOKES-diameter of the particle are in such a connection that the distribution of the particles on the foil yields the size distribution of the aerosol while airborne.

Einführung

Unsere Kenntnis von den Aerosolen im besonders wichtigen Größenbereich von etwa 0,1 μ bis 10 μ [1] war bislange durch das Fehlen einer „geeigneten" Untersuchungsmethode beschränkt. Das im folgenden beschriebene Gerät erlaubt nun die quantitative Abscheidung und Größenbestimmung von Aerosolen im Bereich der Teilchendurchmesser von 0,03 μ bis 3 μ vorzunehmen. Es stellt somit einen Beitrag zur Untersuchungsmethodik der Aerosole in obigem Größenbereich dar.

* Vorgetragen von O. PREINING auf der Herbsttagung der Österreichischen Physikalischen Gesellschaft in Graz am 4. November 1960.

Da viele natürliche und künstliche Aerosole aus Flüssigkeitströpfchen bestehen (Nebel, Zigarettenrauch, medizinische Aerosole), muß Bedacht genommen werden, durch die Abscheidung bzw. die Beobachtung die Teilchen nicht zu verändern [2]. Letztere haben zum Teil Durchmesser erheblich unter der Wellenlänge des Lichtes und deshalb kommt eine mikroskopische Größenbestimmung nicht in Frage. Die Anwendung der Elektronenmikroskopie auf Tröpfchen bleibt aber trotz aller Versuche problematisch [3].

Das Aerosolspektrometer [4], im folgenden kurz AS genannt, scheidet die Teilchen aus einem laminaren Aerosolstrom ab. Dabei ist die Relativgeschwindigkeit von Teilchen und Gas von der Größenordnung cm/sec, also so klein, daß man annehmen darf, daß während der Abscheidung die Partikel nicht verändert wird. Da für die Untersuchung nur der Abscheideort maßgeblich ist, sind, solange vom Teilchen ein beobachtbarer Rest bleibt, Veränderungen nach der Abscheidung bedeutungslos.

Prinzip des Aerosolspektrometers

Ein durch einen Kanal fließender laminarer Aerosolstrom wird einem Zentrifugalfeld (bis etwa 30 000 g) ausgesetzt. Durch dieses werden die Teilchen auf einer der Kanalwände, welche mit einer auswechselbaren Folie überzogen ist, niedergeschlagen. Die Folie wird nach dem Versuch dem Instrument entnommen und der mikroskopischen Auswertung zugeführt. Da der Ort auf der Folie, an dem ein Teilchen abgeschieden wird, von dessen Stokes-Durchmesser[1] abhängt, kann aus *der örtlichen Verteilung* der Abscheidepunkte die *Häufigkeitsverteilung* der Durchmesser im luftgetragenen Zustand ermittelt werden.

Konstruktion und Wirkungsweise des Aerosolspektrometers

Der Hauptteil des AS ist ein Rotor in Form eines Kegelstumpfes, der oben von einem selbsttätigen Luftlager gehalten und unten von einem hochtourigen Bürstenmotor (bis 24 000 upm) gehalten und angetrieben wird; s. Abb. 1. In die Mantelfläche des Rotors ist eine Doppelschraube von $2^1/_2$ Gängen mit der Ganghöhe a eingestochen deren Querschnitt ein Parallelogramm ist. Ein kegelförmiger Becher, sehr genau auf den Rotor passend, kann gegen letzteren mittels einer Überwurfmutter angepreßt werden. Die Innenfläche des Bechers wird vorher mit einer Folie ausgelegt, z. B. verchromtes, poliertes Tombakblech[2], Filterpapier

[1] Das ist jener Durchmesser, den eine Kugel der Dichte eins hätte, wenn ihre Fallgeschwindigkeit gleich der des Teilchens wäre.

[2] Beim Polieren wurde darauf geachtet, daß die Polierkratzer alle untereinander parallel sind. Werden dann im Auflichtdunkelfeld diejenigen Anteile der Beleuchtung ausgeblendet, welche die Polierkratzer unter $90^0 \pm$ etwa 30^0 treffen, so werden die Kratzer unsichtbar [5].

usw. Diese verschließt die Rinnen zu luftdichten Kanälen. Rotor mit Becher rotieren mit Umdrehungszahlen N bis zu 24000 upm; die schraubenförmigen Kanäle erwiesen sich als wirksame Pumpen und saugen das Aerosol am oberen (schmalen) Ende des Kegelstumpfes ein. Am unteren (breiten) Ende des Kegelstumpfes sind in den Kanal auswechselbare Düsen[3]

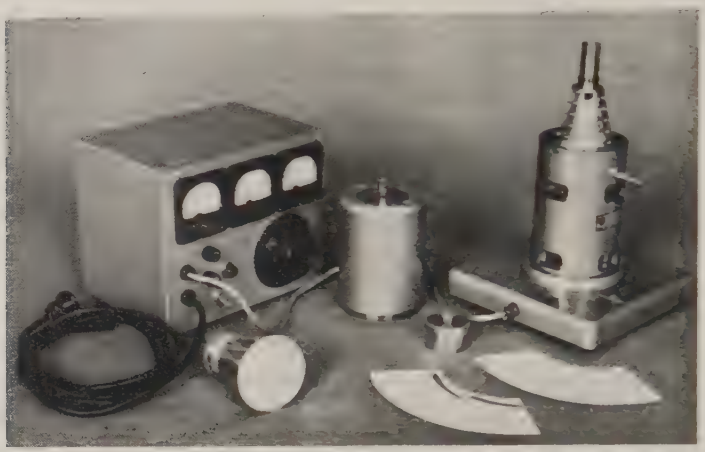


Abb. 1. Ansicht des geöffneten Aerosolspektrometers 1 von links nach rechts: Netzanschluß und Kontrollteil, Becher, Gehäuse, Lager, Motor-Rotor-Teil, Folien (eine mit Aerosolniederschlag)

0 zur Begrenzung der Strömung eingesetzt. Durch diese wird die Strömung auf bestimmte Werte eingestellt und immer in einem sicher laminaren Bereich gehalten. Die Rotation bewirkt ein Zentrifugalfeld im Kanal, das die Teilchen abscheidet; die kleine Relativgeschwindigkeit zwischen Aerosol und mitrotierender, vorauseilender Wand, eine definierte laminare Strömung. Der Ort auf der Folie, an dem ein Teilchen abgeschieden wird, hängt somit von seinem Stokes-Durchmesser d, von seiner Lage am Kanaleintritt und von N und O ab. Um den Rotor befindet sich, nur durch einen Luftspalt von 1 mm getrennt, ein ins Gehäuse eingebauter Messinghohlkörper, der von einer Kühlflüssigkeit durchflossen wird und die Erwärmung des Rotors durch die Luftreibung kompensiert. Die Temperatur der Innenwand dieses Kühlkörpers wird mittels einer Thermosäule kontrolliert [6].

[3] Das handelsubliche Gerät besitzt vier Paare von Düsen mit folgenden Durchmessern:

Düse	Durchmesser in mm
1	1,5
2	1,0
3	0,75
4	0,5

Die Geometrie der Folie

Die abgewickelte Folie hat die Form eines Kreisringsektors; die Teile, welche die Rinnen zu Kanälen abschlossen, bilden Bänder von archimedischen Spiralen. Siehe die Abb. 2. Führt man ebene Polar-

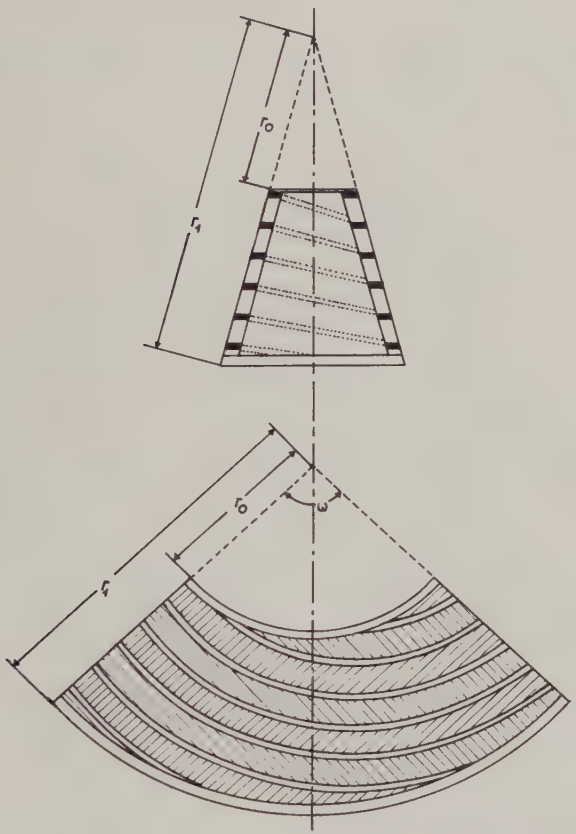


Abb. 2. Oben: Schematischer Querschnitt durch den Rotor. Unten: Abgewickelte Folie mit den beiden Kanälen (schraffiert)

koordinaten r und φ mit dem Mittelpunkt des Kreisringes als Pol ein, so haben die Begrenzungen des Kreisringsektors die Gleichungen:

$$r = r_1; \qquad r = r_2; \qquad \varphi = 0; \qquad \varphi = w;$$

wobei r_1, r_2 und w Apparatekonstante sind[4].

[4] Im handelsüblichen Gerät ist $r_1 = 7{,}0$ cm, $r_2 = 15{,}0$ cm, $w = 93{,}5^0$, $a = 2{,}76$ cm pro 360^0. (a = Ganghöhe der Schraube).

Die Gleichung der archimedischen Spiralen lautet

$$r = r_1 + q + \frac{a}{w} q,$$

wobei die Konstante q die einzelne Spirale innerhalb der Bänder bestimmt.

Wie die Abb. 2 zeigt, werden durch das Aufschneiden der Folie längs der Geraden $\varphi = 0$ und Aufrollen die zwei Schraubenbänder in je drei Teilstücke von Spiralbändern zerlegt, die durch Drehung des zweiten um w, und des dritten um $2w$ zu einem Band zusammengesetzt werden können.

Der Teilchenniederschlag auf der Folie

Da die Strömung laminar und der Kanalquerschnitt konstant ist (solange man von Grenzschichten an den Wänden absieht), bestimmen Stromlinie und Teilchenbahn im Zentrifugalfeld eine Fläche, welche die Folie in einer Schraube schneidet. Nach Aufrollen der Folie ist diese Schraube eine der archimedischen Spiralen. Daraus folgt, daß es genügt, einen unendlich schmalen Kanal zu betrachten, das Problem der Abscheidung also zweidimensional zu behandeln. Es seien folgende Koordinaten eingeführt: x sei der Abstand eines Teilchens von der Folie und L sei die Länge des Kanals (längs einer archimedischen Spirale) von der Eintrittsöffnung an. Ferner sei angenommen, der Aerosoldurchtritt sei über der Eintrittsöffnung im Zeitmittel konstant (durch jedes Flächenelement trete im Zeitmittel die gleiche Aerosolmenge gleicher Zusammensetzung). Die Frage ist nun, wie sich unter diesen Annahmen die Niederschlagspunkte der Teilchen auf die verschiedenen Längen L verteilen. Zum größtmöglichen L wird ein Teilchen gegebenen Stokes-Durchmessers d dann kommen, wenn es in der Eintrittsöffnung den größtmöglichen Abstand x von der Folie hatte, wenn also $x = h$, der Kanaltiefe, war. Dieser Wert von L hängt natürlich von d ab und sei im folgenden mit L_d bezeichnet. Es ist

$$L_{d_1} < L_{d_2}, \qquad \text{wenn} \qquad d_1 > d_2 \text{ ist,}$$

weil die Abscheidegeschwindigkeit (Stokes-Cunninghamsches Gesetz) mit dem Teilchendurchmesser abnimmt.

Der Niederschlag eines Aerosols, dessen Teilchen alle größer als eine *bestimmte* Größe sind, wird also bei einem *bestimmten* L abbrechen. Aerosole mit einer bekannten unteren Grenze ihrer Teilchengrößen sind relativ leicht herzustellen. In einem normalen medizinischen Zerstäuber wurde eine Suspension von Latexteilchen zerstäubt. Von den Latexteilchen war bekannt, daß sie alle gleich große Kugeln sind[5].

[5] Polysterene-Latex-Suspensionen mit bekannten einheitlichen Teilchengrößen wurden von der Firma Dow Chemical Company, Midland, Michigan, USA., unentgeltlich zur Verfügung gestellt, wofür die Autoren an dieser Stelle ihren Dank aussprechen.

Nach Verdampfung des Suspensionsmittels (Wasser) kann das Aerosol nur aus einzelnen Latexkugeln und aus Konglomeraten von solchen bestehen. Von diesen Aerosolen wurden Teilchenniederschläge bei verschiedenen N und O in den Kanälen hergestellt. Das Ende des Niederschlages war immer gut definiert und konnte daher leicht vermessen werden. Da die Größe der Teilchen bekannt ist, bekommt man auf diese Weise Wertepaare von L_d und d. Sie stellen Punkte der Funktionen $L_d(d)$ mit N und O als Parameter dar; s. Abb. 3.

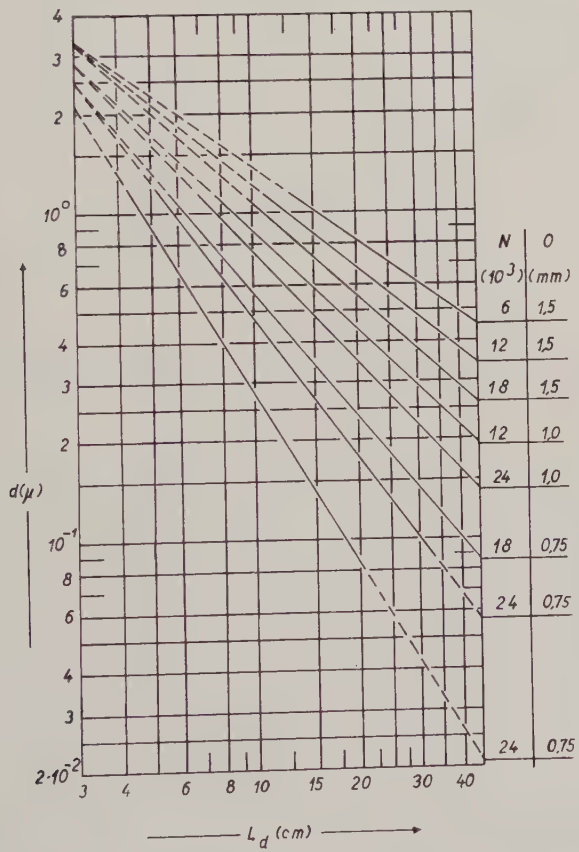


Abb. 3. Das Niederschlagsende L_d als Funktion des Stokesdurchmessers d für verschiedene Betriebsbedingungen (N und O) des Aerosolspektrometers

Die Vermessung des Niederschlages erfolgte in einem Gerät, das es gestattet, die Folie aufzuspannen und so zu bewegen, daß die optische Achse eines Mikroskops sich längs einer der archimedischen Spiralen bewegt. Eine mechanische Rektifiziereinrichtung gab gleichzeitig den Abstand des Beobachtungspunktes vom Kanalanfang längs der archi-

medischen Spirale in cm. Auch eine Querverschiebung des Beobachtungspunktes zum Kanal konnte vorgenommen werden [5].

Es wurde die Längsverteilung der Niederschlagspunkte für monodisperse Aerosole experimentell ermittelt. Als monodisperse Aerosole wurden wieder Latex Aerosole verwendet. Die Konglomerate von Teilchen wurden mit einem zweiten Aerosolspektrometer abgeschieden. Dieses war in Vorversuchen so eingestellt worden, daß für die jeweiligen Einzelteilchen das L_d größer als die ganze Kanallänge war, Doppelteilchen aber noch sicher abgeschieden wurden. Das durch dieses Aerosol-

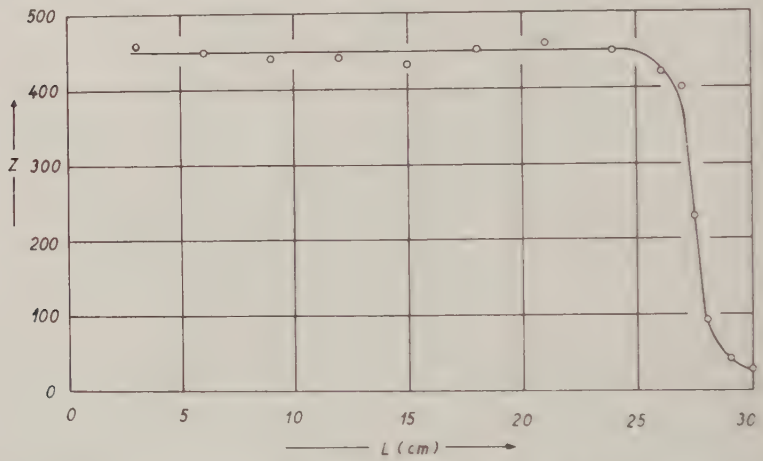


Abb. 4. Teilchendichte c_d in der Kanalmitte als Funktion der Kanallänge L für ein streng monodisperses Aerosol. $d = 0{,}56\ \mu$, $N = 12\,000$ upm, $O = 1{,}5$ mm Teilchendichte pro $3 \cdot 10^{-4}$ cm²

spektrometer durchtretende Aerosol war zwar stark verdünnt, aber wirklich streng monodispers. Für die Kanalmitte wurde die Konzentration der Teilchen auf der Folie als Funktion von L durch Auszählen im Ultramikroskop bestimmt. Das Ergebnis für ein monodisperses Aerosol mit der Teilchengröße $d = 0{,}56\ \mu$ zeigt Abb. 4. Dabei war $N = 12\,000$ upm und $O = 1.5$ mm. Gleichwertige Ergebnisse wurden auch für andere Teilchengrößen und andere N und O erhalten. Um zu sehen, welche Einflüsse die Kanalberandungen auf den Niederschlag haben, wurden für den gleichen Niederschlag die Linien gleicher Konzentration für den ganzen Kanal ermittelt, sie sind in willkürlichen Einheiten in Abb. 5 gegeben. Man sieht deutlich, daß ein Grenzschichteffekt an den Rändern auftritt, in der Mitte aber ein breites Plateau ausreichend Raum für die Messung bietet. Die Konzentration ist über weite Teile der Folie praktisch konstant.

Wurden während des Versuches F Liter Aerosol durch das Spektrometer gesaugt und ist die Konzentration der Teilchen auf der Folie c_d

die von den Teilchen eingenommene Fläche in erster Näherung Kanalbreite b mal L_d[6], so ist die Teilchenkonzentration des Aerosols

$$C_d = (b \cdot L_d \cdot c_d)/F \tag{2}$$

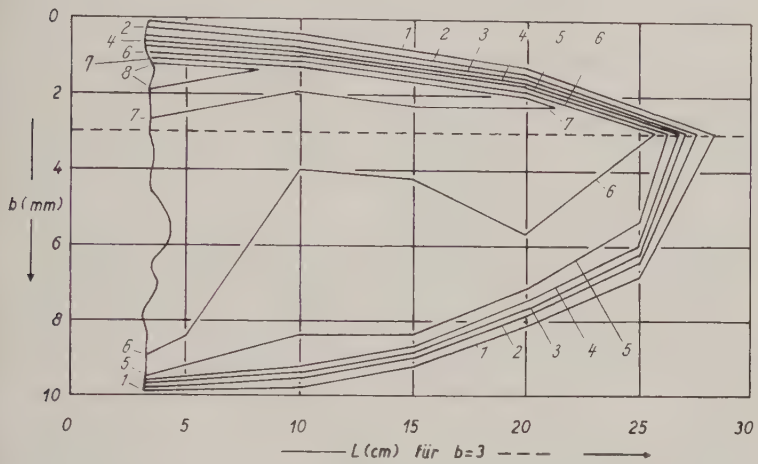


Abb. 5. Verteilung der Teilchen auf der Folie, Linien gleicher Teilchendichte (1 bis 8) für ein streng monodisperses Aerosol d,N und O wie in Abb. 4, Teilchendichte in willkürlichen Einheiten (1 bis 8), die Koordinaten sind die Kanalbreite b gemessen von der oberen Kanalbegrenzung und die Kanallänge gemessen längs der Spirale für $b = 3$ mm

Bestimmung der Größenverteilung eines polydispersen Aerosols

Es sei $C(d)\partial d$ die Anzahl aller Teilchen in einem Liter Aerosol, deren Durchmesser zwischen d und ∂d liegt. $c(L)$ sei die Flächenkonzentration der Teilchen auf der Folie als Funktion von L. Es sei ferner angenommen, daß die Wechselwirkung zwischen den Teilchen während der Abscheidung vernachlässigbar ist. Die Abscheidung der Teilchen im Durchmesserintervall zwischen d und $d + \partial d$ erfolge also so, als ob sie allein als stark verdünntes Aerosol vorhanden wären. Die Konzentration dieser differentiellen Teilchenart auf der Folie als Funktion von L hat dann die Gestalt

$$c_d(L) = \begin{cases} c_d & \text{für } 0 \leqslant L \leqslant L_d \\ 0 & \text{für } L_d < L \end{cases} \tag{3}$$

Wegen der eindeutigen Beziehung zwischen L_d und d gibt es dann zu jedem festen L' ein d' derart, daß

$$c_d(L') = \begin{cases} c_d & \text{für } 0 \leqslant d \leqslant d' \\ 0 & \text{für } d' < d \end{cases} \tag{3'}$$

[6] Tatsächlich müßte man statt $b\,L_d$ eine empirisch zu bestimmende Funktion $A(d)$ verwenden. Da aber $A(d)$ und $b\,L_d$ sich als angenähert proportional erwiesen, ist der Unterschied für Relativmessungen ohne Bedeutung.

Die Gesamtkonzentration an einer Stelle L' ist dann das Integral über alle Teilchenarten

$$c(L') = \int_{d=0}^{d'} c_d(L')\,\partial d = \int_{d=0}^{d'} c_d(L')\,\partial d \tag{4}$$

nun ist die Beziehung zwischen L_d und d so beschaffen (s. Abb. 3), daß wenn

$$L' < L'' = L' - \delta L$$

dann ist

$$d' > d'' = d' - \delta d.$$

Daraus und aus (3) und (4) folgt

$$\left(\frac{\partial\, c(L)}{\partial L}\right)_{L'} = 1/\delta L \left\{ - \int_{d=d''}^{d''+\delta d} c_d(L')\,\partial d + \int_{d=0}^{d''} (c_d(L'') - c_d(L'))\,\partial d \right\} \tag{5}$$

Das zweite Integral wird 0 wegen (3) und somit ist

$$\left(\frac{\partial\, c(L)}{\partial (L)}\right)_{L'} = -\frac{1}{\delta L} c_d(L') \cdot \delta d$$

Aus (2) und (5) folgt, wenn man ∂L ∂d um nur positive Größen zu haben negativ nimmt

$$C(d) = \frac{b\, L_d}{F} \cdot \frac{\partial c(L)}{\partial L} \cdot \frac{\partial L}{\partial d} \tag{6}$$

oder

$$C(d) = \frac{bL_d}{F} \frac{\partial c(d)}{\partial d} \tag{6 a}$$

Und das ist die gesuchte Größenverteilung des Aerosols im luftgetragenen Zustand.

Die Bestimmung von $c(L)$

Es muß $c(L)$ durch Auszählen der Teilchen im Ultramikroskop für Gesichtsfelder in der Mitte des Spiralbandes, deren L bekannt ist, ermittelt werden. Das ist eine langwierige und anstrengende Arbeit und es wurde bald der Versuch unternommen, die Zählung durch eine Messung zu ersetzen. Mit einem Okularphotometer wurde die gesamte Streulichtintensität $s(L)$ jeweils eines Gesichtsfeldes des Ultramikroskopes gemessen. Solange es sich um gleichartige Aerosolteilchen handelt, wird der Beitrag des Einzelteilchens zum Streulicht nur von seiner Größe abhängen, vorausgesetzt natürlich, daß die Konzentration auf der Folie nicht zu groß ist. Es sei die relative Streulichtintensität des Einzelteilchens $S(d)$.

Dann wird Gleichung (4)

$$s(L') = \int_{d=0}^{\infty} S(d)\, c_d(L')\,\partial d \tag{4'}$$

und als Ergebnis erhält man

$$C(d) = \frac{b \cdot L_d}{F} \cdot \frac{1}{S(d)} \frac{\partial s(d)}{\partial d} \tag{6 a'}$$

Beim Vergleich gleichartiger Aerosole braucht man $S(d)$ nicht zu kennen, das Experiment liefert

$$S(d) \cdot C(d) = \frac{b\ L_d}{F} \cdot \frac{\partial s(d)}{\partial d} \tag{6 b'}$$

Funktionen, die für den relativen Vergleich von Aerosolen ausreichen.

Für Latex auf verchromten Folien wurde die Funktion $S(d)$ experimentell bestimmt; s. Abb. 6.

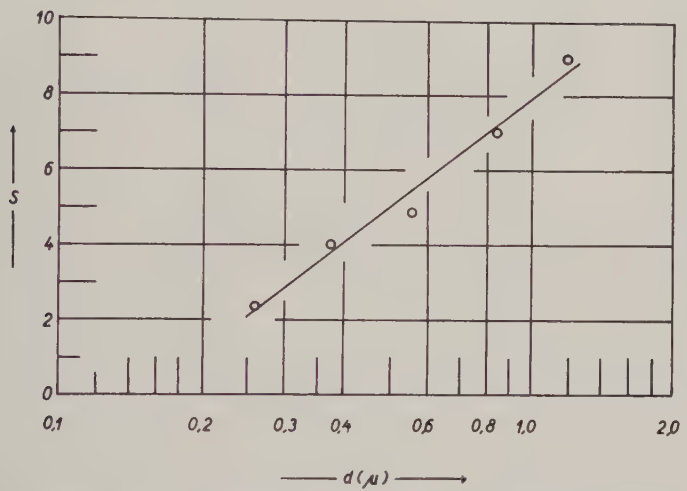


Abb. 6. Das Streulicht S eines Latexteilchens als Funktion seines Durchmessers d für die verwendete Optik in willkürlichen Einheiten

Bei flüssigen Aerosolen ist es oft einfach, einen Farbstoff zu verwenden. Benützt man Filterpapier als Folie und mißt man sein Reflexionsvermögen in Abhängigkeit von der vorhandenen Farbmenge, so bekommt man die Aerosolmenge $m(L)$. Gleichung (4) wird

$$m(L') = \int_{d=0}^{\infty} \frac{\pi}{3} d^3\, c_d(L')\, \partial d \tag{4''}$$

und analog (6 a)

$$C(d) = \frac{3}{\pi d^3} \cdot \frac{b \cdot L_d}{F} \frac{\partial m(d)}{\partial d} \cdot \tag{6 a''}$$

Interessiert nur die Verteilung der Massen, so ist

$$M(d) = \frac{b \cdot L_d}{F} \cdot \frac{\partial m(d)}{\partial d} \tag{6 c''}$$

Eine Größenanalyse für ein Latexaerosol, bestehend aus den Primärteilchen und Konglomeraten nach Gleichung (6 a'), zeigt die Abb. 7. Die experimentell gewonnene Funktion $s(L)$ — Abb. 7 *a* — wurde mit Hilfe von $L_d(d)$ in $s(d)$ übergeführt — Abb. 7 *b* — und schließlich daraus $C(d)$ ermittelt, Abb. 7 *c*.

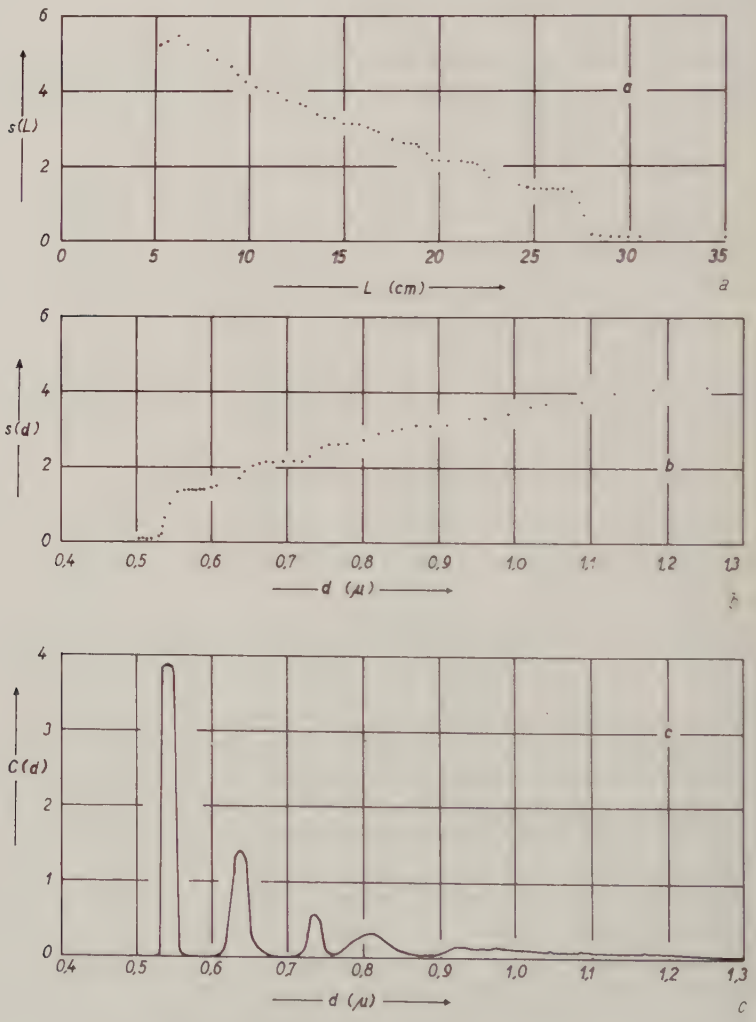


Abb. 7 *a*. Die experimentell ermittelte Funktion $s(L)$ für ein polydisperses Latexaerosol in willkürlichen Einheiten. Kleinste Latexteilchen $d = 0{,}56\ \mu$, $N = 12\,000$ upm, $O = 1{,}5$ mm

Abb. 7 *b*. Die Funktion $s(d)$ wie sie mit Hilfe der Funktion $L_d(d)$ ermittelt wurde in willkürlichen Einheiten

Abb. 7 *c*. Die Durchmesserhäufigkeitsverteilungsfunktion $C(d)$ in willkürlichen Einheiten, wie sie nach Gleichung (6 a') berechnet wurde

Fehlerabschätzung

Die Größe L_d kann einfach und genau (auf etwa 5%) gemessen werden, anders schon die Aerosolmenge F, die durch das Instrument geht. Da das AS eine sehr belastungsabhängige Pumpe ist — schon der Widerstand eines vorgeschalteten Strömungsmessers verändert den Durchsatz erheblich —, muß F mit besonderer Vorsicht gemessen werden. Es ist notwendig, den Widerstand des Strömungsmessers mit einer vorgeschalteten Pumpe zu kompensieren. Der Druck vor dem Strömungsmesser wird so eingestellt, daß am Ansaugerohr des AS äußerer Luftdruck herrscht (bis auf 0,05 mm WS genau), das AS arbeitet dann so, als ob es aus ruhender Luft ansaugen würde [7]. Nachdem auf diese Weise der Durchsatz durch das AS pro Zeiteinheit gemessen wurde, genügt die Kenntnis der Zeitdauer der Probennahme, um F zu bestimmen.

Da F vor dem Einlaßrohr gemessen wird, zwischen diesem und dem Rotor aber ein konstruktiv bedingter Luftspalt besteht, könnte ein Teil des Aerosols durch diesen Spalt abgesaugt werden. Um dies zu verhindern, besitzt das AS eine durchlöcherte Deckplatte, so daß an beiden Enden des Spaltes der gleiche Druck — Luftdruck — herrscht[7].

Versuche mit gefärbten Aerosolen bestätigten, daß beim vorliegenden Modell des AS keine Verluste aus diesem Grund auftreten.

Die Funktionen $L_d(d)$ müssen für die verschiedenen N und O Werte durch Eichung mit bekannten Aerosolen bestimmt werden. Dies ist so genau möglich, daß die L_d-Funktionen keine Fehlerquellen darstellen.

Eine größere Unsicherheit liegt in der experimentellen Bestimmung von $c(L)$, aus dem dann $\partial c(d)/\partial d$ abgeleitet wird. Die Genauigkeit (der Zählung) hängt von der Mühe und Zeit ab, die man dafür aufwendet. Fehler von Einzelwerten (Gesichtsfeld) liegen bei 10%. Streulicht und Farbmessung bringen weiter Fehlerquellen in die Messung, die aber von den im einzelnen verwendeten Zusatzgeräten abhängen. Das von uns verwendete Mikrophotometer der Firma Zeiß (Mikrophot Belichtungsmesser) war auch mit einem Fehler von 10% der Einzelablesung behaftet. Die Ablesung am Reflexionsmeßgerät (der Firma Photovolt) war wohl genauer, dafür brachte die Eichung Färbung = Reflexionsverminderung als Funktion der Farbmenge wieder eine größere Unsicherheit.

Schlußfolgerung

Die geringe Relativgeschwindigkeit Gas-Teilchen und die weitgehende Unabhängigkeit der Ergebnisse von Veränderungen nach der Abscheidung, machen das AS für die Untersuchung flüssiger, leicht verdampfbarer Aerosole besonders geeignet. Man erhält eine Häufigkeitsverteilung der STOKES-Durchmesser. Diese können zwar von optischen Durchmessern erheblich verschieden sein, sind aber sicher die

[7] Eine Deckplatte ohne Löcher bewirkt tatsächlich einen Verlust an Teilchen [8].

bestgeeigneten Größen für die Charakterisierung der mechanischen Eigenschaften der Aerosole. Der Größenbereich von 0,03 μ bis 3 μ wird in einer bisher nicht erreichten Genauigkeit der Untersuchung zugänglich gemacht.

Die Arbeit wurde durch einen U.S. Public Health Service Research grant RG-6743 und einen Postdoctoral Fellowship Grant Foreign F 28 der Division of Research Grants, National Institutes of Health, Bethesda, Md. unterstützt.

Literatur

1. E. Reeger, Acta Physica Austriaca **13**, 161 (1960); dort auch weitere Literaturangaben.
2. A. Goetz, Geofis. Pura Appl., Proc. II, **36**, 49 (1957 a).
3. B. J. Mason, The Physics of Clouds, Oxford 1957.
4. A. Goetz, Final Report USPHS Research Contract SA ph 69557, 1958.
5. O. Preining, H. J. R. Stevenson A. Goetz, vorgetragen auf 52nd Annual Meeting of A.P.C.A. Los Angeles 1959, preprint 59—42.
6. A. Goetz, O. Preining, vorgetragen auf Summer Instrument Automation Conference and Exhibit San Francisco 1960, preprint 9 SF—60.
7. A. Goetz, H. J. R. Stevenson, O. Preining, A.P.C.A. Journal **10**, 378 (1960)
8. P. K. Müller, H. L. Helwig und C. L. Peterson, vorgetragen auf 52nd Annual Meeting of A.P.C.A. Los Angeles 1959, preprint 59—41.

Beiträge zur Kenntnis des atmosphärischen Aerosols*

Von

A. Goetz

California Institute of Technology

und

O. Preining

I. Physikalisches Institut der Universität Wien

Mit 5 Abbildungen

(*Eingegangen am 8. November 1960*)

Zusammenfassung

Die Untersuchung von natürlichen Aerosolen ergab, daß sich in fünf von sechs Fällen die Anzahl der Teilchen auf einer Chromfolie, auf der sie abgeschieden worden waren, durch Lagerung oder Temperaturbehandlung verringerte. Als mögliche Ursachen kommen eine Verdampfung oder eine chemische Änderung (Oxydation) in Frage. Diese Instabilität der Teilchen nach der Abscheidung läßt eine solche auch im luftgetragenen Zustand vermuten.

Summary

Six natural aerosols from different locations have been investigated. Five of them proved to be not stable after sampling on polished chromium plated foils. The number of the deposited particles decreased drastically upon storage or temperature treatment respectively. This instability could be caused by evaporation or chemical change (oxydation) of the particles. Hence the particles are not stable after deposition one could suspect they are not stable airborne either.

Einführung

Die große Bedeutung des atmosphärischen Aerosols, u. a. für die Bildung von Nebel und Dunst und die Entstehung der Niederschläge wurde schon von J. Aitken [1] gewürdigt. Ein besonders wichtiger Größenbereich ist der zwischen 0,1 μ und 10 μ. Dieser wurde durch die Entwicklung des schon an anderer Stelle hinlänglich beschriebenen Aerosolspektrometers [2], im folgenden kurz AS genannt, einer genaueren Untersuchung zugänglich gemacht.

* Vorgetragen von O. Preining auf der Herbsttagung der Österreichischen Physikalischen Gesellschaft in Graz am 4. November 1960.

Einen Überblick über die Bedeutung der verschiedenen Teilchengrößenbereiche nach Junge [3] gibt die Abb. 1, in die auch die vom AS und einigen anderen Instrumenten bzw. Methoden erfaßten Bereiche eingetragen sind. Sowohl für Teilchengrößen über etwa 1 μ als auch unter 0,1 μ liegen Messungen vor, im Bereich dazwischen war man aber

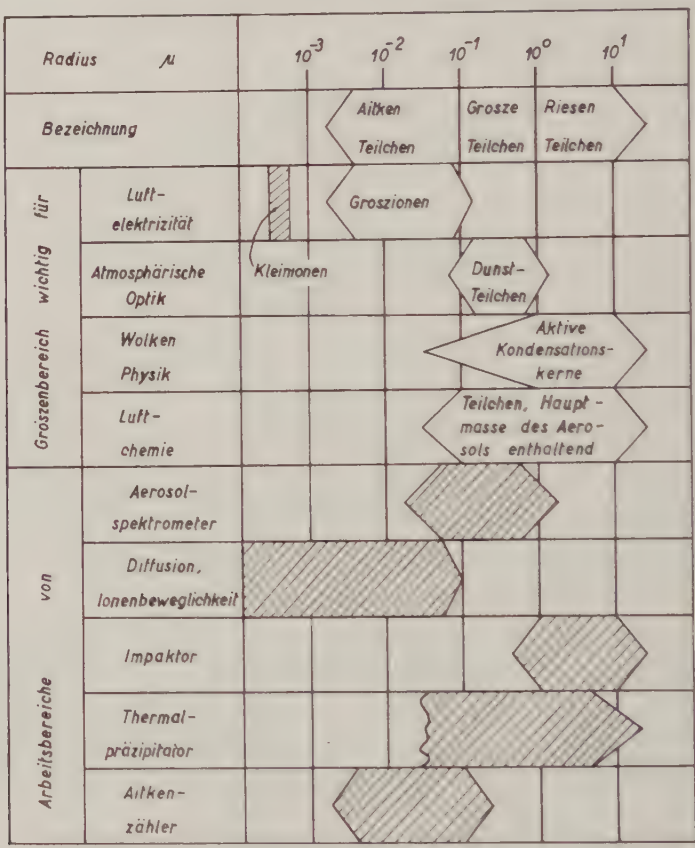


Abb. 1. Die Bedeutung der verschiedenen Größenbereiche des natürlichen Aerosols nach Junge und die Bereiche einiger Meßinstrumente bzw. Meßmethoden

bisher auf Interpolation angewiesen. Die Teilchen in diesem Bereich sind gerade groß genug um nicht zu rasch zu koagulieren, sie haben eine genügend kleine Fallgeschwindigkeit um lange suspendiert zu bleiben und sind groß genug um optisch und vor allem als Kondensationskerne noch wirksam zu werden. In diesem Größenbereich, dem Bereich der Dunstteilchen, wird man daher eine große Mannigfaltigkeit von Erscheinungen erwarten dürfen, deren Kenntnis zum Verständnis des

dynamischen Gleichgewichtes der natürlichen Aerosole notwendig ist. Da diese Teilchengrößen auch lungengängig sind, haben sie auch große medizinische und biologische Bedeutung. In der folgenden Arbeit wird über eine erste Anwendung des AS auf natürliche Aerosole dieser Größen berichtet.

Die Herstellung der Aerosolspektren

Während des Sommers 1959 wurden an sechs verschiedenen Örtlichkeiten unter stark verschiedenen klimatischen Bedingungen je eine Größenanalyse des natürlichen Aerosols im Bereich von 0,2 μ bis 1,0 μ durchgeführt. Zweck der Untersuchung war es, die Einsatzfähigkeit des AS unter extremen Bedingungen zu prüfen und vorläufige Anhaltspunkte über die Konzentration und die Größenverteilung von Aerosolen, die möglichst von menschlichen Aktivitäten unbeeinflußt waren, zu bekommen[1].

Die Luft wurde in das AS durch einen Schlauch von etwa 1,5 m Länge und 3 cm Durchmesser angesaugt, um das eventuell vom Bürstenmotor des AS erzeugte Eigenaerosol auszuschließen.

Die Teilchen wurden auf Chromfolien[2] niedergeschlagen, wobei besonders darauf geachtet wurde, daß die Temperatur der Folie gleich der der Luft war. Die Temperaturkontrolle gelang mittels einer Kühleinrichtung bei der Petroleum (der Korrosion wegen) von einstellbarer Temperatur durch einen Kühlkörper im AS gepumpt wurde. Eine Thermosäule gestattete auch während des Betriebes die Messung der Temperatur in der Nähe der Folie.

Die Auswertung der Niederschläge erfolgte ausschließlich durch Auszählen im Auflichtdunkelfeld und Berechnung der Größenverteilung entsprechend Gleichung (6 a) in [2].

Die Größenverteilung der Aerosole

Abb. 2 gibt die Häufigkeitsverteilung der mit dem AS gemessenen Stokesdurchmesser δ von sechs verschiedenen Aerosolen. Die Darstellung erfolgte in linearen Koordinatenmaßstäben, was dem kleinen Bereichumfang und der großen Meßgenauigkeit entspricht. Die Ordinate gibt die Anzahl der Teilchen in einem bestimmten Durchmesserintervall an (nicht wie öfter im log eines Durchmesserintervalls).

Die Betriebsbedingungen des AS, die Orte an denen die Untersuchungen vorgenommen worden waren, und die sonstigen wichtigen Angaben finden sich in der Tabelle. Die Abb. 3 zeigt die Massenverteilung

[1] Die Untersuchungen waren ein Teil eines Programmes zum Vergleich von natürlichen zu Großstadt-(smog-)Aerosolen in Kalifornien, auszugsweise vorgetragen siehe [4].

[2] Tombacblech, verchromt und poliert [5].

derselben Aerosole, berechnet aus den Werten der Abb. 2, wobei die Dichte als 1 angenommen wurde.

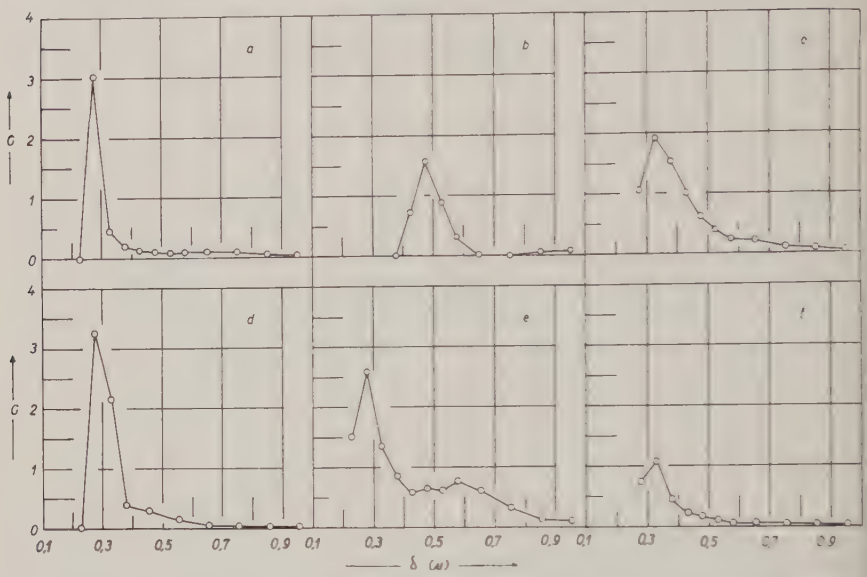


Abb. 2. Die Durchmesserhäufigkeitsverteilung von sechs verschiedenen Aerosolen. Die Einheit der Ordinate entspricht 120 Teilchen/cm³ in einem Durchmesserintervall $\Delta\delta = 5{,}10^{-4}$ cm. Versuchsdaten s. Tab.

Tabelle

Aerosol	Datum	Zeit	Ort	See-höhe	Wind	Temperatur	rel. Feuchte	Wetter
		h		m	Beaufort	°C	%	
a	3. 7.	13.00 14.30	Auf See, 75 km südlich der südkalifornischen Küste	0	W 4—5	20	94	klar
b	5. 7.	12.30 14.30	Um die Insel Santa Barbara, Entfernung ~ 1 km	0	SW 2—3	22	81	klar
c	26. 8.	8,30 10,00	Südküste der Insel Santa Catalina	0	SSW 1—2	22	84	wolkig und Dunst
d	22. 9.	15,00 16,30	Redrock Canyon (Mojave Wüste)	750	SSW 3	31	20	klar
e	20. 9.	15,00 16,30	Yosemite, White Wolf Lodge (Wald)	2320	0—1	12	70	wolkig
f	21. 9. 1959	16,00 17,30	Mt. Barcroft, White Mountains	3800	SW 3	1	42	klar, Neu-schnee

Mit Ausnahme von Aerosol *b* zeigen alle ein deutliches relatives Maximum bei 0,3 μ, bei *b* liegt es dagegen bei 0,5 μ. Es gibt also in allen Fällen Größen, die am häufigsten auftreten, ja man kann fast wie bei den AITKEN-Kernen von einem „Linienspektrum" sprechen [6]. Sowohl die Gesamtzahl als auch die Gesamtmasse des Aerosols *f* ist wesentlich geringer als die aller übrigen. Die Ursache dafür ist die große Seehöhe des Beobachtungsortes.

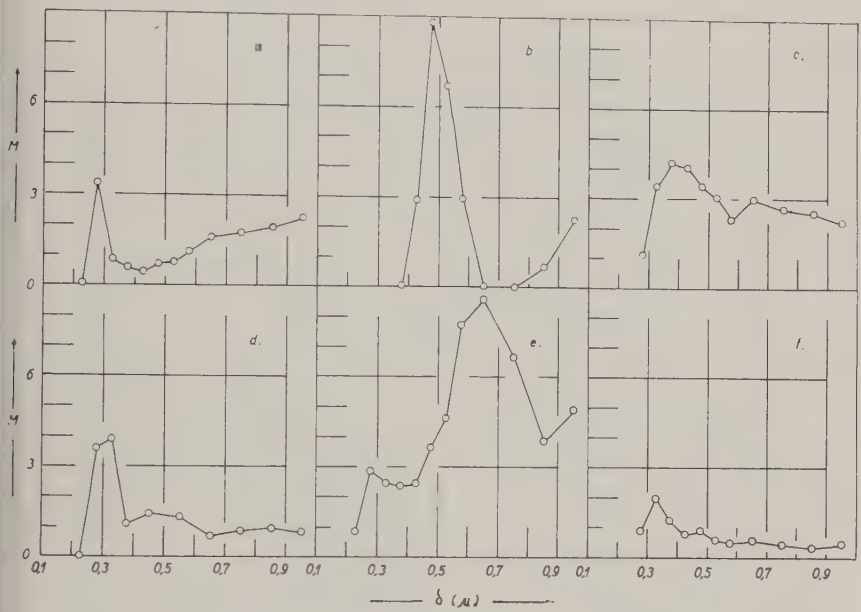


Abb. 3. Die Massenhäufigkeitsverteilung der Aerosole der Abb. 2. Die Einheit der Ordinate entspricht $12 \cdot 10^{-11}$ g/cm³ in einem Durchmesserintervall $\Delta\delta = 5 \cdot 10^{-6}$ cm

Das Aerosol *e* weicht erheblich von den übrigen ab, es hat ein zweites Maximum bei 0,6 μ. Gerade dieses Aerosol stammt aus dichter Vegetation (Wald). Der Wald muß wohl als Quelle organischer Spurensubstanzen angesehen werden [7]. Deshalb ist Aerosol *e* wahrscheinlich auch mit dem Aerosol *b* ähnlich. Letzteres ist zwar ein Seeaerosol wurde aber auch in der Nähe von Vegetation (dichter Seetangfelder) beobachtet. Auch hier sind organische Spurensubstanzen zu erwarten. Ob die Maxima bei *b* und *e* zufällig bei größeren STOKES-Durchmessern liegen oder ob, wie die Verfasser vermuten, die organischen Spurenstoffe die Teilchen auf dieser Größe konservierten, müssen erst weitere Untersuchungen zeigen.

Die Stabilität der Niederschläge

Die Folien mit den Aerosolniederschlägen wurden unmittelbar nach dem Exponieren dem AS entnommen und in luftdichten Plastikbehältern aufbewahrt. Sobald es die Umstände zuließen, wurden sie aus-

gewertet, dann aber weiter gelagert und erneut ausgewertet und bei *b*, *c* und *e* abermals gelagert und ein drittes Mal ausgewertet. Die Lagerung erfolgte ohne besondere Vorsichtsmaßnahmen an von direkter

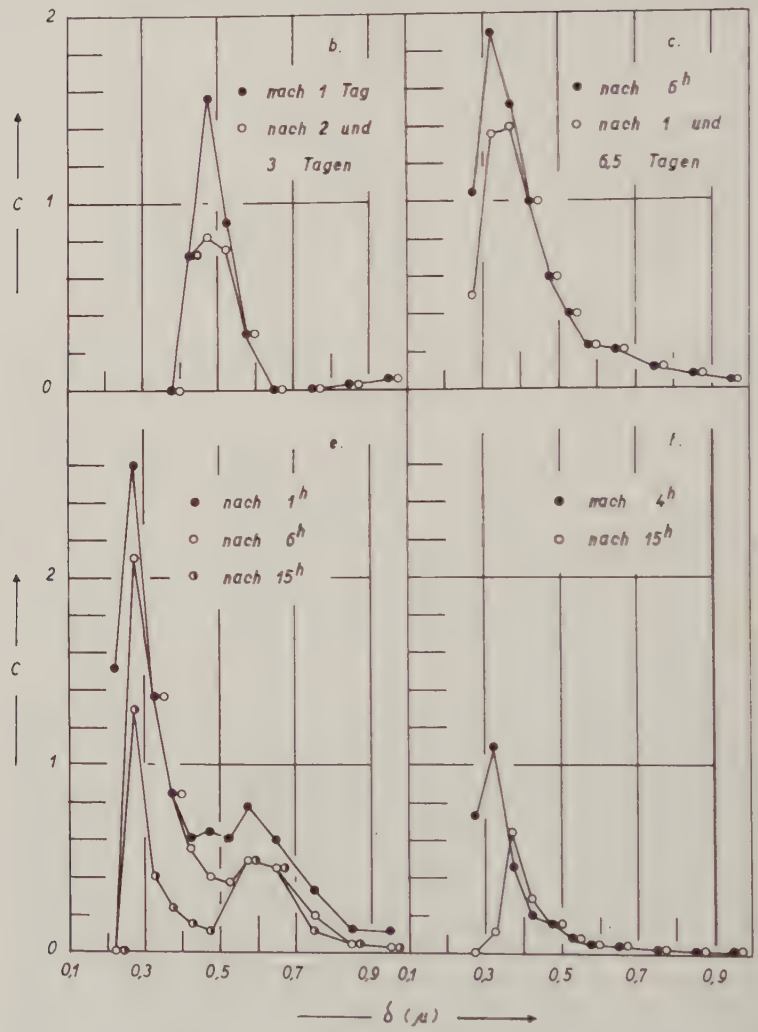


Abb. 4. Alterung der Aerosolniederschläge. Die Durchmesserhäufigkeitsverteilung von vier der Aerosolniederschläge der Abb. 2 mit dem Zeitpunkt der Auswertung als Parameter

Sonnenbestrahlung geschützten Orten. Den täglichen Temperaturschwankungen waren die Folien in den Behältern ausgesetzt und sie wurden auch über größere Strecken transportiert, wobei die Nieder-

schläge *d*, *e* und *f* auch größeren Höhenunterschieden (Druckdifferenzen) ausgesetzt waren.

Das Aerosol *a* wurde nach 1 und 5 Tagen ausgewertet, jedes Mal wurde das gleiche Ergebnis erhalten. Ebenso lieferten beim Aerosol *d* die Zählungen nach 1 und 2 Tagen identische Resultate. Beide Aerosole wurden an Orten spärlicher Vegetation beobachtet (offenes Meer und Wüste).

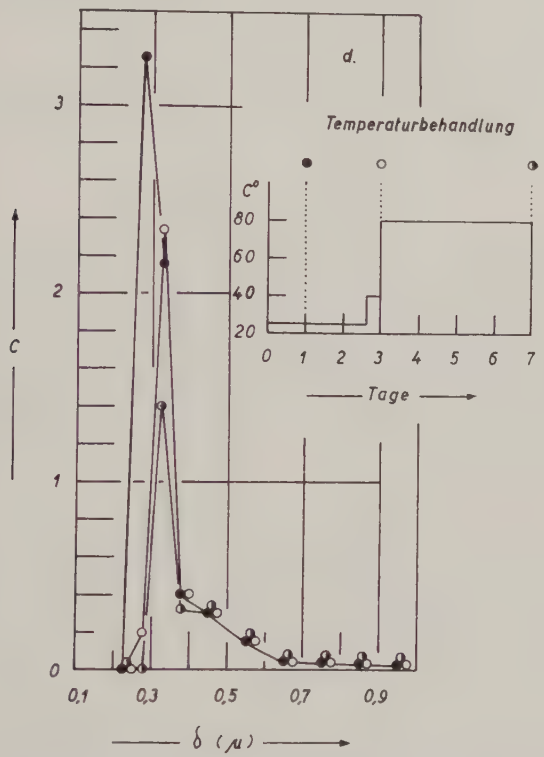


Abb. 5. Temperaturabhängigkeit eines Aerosolniederschlages. Die Durchmesserhäufigkeitsverteilung für das Aerosol *d* mit der thermischen Behandlung des Niederschlages als Parameter

Bei den Aerosolen *b*, *c*, *e* und *f* dagegen lieferten die zweiten Auswertungen grundsätzlich andere Ergebnisse, und zwar waren in allen Fällen die Maxima kleiner geworden, s. Abb. 4. Es müssen also Teilchen von den Folien verschwunden, bzw. im Ultramikroskop, das zur Auszählung verwendet wurde, unsichtbar geworden sein. Als Ursache für dieses Verschwinden kommen eine Verdampfung oder eine chemische Veränderung (Oxydation), eventuell unter Beteiligung der Chromfolie als Katalysator in Frage. Nach längerem Lagern scheint eine Stabilisierung einzutreten, da sich die Niederschläge *b* und *c* nach der zweiten

Auswertung nicht weiter veränderten. *e* zeigte zwar bei der dritten Auszählung eine neuerliche Abnahme der Teilchenzahl, aber das Gesamtalter des Niederschlages war erheblich kleiner als das von *b* und *c*.

Die relativen Maxima bei 0,5 μ bei *b* und 0,6 μ bei *e* weisen ein ähnliches Verhalten gegenüber Lagerung auf; zuerst Absinken, dann Konstanz — im Gegensatz zu dem Maximum von *e* bei 0,3 μ.

Das Aerosol *d* wurde anders behandelt. Nach den Auswertungen nach 1 und 2 Tagen, die das gleiche Ergebnis gebracht hatten, wurde die Folie mit dem Niederschlag auf einige Stunden bei einer Temperatur von 40° C in einem Heizschrank gelagert; eine deutliche Abnahme des Maximums speziell auf der Seite der kleinen Teilchen war die Folge. Eine Lagerung bei 80° C für einige Tage brachte nochmals eine deutliche Abnahme der Anzahl von kleinen Teilchen. — Ein weiteres Beispiel eines instabilen Aerosols, s. Abb. 5.

Schlußfolgerung

Eine Instabilität im beschriebenen Sinn scheint bei natürlichen Aerosolen oft aufzutreten. Dies legt den Verdacht nahe, daß die einzelnen Teilchen auch im luftgetragenen Zustand nicht stabil sind, eine Annahme, die jedoch zukünftige Versuche erst beweisen müssen. Man müßte dann das natürliche Aerosol als im dynamischen Gleichgewicht befindlich ansehen, also annehmen, daß ebensoviele Teilchen neu gebildet werden wie verschwinden. Ein anderer Hinweis dafür sind die photochemischen Prozesse, die für die Aerosolbildung von großer Bedeutung zu sein scheinen [8].

Die Arbeit wurde durch einen U.S. Public Health Service Research Grant RG-6743 und einen Posdoctoral Fellowship Grant Foreign F 28 der Devision of Research Grants, National Institutes of Health, Bethesda, Md. unterstützt.

Literatur

1. J. Aitken, Collected Scientific Papers. Camb. Univ. Press 1923.
2. A. Goetz und O. Preining, Acta Physica Austriaca **14**, 292 (1961).
3. Ch. E. Junge, Atmospheric Chemistry. Advances in Geophysics vol 4, 1958.
4. A. Goetz und O. Preining, vorgetragen auf Summer Instrument Automation Conference and Exhibit San Francisco 1960, preprint 9—SF 60.
5. O. Preining, H. J. Stevenson und A. Goetz, vorgetragen auf 52nd Annual Meeting of APCA Los Angeles 1959, preprint 1959/42.
6. H. Israel und L. Schulz, Metrolog. Z. **49**, 226 (1932).
7. F. W. Went, Proceedings National Academy of Sciences **46**, 212–221 (1960).
8. A. J. Hagen-Smit, Air Pollution Foundation, San Marino, Calif., Report 15, Proc. Conf. Chem. React. Urban Atmosph.

Betrachtungen zur Registrierung der kosmischen Strahlung mit einem Zählrohrteleskop*

Von

Herbert Oberguggenberger

Physikalisches Institut der Universität Innsbruck

(*Eingegangen am 12. Dezember 1960*)

Zur Registrierung der Schwankungen der kosmischen Strahlung, ist das Observatorium am Hafelekar mit zwei Ionisationskammern und einem Zählrohrteleskop ausgerüstet.

Um eine gegenseitige Kontrolle auszuführen, mußte untersucht werden, wie weit ein Parallelgang der drei Apparaturen zu erwarten ist und welche Einflüsse die Meßgenauigkeit herabsetzen können.

Untersucht wurde:

1. Der Zusammenhang zwischen Intensität der kosmischen Strahlung und Meßwert.

2. Der Einfluß der γ-Strahlung der Umgebung.

3. Die Wirkung der Schauer.

4. Die Richtungsempfindlichkeit der Apparate.

Zu 1. Bei einer Ionisationskammer kann der Zusammenhang zwischen Meßwert Z und Intensität X durch eine Gerade dargestellt werden. Die Gerade geht nicht durch den Nullpunkt, weil immer eine Reststrahlung vorhanden ist, die bei unseren Anlagen ca. 5% des mittleren Meßwertes ausmacht.

Um auch für das Zählrohrteleskop die Funktion $X = f(Z)$ zu finden, müssen die Zählverluste, die in den einzelnen Bauelementen des Teleskopes auftreten, getrennt untersucht werden.

Der Zählrohrblock ist aus drei Zählrohrlagen zu je zehn Zählrohren aufgebaut. Die Zählrohrachsen sind $N\,S$ orientiert. Durch die verminderte Ansprechwahrscheinlichkeit an den Zählrohrenden und durch die Wirkung der Zählrohrwände wird die mittlere Ansprechwahrscheinlichkeit einer Zählrohrlage auf $W = 91\%$ reduziert. Da nur Dreifach-Koinzidenzen gezählt werden, ergibt sich das mittlere Ansprechvermögen des ganzen Blockes zu $W^3 = 75{,}4\%$. Durch die Zählrohre wird somit

* Vorgetragen auf der Herbsttagung der Österreichischen Physikalischen Gesellschaft am 4. November 1960.

ein überraschend großer Verlust von 24,6% verursacht. Daher ist auf die Geometrie der Zählrohranordnung und auf die Exaktheit der Zählrohrherstellung besonders zu achten.

Wesentlich geringer sind die Verluste, die durch die Elektronik des Teleskopes verursacht werden. Durch die Totzeit der Univibratoren gehen ca. 1% der Dreifach-Koinzidenz-Impulse verloren. Der Beitrag der zufälligen Koinzidenzen beträgt ca. $1^0/_{00}$.

Zu 2. Der Einfluß der γ-Strahlung der Umgebung wirkt sich auf Ionisationskammern und Zählrohrteleskop verschieden aus. Bei einer Ionisationskammer kann die γ-Strahlung die Gesamtionisation vergrößern, während sie beim Zählrohrteleskop die Dreifach-Koinzidenzrate herabsetzt, weil sie Zählrohre für echte Koinzidenzen der kosmischen Strahlung sperrt. Der Verlust an echten Koinzidenzen beträgt zwar nur ca. $0{,}5^0{}_{00}$, da aber die γ-Strahlung großen und unkontrollierten Schwankungen unterworfen ist, wird damit eine Unsicherheit in die Messung gebracht, die in die Promille geht.

Zu 3. Auch die energiereichen Schauer wirken sich auf beide Apparaturen verschieden aus. Während im Zählrohrteleskop ein Schauer nur als eine Koinzidenz gezählt wird, aber viele Zählrohre für weitere Koinzidenzen gesperrt werden, tragen alle Schauerteilchen in der Ionisationskammer zur Gesamtionisation bei.

Unter Berücksichtigung aller dieser Einflüsse findet man für den Zusammenhang von Meßwert Z und Intensität X für das Teleskop die Formel

$$X = 1.327\,Z + \left(\frac{Z}{2346}\right)^2.$$

Bei gleichbleibender Richtungsverteilung der kosmischen Strahlung und konstanter γ-Intensität gilt diese Formel für beliebig hohe Zählraten. Die Abweichung von der Linearität beträgt nur $5\text{—}7^0/_{00}$.

Zu 4. Durch die Anordnung der oberen und unteren Lage ist der Öffnungswinkel des Teleskopes gegeben. Erbe trägt in NS-Richtung 95°, in OW-Richtung 93° und in Diagonalenrichtung 113°. Der über alle Azimute gemittelte Öffnungswinkel wurde zu 100° ermittelt.

Die Richtcharakteristik des Zählrohrteleskopes wird durch folgende Formel ausgedrückt:

$$N(\alpha, \vartheta) = N_0 \cos\vartheta (a - H \operatorname{tg}\vartheta \cos\alpha)(b - H \operatorname{tg}\vartheta \sin\alpha)$$

N_0 = Vertikalintensität der harten Komponente pro cm^2 sec und sterad.

N = Zahl der Teilchen, die mit der Zenitdistanz ϑ und dem Azimut α im Raumwinkel $\omega = 1$ einfallen und eine Dreifach-Koinzidenz auslösen können.

a, b Abmessungen der Zählrohrfläche.

H = Abstand der oberen und unteren Lage.

Da die azimutalen Unterschiede wenig interessieren, ist es zweckmäßiger, zur Beschreibung der Richtcharakteristik den über alle Azimute gemittelten Wert von $N(\alpha, \vartheta)$ zu verwenden.

$$\bar{N}(\vartheta) = \frac{2 N_0 \cos \vartheta}{\pi} \left[\frac{a\, b\, \pi}{2} - H \operatorname{tg} \vartheta (a + b) + \frac{H^2}{2} \operatorname{tg}^2 \vartheta \right]$$

Diese Funktion hat bei $\vartheta = 0$ den größten Wert und nimmt mit zunehmendem ϑ fast linear ab. Für $\vartheta = 46° 30'$ verliert $\bar{N}(\vartheta)$ den physikalischen Sinn. Nach der obigen Definition des mittleren Öffnungswinkels wird der Funktion $\bar{N}(\vartheta)$ für $\vartheta = 50°$ der Wert Null zugeordnet.

Die Richtcharakteristik beschreibt nur die Abhängigkeit der Empfindlichkeit des Gerätes vom Einfallswinkel.

Im folgenden wird nun der Beitrag der einzelnen Zenitdistanzen zur gesamten Zählrate (X) des Blockes berechnet.

$$dX(\vartheta) = \int_{\alpha=0}^{2\pi} \cos^2 \vartheta\, N(\alpha, \vartheta) \sin \vartheta\, d\vartheta\, d\alpha$$

$\cos^2 \vartheta$ berücksichtigt die Abnahme der Intensität der kosmischen Strahlung mit der Zenitdistanz.

$$\frac{dX(\vartheta)}{d\vartheta} = 4 N_0 \sin \vartheta \cos^3 \vartheta \left[\frac{a\, b\, \pi}{2} - H(a + b) \operatorname{tg} \vartheta + \frac{H^2}{2} \operatorname{tg}^2 \vartheta \right]$$

Analoge Formeln lassen sich auch für eine Ionisationskammer ableiten.

Richtcharakteristik:

$$N(\alpha, \vartheta) = \bar{N}(\vartheta) = N = N_0 V_K n$$

V_K = Volumen der Ionisationskammer.

n = Spezifische Ionisation in Ionenpaaren pro cm.

Unabhängig von ihrer Form, ist eine Ionisationskammer in allen Richtungen gleich empfindlich.

Beitrag der einzelnen Zenitdistanzen zum Meßwert:

$$\frac{dX(\vartheta)}{d\vartheta} = 2\pi N_0 V_K n \sin \vartheta \cos^2 \vartheta$$

Zur Gegenüberstellung von Zählrohrteleskop und Ionisationskammer werden in folgender Tabelle die Werte für die Richtcharakteristik und den Beitrag der einzelnen Zenitdistanzen zur gesamten Zählrate in willkürlichen Einheiten angegeben.

Die relative Größe der Schwankung kann daher bei beiden Instrumenten nur dann gleich sein, wenn der Strahlungsanstieg in allen Zenitdistanzen um den gleichen Faktor erfolgt.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß, bei gleichbleibender Richtungsverteilung der kosmischen Strahlung, das Zählrohrteleskop und die Ionisationskammern eine gute Linearität ihrer Anzeigen haben. Durch die unbekannten Änderungen in der γ-Strahlung und der Richtungsverteilung der kosmischen Strahlung tritt eine Unsicherheit auf, die einige Promille des Absolutwertes betragen kann. Außerdem werden

die Meßkurven durch den statistischen Fehler, der beim Teleskop $5^0/_{00}$ beträgt, verschmiert. Daraus ergibt sich, daß bei Feinstrukturuntersuchungen nur solche Schwankungen berücksichtigt werden dürfen, deren Amplituden größer als $5-7^0/_{00}$ des Absolutwertes sind.

Zenitdistanz ϑ	Richtcharakteristik		Beitrag der einzelnen Zenitdistanzen zum Meßwert	
	Ionisationskammer N	Zählrohrteleskop $N(\vartheta)$	Ionisationskammer	Zählrohrteleskop
0°	100	100	0	0
12°	100	74,4	51,6	86.3
19°30′	100	—	77,0	100,0
24°	100	48,1	88,3	95,4
35°16′	100	—	100,0	55,0
36°	100	22,9	99,7	51,4
48°	100	—	86,5	4,0
50°9′	100	0	82,0	0,0
60°	100	0	56,4	0,0
72°	100	0	23,4	0,0
84°	100	0	2,8	0,0
90°	100	0	0	0,0

Eine genaue Übereinstimmung zwischen Zählrohrteleskop und Ionisationskammern ist nur an ruhigen Tagen zu erwarten. Bei den häufig vorkommenden Schwankungen, wie sie durch Luftdruckänderungen und magnetische Stürme hervorgerufen werden, können in den Amplituden Abweichungen von 1% auftreten.

Bei den sehr selten auftretenden Ausbrüchen solarer kosmischer Strahlung die Anstiege um den Faktor 2 oder 3 bringen können, sind sogar Unterschiede in den Amplituden der Meßwerte von 30% zu erwarten. Diese großen Abweichungen sind nur auf die Unterschiede in der Richtungsempfindlichkeit der beiden Apparate zurückzuführen.

Die Änderung der Meterdefinition und andere wichtige Beschlüsse der Generalkonferenz für Maß und Gewicht*

Von

Josef Stulla-Götz, Wien

(*Eingegangen am 12. Dezember 1960*)

Am 14. Oktober 1960 faßte die 11. Generalkonferenz für Maß und Gewicht in Paris den Entschluß, die Meterdefinition zu ändern. Wieso stehen der Generalkonferenz derartige Entscheidungen zu und wie ist es zu einer Änderung der Meterdefinition gekommen? Ein paar Worte über die geschichtliche Entwicklung mögen den Sachverhalt klarstellen.

Die französische Nationalversammlung beschäftigte sich 1791 mit der Aufstellung eines Maßsystems, das, auf dem Meter als Basis aufgebaut, für alle Völker und für alle Zeiten bestimmt war; die Längeneinheit Meter dem Erdglobus als natürliches Etalon zu entnehmen, war ein wahrhaft internationaler Gedanke, sollte doch jedes Land sich selbst sein Längenprototyp schaffen können. Die Praxis aber machte es erforderlich, ein materielles Etalon, ein die Einheit verkörperndes Urmaß aufzustellen, das dem 10 000 000sten Teil des Erdmeridianquadranten möglichst gleichgemacht wurde. Es war ein flacher Platin-Endmaßstab, im Hinblick auf die damalige Meßtechnik nicht sonderlich glücklich gewählt. Er wurde ob seiner Aufbewahrung im französischen Staatsarchiv Archivmeter genannt.

Im Jahre 1875 wurde die Meterkonvention als diplomatisches Übereinkommen geschlossen; sie begründete ein Internationales Büro für Maß und Gewicht mit der Aufgabe, das metrische System von Grund aus festzulegen. Das Büro in Sèvres bei Paris steht unter der Aufsicht des Internationalen Komitees für Maß und Gewicht, das wiederum der Generalkonferenz für Maß und Gewicht, dem beschlußfassenden Organ der Meterkonvention, unterworfen ist. Die 1. Generalkonferenz für Maß und Gewicht konnte 1889 die Einheit Meter durch ein neues Strich-Urmaß aus Platin-Iridium, mit dem bekannten X-förmigen Querschnitt, definieren. Es sei zur Ehrenrettung dieses im Pavillon von Breteuil sorgsam gehüteten Meterprototyps festgestellt, daß es seit seiner Schaffung innerhalb der Meßgenauigkeit von 0,1 bis 0,2 μ un-

* Vorgetragen auf der Herbsttagung der Österreichischen Physikalischen Gesellschaft am 4. November 1960.

verändert geblieben ist. Die Meßtechnik 1889 und die Meßtechnik 1960, beide sind kaum miteinander vergleichbar. Nicht verwunderlich, wenn die mit Strichmaß-Prototypen erreichbare Genauigkeit heute nicht mehr entspricht. Wohl machte man im letzten Jahrzehnt im Internationalen Büro alle Anstrengungen, die Genauigkeit der Strichmaßmessungen zu erhöhen, man machte Versuche mit neuartigen Strichausführungen und verbesserte die Komparatoren; ja selbst die Entwicklung neuer photoelektrischer Verfahren zur objektiven Erfassung von Maßstabstrichen brachte keine wesentliche Verbesserung der Strichmaß-Meßgenauigkeit. Dagegen hatte die Technik der Lichtwellenmessung beachtliche Fortschritte erzielt; dem schon seit vielen Jahrzehnten gehegten Wunsch, die Lichtwelle als natürliches Etalon der Längeneinheit Meter zu nehmen, konnte insbesondere dann entsprochen werden, als es gelang, Spektrallinien von Isotopen zu finden, die frei von Hyperfeinstruktur sind.

Das vom Internationalen Komitee eingesetzte Beratende Komitee für die Meterdefinition, an dem insbesondere die Vertreter der großen nationalen Staatslaboratorien beteiligt sind, legt 1953 die Bedingungen fest, die eine für eine Meterdefinition in Frage kommende Strahlung erfüllen müsse:

a) Wellenlänge im Vakuum, Strahler und Beobachter relativ zueinander in Ruhe.

b) Darstellung durch zwei Spektralterme eines Atoms, dessen Spektrallinie frei von Hyperfeinstruktur ist und das keinem störenden Einfluß unterliegt.

Außerdem wurde es als unerläßlich erachtet, daß der von der 7. Generalkonferenz für Maß und Gewicht 1927 festgelegte Wert der Wellenlänge der roten Cd-Linie $0{,}643\,846\,96 \cdot 10^{-6}$ m (Normalluft) unverändert bleibt, basieren doch auf ihm alle die rund 300 000 ausgemessenen Spektrallinien; damit kann auch das Angström als besonderer Name für 10^{-10} m übernommen werden.

Die nationalen Staatslaboratorien in Amerika, Deutschland, Rußland, England, Japan und Australien beschäftigten sich eingehend mit den Lichtwellenmessungen; die entscheidenden Messungen wurden aber im Internationalen Büro durch Terrien durchgeführt. Fast dramatisch verlief nun die Sitzung des Beratenden Komitees im September 1957. Engelhardt von der PTB in Braunschweig verwies auf die besonderen Vorzüge der von ihm vorgeschlagenen orangegelben Linien des Krypton-Isotops 86, Wellenlänge 606 nm; die Trennung der Isotopen des Kryptons nach der Methode der Thermodiffusion vorzunehmen, bedeutet keine besondere Schwierigkeit. Gardner vom NBS in Washington hielt die grüne Linie 546 nm des Hg-Isotops 198 für geeigneter, da die sie darstellende Lampe bei Raumtemperatur verwendet werden kann, während die Krypton Röhre auf der Temperatur des Stickstofftripelpunktes gehalten werden müsse. Freilich bedarf es zur Darstellung von Hg 198 eines Reaktors, da es durch Neutronenbeschuß aus Gold 197 gewonnen wird. Vom Mendelew-Institut in Leningrad dagegen wurde

eine Strahlung des Cd-Isotops 114 empfohlen, die ebenfalls hervorragende meßtechnische Eigenschaften besitzt. Das englische und das japanische Staatsinstitut hatte sich auf Grund eigener Messungen für Krypton ausgesprochen.

Die Entscheidung in diesem wissenschaftlichen Wettstreit ergab sich auf Grund eingehender, mit höchster Präzision durchgeführter Messungen von Terrien im Internationalen Büro. Er verglich die Breite, die Symmetrie und die Störungsanfälligkeit der Spektrallinien der drei im Rennen liegenden Strahlungen. Das Urteil lautete eindeutig und überzeugend: die orangegelbe Strahlung des Kryptonisotops 86, entsprechend den Energieniveaus $2\,p_{10}$ und $5\,d_5$, ist in jeder Hinsicht die derzeit geeignetste für eine Lichtwellendefinition des Meter. Das Beratende Komitee hat sich dieser Erkenntnis gebeugt und *einstimmig* die Kryptonlinie angenommen. Vom Internationalen Komitee übernommen, wurde der Definitionsentwurf der Generalkonferenz vorgelegt, die einstimmig die folgende Resolution 6 gefaßt hat:

„Im Hinblick darauf, daß das Internationale Meterprototyp die Längeneinheit Meter nicht mehr mit einer für die gegenwärtige Meßtechnik hinreichenden Genauigkeit definiert, daß es andererseits wünschenswert ist, ein natürliches und unzerstörbares Etalon der Längeneinheit festzulegen, beschließt die 11. Generalkonferenz:

1. Das Meter ist die Länge von 1 650 763,73 Vakuum-Wellenlängen der Strahlung des Krypton Atoms 86, die dem Übergang zwischen den Energieniveaus $2\,p_{10}$ und $5\,d_5$ entspricht.

2. Die Definition des Meter, die seit 1889 in Kraft ist und auf dem Internationalen Prototyp aus Platin-Iridium begründet ist, wird aufgegeben.

3. Das Internationale Prototyp, das durch die 1. Generalkonferenz für Maß und Gewicht im Jahre 1889 festgelegt wurde, wird im Internationalen Büro für Maß und Gewicht unter den gleichen Bedingungen wie bisher aufbewahrt."

Nach den letzten Messungen von Engelhardt und Terrien, deren Ergebnisse im Jänner 1960 vorgelegt wurden, ist bei Verwendung der in Frage stehenden Kryptonlinie damit zu rechnen, daß das Naturmaß Meter *derzeit* mit einer relativen Unsicherheit von $\pm\, 3 \cdot 10^{-9}$ behaftet ist. Da dem bisherigen Meterprototyp infolge seiner nachteiligen Strichqualität eine Unsicherheit von etwa 0,15 μ, also relativ $150 \cdot 10^{-9}$ wie eingangs erwähnt zugeordnet werden mußte, kann das Naturmaß Meter als etwa 50fach genauer darstellbar bezeichnet werden als das Meterprototyp.

Der ermittelte und in der Resolution angegebene Wellenlängenwert entspricht gemäß den 1953 durch das Beratende Komitee gestellten Anforderungen der Strahlung eines ruhenden und ungestörten Atoms; er wurde als der Grenzwert festgestellt, wenn sowohl die Krypton-Gasdichte als auch die Stromdichte gegen Null gehen.

Die Generalkonferenz hat das Komitee beauftragt, die zur Darstellung der neuen Definition erforderlichen technischen Anweisungen

herauszugeben; eine Beschreibung der zu verwendenden Kryptonlampe ist erfolgt.

Wir haben nun wieder ein natürliches Etalon, ein „Naturmaß" der Längeneinheit Meter. Es besteht aber wohl kein Zweifel, daß dem Naturmaß Lichtwellenlänge ganz andere Qualitäten zuzuordnen sind als irgendwelchen physikalischen Eigenschaften unserer Erdkugel. Wie man schon vor längerer Zeit festgestellt hat, ist nicht einmal ihre Umdrehungszeit konstant. Den Astronomen entspricht daher schon lange die bekannte Sekundendefinition, abgeleitet vom Mittleren Sonnentag, nicht mehr. Über Vorschlag der astronomischen Union und über Auftrag der 10. Generalkonferenz hat das Internationale Komitee 1956 eine neue Definition der Sekunde gegeben, sie wurde von der 11. Generalkonferenz genehmigt; sie lautet:

„Die Sekunde ist 1/31 556 925,974 7 des tropischen Jahres zum Zeitpunkt 0. Jänner 1900, 12 Uhr Ephemeriden-Zeit." (Der in astronomischer Zählweise angegebene Zeitpunkt ist in bürgerlicher Zählweise der 31. Dezember 1899, 12 Uhr mittags Greenwich.)

Auf Grund der astronomischen Beobachtungsmethoden ist eine exakte Zeitintervallangabe von z. B. einer Sekunde erst nach Jahren rückschließend möglich; Physiker und Meßtechniker sind damit nicht zufrieden, sie verlangen ein zu jedem Zeitpunkt verwirklichbares Zeitmaß, wie es sich derzeit z. B. durch die Eigenfrequenz ungestörter Atome oder Moleküle ergibt. Da bereits befriedigende „Atomuhren" verfügbar sind, hat die Generalkonferenz das Komitee aufgefordert, die Forschungen nach einem Atometalon der Zeiteinheit zu betreiben, um vielleicht schon der 12. Generalkonferenz die Möglichkeit einer Beschlußfassung zu geben.

Auf eine wichtige Resolution der 11. Generalkonferenz soll noch eingegangen werden, auf die Beschlußfassung bezüglich des *„Internationalen Einheitensystems"*. Bald nach Kriegsende hatte die Internationale Union für Physik an das Internationale Komitee das Ersuchen gerichtet, von seiten der Generalkonferenz für die internationalen Beziehungen ein praktisches internationales Einheitensystem, aufgebaut auf Meter, Kilogramm als Masseneinheit, Sekunde und einer absoluten elektrischen Einheit, aufzustellen. Nach einer wissenschaftlichen Enquete, an der sich fast alle Mitgliedsstaaten der Meterkonvention beteiligten, hat bereits die 10. Generalkonferenz die Basiseinheiten dieses Systems festgelegt; sie lauten: Meter, Kilogramm, Sekunde, Ampere, Grad Kelvin, Candela.

Die 11. Generalkonferenz hatte in ihrer Resolution 12 über den Namen und das Kurzzeichen des Systems entschieden und eine erste Serie von abgeleiteten Einheiten herausgegeben; sie lautet:

„Im Hinblick auf Resolution 6 der 10. Generalkonferenz für Maß und Gewicht, mit der sie die 6 Einheiten angenommen hat, die als Basis zur Aufstellung eines praktischen Maßsystems für die internationalen Beziehungen dienen sollen

Länge	Meter	m
Masse	Kilogramm	kg
Zeit	Sekunde	s
elektrische Stromstärke	Ampere	A
thermodynamische Temperatur	Grad Kelvin	^{0}K
Lichtstärke	Candela	cd

beschließt die 11. Generalkonferenz für Maß und Gewicht:

1. Das System, das auf den oben erwähnten 6 Basiseinheiten begründet ist, wird mit dem Namen „*Internationales Einheitensystem*" bezeichnet.

2. Die internationale Abkürzung des Namens dieses Systems ist „SI".

3. Die Namen der Vielfachen und Teile der Einheiten werden mittels der folgenden Vorsilben gebildet:

Faktor, mit dem die Einheit multipliziert wird	Vorsilbe	Symbol
$1\,000\,000\,000\,000 = 10^{12}$	Tera	T
$1\,000\,000\,000 = 10^{9}$	Giga	G
$1\,000\,000 = 10^{6}$	Mega	M
$1\,000 = 10^{3}$	Kilo	k
$100 = 10^{2}$	Hekto	h
$10 = 10^{1}$	Deka	da
$0{,}1 = 10^{-1}$	Dezi	d
$0{,}01 = 10^{-2}$	Zenti	c
$0{,}001 = 10^{-3}$	Milli	m
$0{,}000\,001 = 10^{-6}$	Mikro	μ
$0{,}000\,000\,001 = 10^{-9}$	Nano	n
$0{,}000\,000\,000\,001 = 10^{-12}$	Pico	p

4. Die nachstehend angeführten Einheiten werden in diesem System angewendet, unbeschadet der Tatsache, daß später noch weitere abgeleitete Einheiten hinzugefügt werden:

Zusätzliche Einheiten

Ebener Winkel	Radiant	rad
Raumwinkel	Steradiant	sr

Abgeleitete Einheiten

Oberfläche	Quadratmeter	m^2	
Rauminhalt	Kubikmeter	m^3	
Frequenz	Hertz	Hz	1/s
Dichte	Kilogramm je Kubikmeter	kg/m^3	
Geschwindigkeit	Meter je Sekunde	m/s	
Winkelgeschwindigkeit	Radiant je Sekunde	rad/s	
Beschleunigung	Meter je Quadratsekunde	m/s^2	
Winkelbeschleunigung	Radiant je Quadratsekunde	rad/s^2	
Kraft	Newton	N	$kg \cdot m/s^2$
Druck (Spannung)	Newton je Quadratmeter	N/m^2	

Dynamische Viskosität	Newton-Sekunde je Quadratmeter	$N \cdot s/m^2$	
Kinematische Viskosität	Quadratmeter je Sekunde	m^2/s	
Arbeit, Energie, Wärmemenge	Joule	J	$N \cdot m$
Leistung	Watt	W	J/s
Elektrizitätsmenge	Coulomb	C	$A \cdot s$
Elektrische Spannung, Potentialdifferenz, elektromot. Kraft	Volt	V	W/A
Elektrische Feldstärke	Volt je Meter	V/m	
Elektrischer Widerstand	Ohm	Ω	V/A
Elektrische Kapazität	Farad	F	$A \cdot s/V$
Magnetischer Fluß	Weber	Wb	$V \cdot s$
Induktivität	Henry	H	$V \cdot s/A$
Magnetische Induktion	Tesla	T	Wb/m^2
Magnetische Feldstärke	Ampere je Meter	A m	
Magnetische Spannung	Ampere	A	
Lichtstrom	Lumen	lm	$cd \cdot sr$
Leuchtdichte	Candela je Quadratmeter	$cd\ m^2$	
Beleuchtungsstärke	Lux	lx.	lm/m^2

Dieses „Internationale Einheitensystem", genannt „SI", bildet bereits und wird in Zukunft die Grundlage für alle einschlägigen Gesetze der Mitgliedstaaten der Meterkonvention bilden. Darüber hinaus sollte es aber in allen wissenschaftlichen, technischen und Unterrichtskreisen Beachtung finden.

Ich darf schließen mit den einleitenden Sätzen, die sich in der sehr schönen und ausführlichen, vom Schweizerischen Elektrotechnischen Verein 1949 herausgegebenen Einführungsschrift in das damals noch Giorgi-System benannte „Internationale Einheitensystem" finden: „Das Giorgische System bietet für die Rechnungen in der Praxis so viele Vorteile, daß es geeignet erscheint, in der Wissenschaft und in der Technik des CGS-System und das sogenannte Technische System zu verdrängen. Dies ist auch der Grund, warum das neue System der Fachwelt empfohlen wird, denn es ist nicht beabsichtigt, die Zahl der im Gebrauch stehenden Maßsysteme um ein weiteres zu erhöhen."

Schrifttum zum „Internationalen Einheitensystem":

Hahnemann, Die Umstellung auf das Internationale Einheitensystem in Mechanik und Wärmetechnik, VDI-Verlag 1959.

Hammer-Neubert, Lehrbuch der Physik, Verlag R. Oldenbourg, 1959.

ÖNORM-Blatt A 6430, Maßsysteme: Begriffsbestimmungen.

ÖNORM-Blatt A 6431, Maßsystem: Dimensions- und Einheitensysteme, Urmaße.

ÖNORM-Blatt A 6433, Maßsysteme: Länge, Flächeninhalt, Rauminhalt, Winkel.

ÖNORM-Blatt A 6438, Maßsysteme: elektrische und magnetische Feldgrößen (in Druck).

E. Flegler, Einheiten und Einheitensysteme, Bericht über Empfehlungen des Wissenschaftlichen Beirates des VDI, VDI-Zeitschrift **100**, 1100 (1958).
G. Oberdorfer, Maßsysteme in Physik und Technik, 1956, 2. Auflage.
F. Trey, Der Weg zum MKS-System, Österr. Ing.- und Arch.-Verein **102**, 283.
P. Grassmann, Zur Frage nach dem zweckmäßigsten Maßsystem, VDI-Zeitschrift **98**, 1829 (1956).
U. Stille, Messen und Rechnen in der Physik, Braunschweig 1955.
W. Reichardt, Grundlagen der Elektroakustik, Leipzig 1954.
H. Gollmann, Das MKS-System im Aufbau des Elektromagnetismus, Die Pyramide 1952, S. 159.
H. Gollmann, Neubau der Elektrizitätslehre des MKS-Systems, Der Mittelschullehrer und die Mittelschule 1960, Nr. 1.
W. Traupel, Thermodynamische Turbomaschinen, I. Band.
König, Krondl und Landolt, Zur Einführung des Giorgi-Systems, Bull. SEV **40**, 462 (1949).
A. Bodea, Giorgis rationales MKS-System mit Dimensionskohärenz, Basel 1949.
W. de Groot, Die Entstehungsgeschichte des Giorgi-Systems der elektrischen Einheiten, Philips' Technische Rundschau 1948, Heft 2.
Bezüglich Verwendung von Joule als Einheit der Wärmemenge: Das National Bureau of Standards in Washington gibt in seinen Tabellen alle wärmetechnischen Werte in Joule an, siehe auch
Osborne, Stimson and Ginnings, Measurements of heat capacity, Jour. Res. Nat. Bureau of Standards **23**, 197—260, 261—270 (1939).
E. Schmidt, 4. Internationale Dampftafelkonferenz 1955, VDI-Zeitschrift **97**, 796 (1955).
Ferner DIN-Norm-Wärmeübertragung.
Brown-Boveri-Cie, Baden (Schweiz), Enthalpie-Entropie-Diagramme für Wasserdampf und Wasser, bearbeitet von L. S. Dzung und W. Rohrbach, Springer-Verlag 1955.

Eine verbesserte Anordnung zur Lebensdauermessung*

Von

Peter Weinzierl, SGAE

Reaktorzentrum Seibersdorf

Mit 3 Abbildungen

(*Eingegangen am 12. Dezember 1960*)

Eines der ersten Experimente, das am Seibersdorfer Reaktor geplant ist, bezieht sich auf die Messung isomerer Zustände, welche bei (n, γ)-Reaktionen erreicht werden. Während unsere bisherige Kenntnis isomerer Zustände sich vor allem auf die Anregungsniveaus der stabilen Kerne bezieht, welche beim Zerfall radioaktiver Isotope auftreten, sollen durch diese Experimente die angeregten Niveaus der beim Neutroneneinfang gebildeten Kerne systematisch untersucht werden [1]. Außer einer verbesserten Kenntnis isomerer Zustände im allgemeinen soll versucht werden, soweit dies meßtechnisch möglich ist, eine zeitliche Analyse des Ablaufes der γ-Kaskaden nach Neutroneneinfang anzustreben.

Die Erreichung eines höchst möglichen zeitlichen Auflösungsvermögens unter gleichzeitiger Analyse der Energieverteilung der γ-Strahlung ist für dieses Experiment entscheidend. Diese Forderung stößt bekanntlich auf die Schwierigkeit, daß die durch ihren Gehalt an schweren Elementen besonders zur Energieanalyse geeigneten Szintillatoren NaJ (Tl) und CsJ (Tl) infolge ihrer wesentlich längeren Szintillationszeitkonstanten weniger zur Messung mit höchster Zeitauflösung geeignet sind, als schnelle organische Szintillatoren. Aus einer neuen Untersuchung von R. E. Bell [2] geht hervor, daß die erreichbare Zeitauflösung z. B. für eine γ-Strahlung von 0,5 MeV für Stilben-Kristalle um einen Faktor 4 besser ist als für NaJ-Kristalle. Bei der Untersuchung von niederenergetischen Zerfallschemata hat sich die Trennung von Energie- und Zeitmessung bewährt, wobei die Energiemessung durch zwei Betaspektrometer erfolgt, die auf die betreffenden Konversionslinien eingestellt sind; zur Zeitmessung dienen schnelle Szintillatoren, die in den Betaspektrometern als Detektoren eingebaut sind [3].

* Vorgetragen auf der Herbsttagung der Österreichischen Physikalischen Gesellschaft am 4. November 1960.

Da eine Anordnung von Betaspektrometern für die geplanten (n, γ)-Reaktionen wegen der Dicke des Targets in den meisten Fällen nicht anwendbar ist, wurde eine verbesserte Koinzidenzanordnung entworfen, bei der Zeit- und Energiemessung in zwei Szintillatoren verschiedener Type vor sich geht. Abb. 1 veranschaulicht das Prinzip:

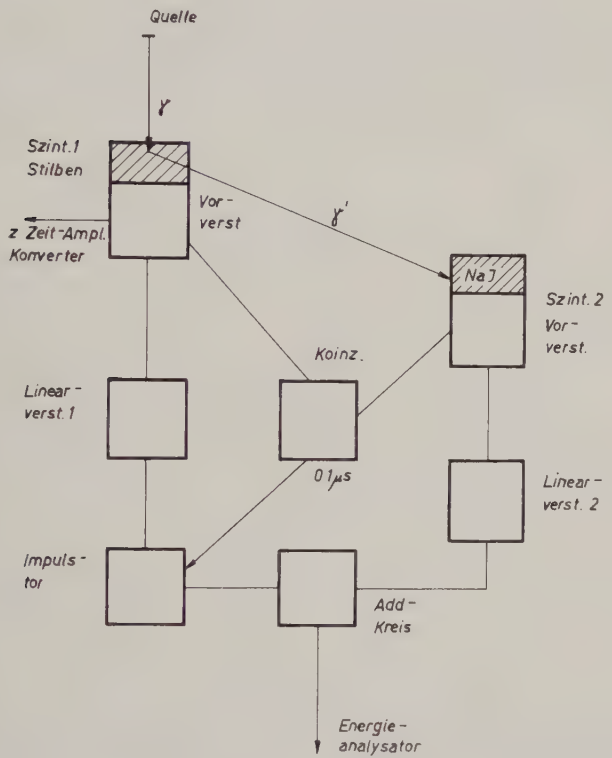


Abb. 1. Prinzip der neuen Koinzidenzanordnung

in einem organischen Szintillator, etwa Stilben, erleidet das γ-Quant, dessen Eintreffzeit und Energie zu messen ist, eine Compton-Streuung. Der scharfe Zeit-Impuls des Compton-Elektrons kann zur Zeitmessung herangezogen werden und wird einem Zeit-Amplitude-Konverter zugeführt. Das gestreute Quant γ' trifft einen NaJ-Kristall. Wird der Raumwinkel zwischen den beiden Kristallen hinreichend klein gehalten, so daß die Energievariation von γ' für die zugelassenen Winkel klein gegenüber der Auflösungsbreite im NaJ bleibt, dann ist eine eindeutige Beziehung zwischen der im NaJ registrierten γ-Energie und der Energie des einfallenden Quant vorhanden. Die Energiemessung erfolgt durch Impulsgrößenanalyse der NaJ-Impulse.

Da diese Beschränkung des Raumwinkels zwischen Szintillator 1 und 2 den Gesamtwirkungsgrad der Methode sehr vermindert, wird es im allgemeinen zweckmäßig sein, eine Addition der beiden Energien vorzunehmen, die der γ-Strahl in beiden Kristallen verloren hat. Zu diesem Zweck werden die Impulse beider Szintillatoren linear verstärkt, und zwar in dem Maße, daß die Impulsgröße in Volt keV absorbierter Energie im Szintillator für beide Kristalle gleich ist. Dann können die linear addierten Impulsgrößen beider Detektoren zur Energiemessung herangezogen werden. Da die Anzahl der Impulse im zuerst getroffenen organischen Szintillator aber immer wesentlich größer sein wird, als die der Streuquanten, die den Na J-Kristall treffen, erscheint es zweckmäßig

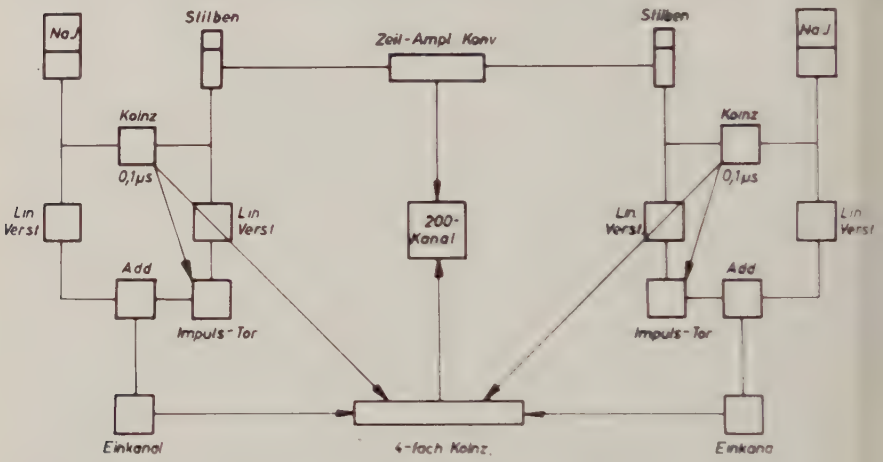


Abb. 2. Blockschema der Elektronik für $\gamma - \gamma$-Koinzidenzen

eine Koinzidenz mittleren Auflösungsvermögens (0,1 μsec) zwischen die beiden Detektoren zu schalten. Auf diese Weise ist es möglich, die gewünschten Streuprozesse aus den übrigen Impulsen herauszugreifen. Bei hoher Impulsfrequenz im organischen Szintillator wird es auch zweckmäßig sein, ein von dieser Koinzidenz gesteuertes Impulstor zwischen den Linearverstärker 1 und den Additionskreis einzuschalten, so daß es am Additionskreis zu möglichst wenigen zufälligen Überlagerungen von Impulsen kommt.

Werden bei einer γ-Kaskade mehrere Quanten fast gleichzeitig emittiert, wie dies bei den (n, γ)-Reaktionen meist der Fall ist, so ist es außerdem notwendig, den Na J-Kristall gegenüber der direkten Strahlung von der Quelle abzuschirmen. So werden Koinzidenzen vermieden, wenn ein primäres Quant im organischen Szintillator gestreut wird, ohne den Na J-Kristall zu erreichen, aber ein gleichzeitig emittiertes zweites Primär-Quant den Szintillator 2 erreicht. Abb. 2 gibt das Blockschema der kompletten Elektronik wieder, die erforderlich ist,

um $\gamma - \gamma$-Koinzidenzen mit guter Identifikation der Energie durch das NaJ und hoher Zeit-Auflösung auf Grund der Streuprozesse in Stilben-Szintillatoren zu ermöglichen. Der niedere Gesamtwirkungsgrad der Anordnung läßt es jedoch für die meisten Fälle als gezeigt erscheinen, nur für eines der untersuchten Quanten diese komplexe Anordnung zu verwenden. Für das zweite Quant würde dann nur der organische Szintillator verwendet. Nach der linearen Verstärkung wird ein Ein-Kanal-Registriergerät eingesetzt, das z. B. den hochenergetischen Teil des beobachteten Impulskontinuums auswählt. Dann würde der Impuls von diesem Detektor als Startimpuls für die Zeitmessung benützt, während die Energieanalyse nur für den zweiten eventuell verzögerten γ-Impuls durchgeführt wird.

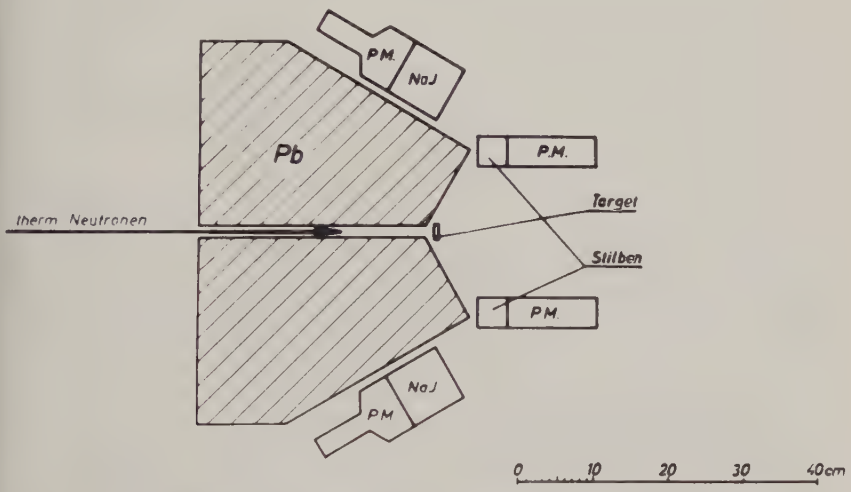


Abb. 3. Schema eines Versuchsaufbaus für Lebensdauermessung nach (n, γ)-Reaktionen

Abb. 3 gibt schematisch eine mögliche Anordnung wieder, die für die Untersuchung der geplanten (n, γ)-Reaktionen aufgebaut werden soll. Es ist für den Versuch wesentlich, daß der Neutronenstrahl durch geeignete Filterung von γ-Strahlung und Neutronen höherer Energien weitgehend befreit wird. Ein Strahl subthermischer Neutronen, wie er nach Passage durch einen dicken Wismuth-Block im wesentlichen vorliegt, dürfte hiefür am geeignetsten sein.

Literatur

1. D'Angelo, Phys. Rev. **117**, 510 (1960). — E. C. Campbell, P. F. Fettweiss, Nucl. Phys. **13**, 92 (1959). — K. F. Alexander, V. Bredel, Nucl. Phys. **17**, 153 (1960).
2. R. E. Bell, Nucl. Instr. (im Druck).
3. R. E. Bell, R. L. Graham, Phys. Rev. **86**, 212 (1952). — K. Siegbahn, Ark. Fysik **4**, 223 (1952). — T. R. Gerholm, Rev. Scient. Instr. **26**, 1069, 1955.

Der derzeitige Stand der nichtlinearen Spinortheorie der Elementarteilchen*

Von

W. Heisenberg

Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik, München

(*Eingegangen am 19. Dezember 1960*)

Unter dem Terminus „nichtlineare Spinortheorie der Elementarteilchen" wird im folgenden der Versuch verstanden, aus der Gleichung

$$\gamma_\nu \frac{\partial \psi}{\partial x_\nu} \pm l^2 \gamma_\mu \gamma_5 \psi \, (\bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5 \psi) = 0$$

die Eigenschaften der Elementarteilchen, also ihre Massen, ihre Wechselwirkung, die Art ihres Entstehens usw., herzuleiten.

In den letzten Jahren ist eine Reihe von Untersuchungen an dieser Theorie durchgeführt worden, es sind verschiedene mathematische Probleme aufgeklärt, Querverbindungen zu anderen Gedankenkreisen hergestellt und die physikalischen Konsequenzen der Theorie genauer als früher durchgearbeitet worden. Daher lohnt es sich, einen Überblick über den derzeitigen Stand zu geben.

Zunächst sollen die Grundtatsachen nochmals genannt werden, aus denen die Theorie entstanden ist, und die Grundgedanken, die als Folgerungen aus diesen Grundtatsachen gezogen worden sind.

Von den vielen Erfahrungen, die in den letzten Jahren an verschiedenen Stellen, etwa in der kosmischen Strahlung oder mit den großen Beschleunigungsmaschinen in Kalifornien, in Dubna, in Genf, gewonnen worden sind, ist vielleicht die wichtigste, daß die Elementarteilchen ineinander umgewandelt werden können. Wenn Elementarteilchen mit sehr hoher Energie aufeinandertreffen, so entstehen dabei neue Elementarteilchen, teils derselben, teils anderer Art. Wenn man die Ergebnisse der Experimente qualitativ zu einem einfachen Bild zusammenordnen will, kann man sagen: Die Elementarteilchen sind nicht letzte, unzerstörbare Einheiten der Materie, sondern verschiedene Formen ein und derselben Substanz. Man kann den Grundstoff, aus dem alle Elementarteilchen bestehen, einfach Energie nennen. Wir können sagen, aus Energie entsteht die Materie, indem sie sich in die

* Vortrag, gehalten am 3. November 1960 auf der Tagung der Österreichischen Physikalischen Gesellschaft in Graz.

Form der Elementarteilchen begibt. Die Elementarteilchen sind also nur verschiedene Formen, stationäre Zustände, in denen dieser Grundstoff Energie sich manifestieren kann.

Neben dieser ersten und wichtigsten experimentellen Tatsache gibt es eine zweite von ähnlichem Gewicht, nämlich die Feststellung, daß die Wechselwirkung zwischen den Elementarteilchen der Forderung der Kausalität genügt. Damit ist folgendes gemeint: Bei allen Prozessen, bei denen Elementarteilchen aufeinander wirken, bei denen neue Teilchen entstehen oder wieder absorbiert werden, immer gilt der aus der Relativitätstheorie bekannte Satz, daß Wirkungen sich nie schneller als mit Lichtgeschwindigkeit fortpflanzen können und daß die Ursache immer früher ist als die Wirkung. Diese Tatsache allein hat schon wesentliche Einschränkungen in den möglichen Theorien zur Folge, die mathematisch zu untersuchen sind.

Schließlich liefern die Experimente noch ein drittes, wichtiges Erfahrungsmaterial: Es hat sich herausgestellt, daß bei den Umwandlungen der Elementarteilchen viele verschiedene Erhaltungssätze gelten; zum Teil die schon aus der alten Physik bekannten Erhaltungssätze für Energie und Impuls usw., zum Teil neue, die durch gewisse Quantenzahlen beschrieben werden können. Man muß also annehmen, daß es in den grundlegenden Naturgesetzen die den Erhaltungssätzen entsprechenden Symmetrie-Eigenschaften gibt. Denn wir wissen ja aus der Quantentheorie, oder ganz allgemein aus der gesamten früheren Physik, daß ein Erhaltungssatz immer dann auftritt, wenn die grundlegenden Naturgesetze gewisse Symmetrien, das heißt Invarianzeigenschaften aufweisen.

Diesen drei Grundtatsachen: Verwandlung der Elementarteilchen, Kausalität und Erhaltungssätze, entsprechen drei Grundannahmen der nichtlinearen Spinortheorie, die zwar kaum als mathematisch zwangsläufige Folgen jener Grundtatsachen, wohl aber als ihre natürliche Interpretation angesehen werden können.

1. Wenn es wahr ist, daß alle Elementarteilchen aus demselben Stoff „Energie" bestehen, dann ist es vernünftig anzunehmen, daß man alle Elementarteilchen mittels eines einzigen Feldes, nämlich eines einheitlichen Materiefeldes beschreiben kann. Es wird daher versucht, nur einen einzigen Feldoperator einzuführen, von dem aus alle Elementarteilchen in irgend einer Weise hergeleitet werden können. Da es Elementarteilchen mit halbzahligem Spin gibt, kann dieses zugrundeliegende universelle Feld nur ein Spinorfeld sein. Man wird also annehmen, daß, wenn es ein Grundgesetz der Materie gibt, dies durch eine Spinorgleichung dargestellt werden muß. Da es Wechselwirkungen gibt, muß die Spinorgleichung nichtlinear sein; denn in der Physik wird in der Regel eine Wechselwirkung durch die Abweichung von der Linearität beschrieben.

2. Die zweite Grundtatsache war, daß die Wechselwirkung kausal verläuft. Es ist in den letzten Jahren viel darüber nachgedacht worden, ob die Kausalität als eine, wie man sagt, streng lokale Forderung ver-

standen werden muß, oder ob es verallgemeinerte, weniger scharfe Begriffe von Kausalität gibt, bei denen zwar die Kausalität nicht in den kleinsten Bereichen streng gilt, aber in weiteren Bereichen doch näherungsweise erhalten bleibt. Bei den bisherigen Untersuchungen hat sich immer wieder herausgestellt, daß die einzig eindeutige und befriedigende Art, die Kausalität zu definieren, doch wahrscheinlich darin besteht, sie wenigstens formal als lokale Eigenschaft, also sozusagen im unendlich Kleinen zu fordern. Man hat einstweilen jedenfalls keinen Grund, von dieser Forderung abzuweichen. Wenn man die Forderung so stellt, dann muß die grundlegende Materiegleichung eine Differentialgleichung sein. Diese Aussage ist nur mit Vorbehalt richtig, da eventuell noch ein etwas allgemeinerer Gleichungstypus in Betracht käme, nämlich eine Integrodifferentialgleichung, in der nur ein beliebig kleines, jedoch endliches Zeitintervall Δt als Integrationsbereich vorkommt. Solche Integrodifferentialgleichungen kann man in einem übertragenen Sinne auch noch als Differentialgleichungen bezeichnen, sie entsprechen nämlich Differentialgleichungen mit unendlichen Koeffizienten. Mit diesem etwas erweiterten Sprachgebrauch kann man sagen: wenn die Forderung der Kausalität in strengem Sinne gilt, dann muß die zugrundeliegende Materiegleichung eine nichtlineare Differentialgleichung sein.

3. Schließlich kann man aus den vielen Erhaltungssätzen, die man empirisch beobachtet, schließen, daß die Differentialgleichung eine sehr hohe Symmetrie besitzen muß; denn die vielen Erhaltungssätze und die zugehörigen Quantenzahlen können nur durch entsprechend viele Symmetriegruppen gedeutet werden.

Beim Versuch, eine solche einheitliche Materietheorie zu formulieren, ergab sich die überraschende Erfahrung, daß schon die einfachste nichtlineare Spinorgleichung, die man in Anlehnung an die bisherige Feldtheorie anschreiben kann, praktisch alle die Gruppen und zugehörigen Symmetrie-Eigenschaften enthält, die man für die Deutung der Erfahrung braucht.

$$\gamma_\nu \frac{\partial \psi}{\partial x_\nu} \pm l^2 \gamma_\mu \gamma_5 \psi \, (\bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5 \psi) = 0$$

	Gruppe:		Deutung:
(1)	Lorentzgruppe	→	Erhaltung von Energie, Impuls, Drehimpuls etc.
(2)	$\psi \to a \psi + b \gamma_5 c^{-1} \bar{\psi}$, $\lvert a\rvert^2 + \lvert b\rvert^2 = 1$	→	Isospin J
(3)	$\psi \to e^{i\alpha\gamma_5} \psi$	→	J_N
(4)	$\psi \to \eta^{3/2} \psi \, (x\,\eta, l\,\eta)$	→	Λ
(5)	$\psi \to \gamma_4 c^{-1} \bar{\psi} \, (-\vec{\mathfrak{r}}, t, l)$	→	PC (Parität + Ladungskonjugation)
(6)	$\psi \to \psi \, (x, -l)$	→	P (Parität)

	Nukleonenzahl	$N = J_N + \Lambda$
(7)	Leptonenzahl	$L = J_N - \Lambda$
	Ladung	$Q = J_3 + \Lambda - s/2$

[s = „Seltsamkeit" (strangeness)]

Die vorstehende Tabelle gibt links die Gruppeneigenschaft, rechts die zugehörige physikalische Deutung.

An erster Stelle steht die LORENTZ-Gruppe (1); sie bedeutet, daß in der zugehörigen Theorie Energie, Impuls und Drehimpuls erhalten sind, wie in der üblichen Physik. Die Transformation (2), die von PAULI und GÜRSEY studiert wurde, ist der räumlichen Drehungsgruppe isomorph, sie kann daher mit dem sogenannten Isospin, einer an den Elementarteilchen seit etwa 30 Jahren bekannten Eigenschaft, in Verbindung gebracht werden. Die Transformation (3), die von TOUSCHEK u. a. untersucht worden ist, kann zur Deutung einer Quantenzahl J_N benützt werden, die nach (7) mit Baryonen-Zahl und Leptonen-Zahl verknüpft ist. Der Skalentransformation (4), über die nachher noch gesprochen werden soll, kann man eine Quantenzahl Λ zuordnen, die ebenfalls für Baryonen- und Leptonenzahl wichtig ist. Schließlich gibt es noch die Transformation (5), die man mit dem Produkt aus Parität und Ladungskonjugation in Verbindung bringen kann und die Transformation (6), nämlich die Umkehr von $+ l$ in $- l$, die, wie nachher noch diskutiert werden soll, mit der Parität zusammenhängen kann. (7) zeigt noch die Verbindung dieser Zahlen mit der Nukleonenzahl, der Leptonenzahl und der Ladung. Die einzige Quantenzahl, die in diesem Schema noch nicht gedeutet werden kann, ist die sogenannte Seltsamkeit (strangeness); sie mag entweder mit noch nicht untersuchten diskreten Gruppen der Gleichung zusammenhängen, oder durch Verhältnisse erklärt werden, wie man sie aus den optischen Spektren der Atome, z. B. in der Beziehung zwischen Orthohelium- und Parheliumspektrum kennt.

Nachdem die Symmetrie-Eigenschaften der Gleichung mit gewissen empirischen Bestimmungsstücken der Elementarteilchen in Verbindung gebracht sind, muß man versuchen, aus der Gleichung und den zugehörigen Symmetrien die physikalischen Eigenschaften der Elementarteilchen auszurechnen, also z. B. zu zeigen, daß das Massenverhältnis zwischen Nukleonen und π-Mesonen gerade den beobachteten Wert hat.

Es hatte sich schon am Anfang dieser Theorie herausgestellt, daß man den Rahmen der früheren Quantenmechanik an verschiedenen Stellen erheblich erweitern muß, um der Ausgangsgleichung einen Sinn zu geben. Diese Erweiterungen sind der Gegenstand von vielen Diskussionen geworden, weil man sich bei jeder Erweiterung natürlich immer fragen muß, ob die Erweiterung erstens nötig und zweitens möglich ist.

Ich möchte diese Probleme, die gerade in den letzten Jahren oft erörtert worden sind, vorerst kurz besprechen und dann später auf die Fortschritte eingehen, die in ihrer Behandlung neuerdings erzielt worden sind.

1. Zunächst hat sich herausgestellt, daß man, um die Ausgangsgleichung zu quantisieren, nicht mit einem Hilbertraum auskommt,

in dem wie üblich eine positive Metrik gilt; sondern man muß einen Hilbertraum mit indefiniter Metrik benutzen. Zur Vorgeschichte möchte ich erwähnen, daß der Vorschlag, eine indefinite Metrik im Hilbertraum zu verwenden, schon 1942 von Dirac gemacht worden ist. Pauli hatte aber ein Jahr später gezeigt, daß man bei dieser indefiniten Metrik in Schwierigkeiten mit der Wahrscheinlichkeitsinterpretation der Quantentheorie geraten kann. Wir hatten bei der nichtlinearen Spinortheorie zunächst einige Hinweise dafür gefunden, daß man die Schwierigkeiten vielleicht doch überwinden kann. Später hatten Pauli und Källén am Lee-Modell gezeigt, daß es Fälle gibt, in denen anscheinend die Wahrscheinlichkeitsinterpretation nicht durchgeführt werden kann. An einem speziellen Fall des Lee-Modells konnte andererseits wieder nachgewiesen werden, daß die Wahrscheinlichkeitsdeutung doch mit der indefiniten Metrik vereinbar sein kann. Mit anderen Worten: Die Frage, ob diese Benützung der indefiniten Metrik möglich und notwendig ist, bedarf noch ausführlicher Untersuchungen.

Das war aber nicht die einzige Erweiterung des früheren quantentheoretischen Rahmens, sondern es waren noch mehrere andere Erweiterungen nötig.

2. Man hat in dieser Theorie zur Deutung der experimentellen Quantenzahlen auch Transformationen im Raum des Parameters l, des Längenparameters in der Ausgangsgleichung, in Betracht gezogen. Es erscheint zunächst sehr ungewöhnlich, daß man einen Parameter, der so etwas wie eine Kopplungskonstante zu bedeuten scheint, auf die gleiche Stufe stellt mit den Koordinaten x, y, z und t, und Transformationen dieses Parameters zuläßt.

Man kann die Verwendung von Transformationen im Längenparameter auch in der Weise ausdrücken, daß man nicht von einer vierdimensionalen, sondern einer fünfdimensionalen Theorie spricht. Man betrachtet nämlich die Operatoren ψ als Funktionen der fünf Variablen x, y, z, t und l. Das ist in der früheren Quantentheorie weder üblich noch möglich gewesen, und daher handelt es sich auch hier um eine Neuerung, deren Sinn erst diskutiert werden muß.

3. Ein Punkt, der bisher weniger Beachtung gefunden hat, der aber auch von größter Wichtigkeit im Zusammenhang mit der Theorie zu sein scheint, ist die Frage nach den Randbedingungen. In der alten Quantenmechanik war mit der Formulierung der Wellengleichung (etwa in der Schrödingerschen Form) das Problem praktisch vollständig definiert. Zwar ist bekannt, daß man die Eigenwerte nur erhält, wenn man die Schrödingergleichung durch Randbedingungen ergänzt, also etwa fordert, daß die Wellenfunktion im Unendlichen verschwinden soll, keine Singularitäten auftreten und dergleichen. In der unrelativistischen Quantenmechanik waren die Randbedingungen aber immer von so einfacher Art, daß keine Schwierigkeit entstand. In der nichtlinearen Spinortheorie sind die Verhältnisse erheblich komplizierter, weil es gewisse „Unendlichkeiten" gibt, die in der gewöhnlichen Quantenmechanik nicht vorkommen. Dort genügte es, über das Verhalten der Wellen-

funktion im räumlich Unendlichen Aussagen zu machen. Hier kann aber auch die Teilchenzahl unendlich werden. Die Experimente zeigen, daß beim Stoß neue Teilchen erzeugt werden können. Beim Zusammenstoß von zwei sehr energiereichen Teilchen können unter Umständen sogar viele neue entstehen. Im Prinzip ist daher die Teilchenzahl unendlich. Und da es Teilchen mit der Ruhemasse Null gibt, kommen auch praktisch Fälle vor, bei denen selbst in einem einzigen Experiment unendlich viele Teilchen erzeugt werden. Wenn man eine unendliche Teilchenzahl in Betracht ziehen muß, so muß man auch sagen, wie sich die Wellenfunktionen bei unendlichen Teilchenzahlen verhalten. Dadurch kommen neue Arten von Randbedingungen ins Spiel, die es im ersten Augenblick überhaupt als fraglich erscheinen lassen, ob das Problem durch die Differentialgleichung allein schon eindeutig beschrieben ist. Es wäre ja denkbar, daß die Differentialgleichung zwar gilt, aber das Problem noch nicht vollständig bestimmt, daß vielmehr zur Festlegung noch neue, bisher unbekannte Randbedingungen notwendig sind.

4. Eine andere Erweiterung bezieht sich auf die Symmetrie des Grundzustandes: In der gewöhnlichen Quantenfeldtheorie, etwa der Quanten-Elektrodynamik, hat man immer angenommen, daß das Vakuum die höchste mögliche Symmetrie besitzt; das heißt das Vakuum soll invariant sein gegen alle die Transformationen, gegen die auch die Gleichung selbst invariant ist. Man kann auch sagen, das Vakuum sollte keinerlei physikalische Eigenschaften besitzen, außer etwa der, leer und damit symmetrisch zu sein.

In der neuen Theorie mußte jedoch, um die Erfahrung darzustellen, angenommen werden, daß auch der Grundzustand unsymmetrisch ist, daß er nicht die volle Symmetrie der Gleichung besitzt und damit zum Träger physikalischer Eigenschaften wird; er sollte also „Welt" und nicht „Vakuum" genannt werden.

Diese Annahme war deswegen notwendig, weil man ja gewisse Abweichungen von der Symmetrie erklären muß. Es ist z. B. empirisch bekannt, daß die Isospininvarianz bei den elektromagnetischen Kräften nicht mehr gilt. Wenn der Grundzustand nicht die volle Symmetrie besitzt, muß er entartet sein, weil man durch Anwendung der Transformation zu einem anderen Grundzustand kommen kann, der physikalisch die gleichen Eigenschaften besitzt wie der ursprüngliche. Auf dieser Entartung des Grundzustandes beruht dann auch die Existenz der „strange particles", der „seltsamen" Teilchen. Die Hyperonen z. B. kommen dadurch zustande, daß sich die Nukleonen sozusagen vom Vakuum einen Teil des dort vorhandenen Isospins abzweigen und anlagern können. Solche Verhältnisse kommen schon bei speziellen Systemen der gewöhnlichen Quantenmechanik vor und können dort studiert werden. Sie führen jetzt zu grundsätzlichen Unterschieden zwischen der nichtlinearen Spinortheorie und der üblichen Quantenfeldtheorie.

5. Schließlich will ich als letzten Punkt die Schwierigkeiten des Näherungsverfahrens nennen: Man hat zur Berechnung von Eigenwerten in den ersten Arbeiten über die nichtlineare Spinortheorie immer eine Näherungsmethode benützt, die als das sogenannte Tamm-Dancoff-Verfahren bekannt ist. Sie ist recht umstritten. Es handelt sich dabei um eine Näherungsmethode, deren Genauigkeitsgrenzen schwer abzuschätzen sind und bei der auch die Beziehung zu anderen Näherungsmethoden nicht allzu klar ist.

Jedenfalls wäre es für die Beurteilung dieses letzten Punktes wichtig, wenn man andere Näherungsverfahren zum Vergleich benützen und auswerten könnte, um zu sehen, wie gut oder schlecht die Ergebnisse der anderen Verfahren mit den Tamm-Dancoff-Ergebnissen übereinstimmen.

Damit sind die wichtigsten Gebiete bezeichnet, in denen die neue Theorie von der früheren Quantentheorie abgewichen ist, und es soll jetzt diskutiert werden, bei welchen Problemen im letzten Jahr Fortschritte erzielt worden sind.

Der Stand vor einem Jahr läßt sich etwa in folgender Weise kurz zusammenfassen:

Wenn man voraussetzt, daß die genannten Erweiterungen der Quantentheorie mathematisch einwandfrei durchgeführt werden können, dann stellen sich für die einfachsten Teilchen, nämlich für die Nukleonen und für die Bosonen in der untersten Näherung der Tamm-Dancoff-Methode Massen heraus, die qualitativ mit den beobachteten übereinstimmen. Die Symmetrie-Eigenschaften der Teilchen stimmen mit den beobachteten überein. Nur bei der Parität war noch eine Unklarheit übriggeblieben: Es ließ sich zwar die sogenannte „Parität 2. Art" definieren, aber es konnte nicht gezeigt werden, daß sie bei den starken Wechselwirkungen streng erhalten bleibt und erst bei den ganz schwachen Wechselwirkungen, nämlich bei den radioaktiven, verletzt wird.

Diese Schwierigkeit war auch in anderen, ähnlichen Theorien aufgetreten, z. B. in einer Theorie von Thirring, der vorgeschlagen hatte, alle Teilchen durch drei Felder darzustellen.

Abgesehen von dieser Problematik hatte sich aber bei der ersten Übersicht herausgestellt, daß man für die Massenverhältnisse einigermaßen vernünftige Werte und für die Streuung zwischen Nukleonen und π-Mesonen etwas qualitativ Richtiges bekommt; daß sich ferner auch für die β-Wechselwirkung die richtigen Symmetrie-Eigenschaften ergeben.

Die seitdem erzielten Fortschritte sollen nun an den vorhin aufgezählten Problemen im einzelnen besprochen werden.

Die wichtigste Erweiterung gegenüber der früheren Quantentheorie war die Verwendung der indefiniten Metrik im Hilbertraum. Zunächst waren zwei Beispiele bekannt, in denen es gelungen war, die indefinite Metrik mit der üblichen Wahrscheinlichkeits-Deutung der Quantentheorie zu vereinigen. Bleuler und Gupta hatten die Quantenelektrodynamik in einem Hilbertraum mit indefiniter Metrik formuliert

und gezeigt, daß in diesem speziellen Fall die indefinite Metrik nicht zu Schwierigkeiten mit der Wahrscheinlichkeits-Deutung führt. Sehr ähnlich konnte ein spezieller Fall des sogenannten LEE-Modells behandelt werden, der den Annahmen in der nichtlinearen Spinortheorie möglichst genau nachgebildet war. Auch hier konnte die Wahrscheinlichkeits-Deutung beibehalten werden. Allerdings gibt es andere Fälle des LEE-Modells, insbesondere den von PAULI und KÄLLÉN untersuchten, wo das nicht möglich schien.

Neuerdings hat SCHLIEDER die allgemeinen gruppentheoretischen Voraussetzungen dafür untersucht, daß die indefinite Metrik mit der Wahrscheinlichkeits-Deutung verträglich ist. Er ist zu einer Reihe von neuen Beispielen gekommen, hat aber noch nicht den allgemeinen Nachweis erbringen können, daß es immer möglich ist, Wahrscheinlichkeits-Deutung und indefinite Metrik zu vereinigen. Ferner hat eine Untersuchung von MITTER nachgewiesen, daß sich für die sogenannten Kontraktionsfunktionen (Erwartungswerte für das Produkt von zwei Wellenfunktionen) aus der zugrundegelegten Differentialgleichung jedenfalls in der niedrigsten Näherung eine Form ergibt, die mit einer definiten Metrik im Hilbertraum nicht vereinbar ist, sondern die zwangsläufig zu einer indefiniten Metrik führt.

Bei der Einführung der indefiniten Metrik kann man ja immer die zwei Fragen stellen: Ist sie möglich und ist sie notwendig? Die SCHLIEDERsche Arbeit gab einen Beitrag zu der Frage, ob sie möglich ist, indem sie eine Anzahl von Beispielen aufzeigte, in denen tatsächlich die Wahrscheinlichkeits-Deutung mit der indefiniten Metrik vereinbart werden kann. Die MITTERsche Arbeit gibt einen Beitrag zu der anderen Frage, ob sie nötig ist. Es scheint sich herauszustellen, daß die Vereinigung von Kausalität, Lorentzinvarianz und Wechselwirkung zumindest in diesem speziellen Fall die Einführung der indefiniten Metrik erzwingt.

Inzwischen sind aber auf diesem Gebiet auch noch andere, interessante Untersuchungen erschienen, und zwar möchte ich vor allem die Arbeiten von MAKSIMOW, SUDERSHAN und von FERRETTI erwähnen. Dort wird gezeigt, daß auch in dem PAULI-KÄLLÉNschen Fall des LEE-Modells die Wahrscheinlichkeits-Deutung, die man bisher für unmöglich gehalten hatte, durchgeführt werden kann, wenn man die Formeln anders interpretiert. Dieses Ergebnis legt den Gedanken nahe, daß es einen allgemeinen gruppentheoretischen Grund dafür gibt, daß die Wahrscheinlichkeitsinterpretation bei den asymptotischen Zuständen durchgeführt werden kann. Die Mathematiker unterscheiden kompakte und nicht-kompakte kontinuierliche Gruppen. Eine kompakte Gruppe ist eine Gruppe, bei der man nicht durch Limes-Bildung zu einem Element außerhalb der Gruppe kommen kann, in einer nichtkompakten dagegen kann die Limes-Bildung aus der Gruppe herausführen. Wenn man die Gesamtheit der Transformationen untersucht, die in dem betreffenden Hilbertraum möglich sind, dann handelt es sich sicher um eine nichtkompakte Gruppe, denn es gehört ja z. B. die

Lorentzgruppe dazu, die nichtkompakt ist. Wenn man aber nur das asymptotische Verhalten der Wellen in Betracht zieht und „auf der Energieschale bleibt", das heißt nur diejenigen Transformationen zuläßt, bei denen die gesamte Energie und der gesamte Impuls festgehalten werden, dann ist die so definierte Gruppe eine kompakte Gruppe. Von den Mathematikern ist gezeigt worden, daß für kompakte Gruppen die gewöhnliche unitäre Darstellung der Transformationen naturgemäß ist und daß man jede andere auf sie zurückführen kann. Für die nichtkompakten Gruppen ist dagegen umgekehrt die indefinite Metrik (als Darstellung die nichtunitäre Transformation) naturgemäß. Daher ist es begreiflich, daß man für die aus- und einlaufenden Wellen doch die Wahrscheinlichkeitsinterpretation durchführen kann, selbst wenn die Wahrscheinlichkeits-Deutung für die lokalen Verhältnisse auf Schwierigkeiten stößt. Aus den Untersuchungen von Sudershan, Maksimow und Ferretti wird also die Vermutung nahegelegt, daß der Gebrauch der indefiniten Metrik im gesamten Hilbertraum nie zu Schwierigkeiten mit der Wahrscheinlichkeitsdeutung bei den asymptotischen Zuständen führt. Wenn sich dieser Schluß zu einem mathematischen Beweis verschärfen läßt, wäre also an dieser Stelle eine wesentliche Schwierigkeit der Theorie beseitigt.

Die zweite Erweiterung betraf die Verwendung von Transformationen in l. Gegen eine Verwendung dieser Transformationen könnte man zunächst etwa folgendermaßen argumentieren: Die Differentialgleichung enthält nur einen bestimmten Wert von l, also wird der ganze zeitliche Ablauf des Geschehens innerhalb dieses einen l-Wertes entschieden. Es muß also völlig gleichgültig sein, ob noch andere Werte daneben in Betracht gezogen werden, sie liefern nur verschiedene, gleichberechtigte Bilder der wirklichen Welt, aber nichts Neues.

Das wäre richtig, wenn es nicht das Problem der Randbedingungen gäbe, von dem vorhin gesprochen wurde. Der wirkliche zeitliche Ablauf wird eben nicht nur durch die Differentialgleichung, sondern auch durch die Randbedingungen bestimmt. Eine neue Untersuchung von Dürr gibt ein Beispiel dafür, wie eine Transformation im l-Raum tatsächlich entscheidend zur Vervollständigung der Theorie benützt werden kann, wenn man die Randbedingung bei Unendlichwerden der Teilchenzahl so stellt, daß sie einer Symmetrieforderung im l-Raum entspricht.

Es wurde vorhin schon erwähnt, daß in der Theorie zunächst die strenge Erhaltung der Parität für Nukleon und π-Meson problematisch war. Man weiß andererseits aus vielen Experimenten, daß für Nukleon und π-Meson offenbar die Parität bei den starken Wechselwirkungen in Strenge erhalten bleibt. In der Arbeit von Dürr wird zunächst gezeigt, daß die Ausgangsgleichung unmittelbar keine Darstellung der vollständigen Lorentzgruppe enthält, sondern nur eine solche der eigentlichen Lorentzgruppe, die die kontinuierlichen Transformationen ohne Spiegelung umfaßt. Die Spiegelungsoperation ist also ursprünglich in der Gleichung nicht enthalten, jedenfalls so lange nicht, als

man nur von *einem* Wert des Parameters l spricht. Man kann zwar eine „Parität zweiter Art" durch die Operation

$$\psi(p) \to \frac{p_\nu \gamma_\nu}{|p|} \cdot \psi(\vec{p}, p_0)$$

definieren. Es besteht aber zunächst kein Anlaß dafür anzunehmen, daß diese Parität zweiter Art streng erhalten bleibt. Die folgenden Formeln können den Sachverhalt erläutern:

$$\chi_{11} = \psi_1; \qquad \chi_{21} = \psi_2; \qquad \chi_{12} = -\psi_4^*; \qquad \chi_{22} = \psi_3^* \tag{1}$$

$$-i\,\sigma_\nu \frac{\partial}{\partial x_\nu} \chi \pm l^2 \sigma^\mu \chi\,(\chi^* \sigma_\mu I\,\chi) = 0 \tag{2}$$

$$\sigma_\nu = (1, \sigma_k) \qquad \sigma^\nu = (-1, \sigma_k) \tag{3}$$

$$\chi(\vec{\mathfrak{r}}, t, l) \to c_\sigma^{-1} c_\tau^{-1} \chi^*(-\vec{\mathfrak{r}}, t, l) \tag{4}$$

$$\vec{\xi}_k = \frac{\vec{x}_k}{l}, \qquad \xi_0 = \frac{x_0}{|l|}; \qquad \pi_k = p_k \cdot l, \qquad \pi_0 = p \cdot |l| \tag{5}$$

$$X(\vec{\xi}_k, \xi_0, l) = \begin{pmatrix} X(\vec{\xi}_k, \xi_0, l) \\ X(\vec{\xi}_k, \xi_0, -l) \end{pmatrix} \tag{6}$$

$$\Gamma_\nu \frac{\partial}{\partial x_\nu} X \pm \frac{l^2}{2} \{\Gamma_\mu X(\bar{X}\,\Gamma_\mu X) + \Gamma_\mu \Gamma_5 X(\bar{X}\,\Gamma_\mu \Gamma_5 X)\} = 0 \tag{7}$$

$$\langle \Omega | X_{\alpha\sigma}(x, l)\, \bar{X}_{\beta\varrho}(x', l)\, \Omega \rangle = \int d^4p\, e^{ip(x-x')}\, \delta_{\sigma\varrho} \left(\frac{\Gamma^\nu_{\alpha\beta} p_\nu + i\varkappa\, \delta_{\alpha\beta}}{p^2 + \varkappa^2} + \ldots \right) \tag{8}$$

Dürr hat zunächst die Ausgangsgleichung umgeformt, indem er nicht die Diracschen Spinorindizes (mit vier Komponenten) verwendet, sondern neue Spinoren (1) benützt. Er führt statt des ursprünglichen Operators ψ mit den Komponenten ψ_1, ψ_2, ψ_3, ψ_4 einen neuen Operator χ ein, der zwei Indizes hat, die aber immer nur die Werte 1 und 2 annehmen [siehe (1)]. Der erste Index bezieht sich auf den Spin, der zweite auf den Isospin. Dann erhält die ursprüngliche Gleichung die Form (2). Man sieht hier, daß nur die Paulische Spinmatrix (3) und damit eine zweidimensionale Darstellung der Lorentzgruppe vorkommt. Die Gleichung ist zwar gegen die Isospingruppe invariant, es ist in ihr aber die Spiegelung gar nicht enthalten, da ja nur die eigentliche Lorentzgruppe dargestellt ist. Das bedeutet, daß man zunächst gar nicht sagen kann, was eine Spiegelung hier heißen sollte.

Die Invarianzeigenschaft (4) kann mit dem Produkt aus Spiegelung und Ladungskonjugation in Zusammenhang gebracht werden, sie entspricht also der sogenannten PC-Transformation.

Läßt man verschiedene l-Werte gleichzeitig zu, so kann man eine weitere Symmetrie-Eigenschaft feststellen: Die Gleichung ist invariant gegenüber einer Vorzeichenumkehr des Parameters l. Man kann nach (5) neue Raum- und Zeitkoordinaten definieren, die aus Dimensionsgründen

immer Beziehungen zwischen x und l sein müssen. Man führt dann statt der Ausgangsfunktion χ, die in (2) vorkommt, die beiden Operatoren $\chi(x, +l)$ und $\chi(x, -l)$ ein und definiert etwa einen Spinor (6). Dies bedeutet eine Verdoppelung, indem $+l$ und $-l$ für den Parameter zugelassen werden. Wenn man durch diese Verdopplung von den σ_μ zu neuen Diracmatrizen übergeht, die jetzt mit Γ_μ bezeichnet werden sollen, so erhält man die Gleichung (7). Sie ist nichts anderes als die Ausgangsgleichung, die hier zweimal angeschrieben wurde, nämlich einmal für $+l$ und einmal für $-l$. Verknüpft man die verschiedenen l-Werte miteinander, indem man die Vertauschungsrelation zwischen $\chi(x, +l)$ und $\chi(x, -l)$ nach Gleichung (8) verschieden von Null annimmt, dann wird die Verdopplung, die man ursprünglich durch die zwei l-Werte bewirkt hatte, wieder aufgehoben und man hat eine Darstellung der Parität gewonnen. Es läßt sich leicht zeigen, daß die so formulierte Gleichung (7) tatsächlich gegenüber der üblichen Paritätstransformation $X(\vec{\xi}, \xi_0) \rightarrow \Gamma_4 X(-\vec{\xi}, \xi_0)$ invariant ist. Das Verfahren von DÜRR läuft darauf hinaus, daß man die Randbedingungen für große Teilchenzahl gegenüber der üblichen Formulierung verändert, nicht aber die Feldgleichung (2). Man fordert zusätzlich eine Symmetrie zwischen einer n-Punktfunktion und einer $(n-2)$-Punktfunktion, die schließlich die Darstellung der Parität (durch eine Erweiterung des Begriffs „Parität zweiter Art") gestattet.

Die vor einem Jahr noch ungeklärte Frage, ob die Parität zweiter Art sich zu einer strengen Erhaltungsgröße erweitern läßt, kann also jetzt mit Hilfe der $\pm l$-Verdopplung positiv entschieden werden. Die Arbeit von DÜRR zeigt weiterhin, in welcher Weise grundsätzlich die Benutzung einer l-Transformation möglich ist. Die Transformation im l-Raum kann als Ersatz oder als eine vereinfachte Schreibweise für eine Aussage über die Randbedingung bei großer Teilchenzahl gelten; eine Vermehrung der Zahl der Eigenzustände ist mit der Erweiterung in den l-Raum nicht verbunden. In diesem Sinne ist die Ausnützung der Transformationen im l-Raum möglich und wohl auch notwendig.

Eine weitere Besonderheit der nichtlinearen Spinortheorie bestand in der Annahme, daß der Grundzustand entartet sei und nicht die volle Symmetrie der Ausgangsgleichung besitze. Im letzten Jahr ist eine sehr interessante Verbindung zwischen der Theorie der Elementarteilchen und der Theorie der Supraleitung hergestellt worden. NAMBU hat darauf hingewiesen, daß die Hamiltonfunktion, die der Theorie der Supraleitung zugrundeliegt, mathematisch ähnlich aussieht, wie die Differentialgleichung der nichtlinearen Spinortheorie. BOGOLJUBOV hat gezeigt, daß der Grundzustand in der Theorie der Supraleitung auch ein entarteter Zustand ist, also ein Zustand, der eine geringere Symmetrie aufweist, als die Differentialgleichung, von der ausgegangen wird. BOGOLJUBOV hat in diesem Zusammenhang auf eine ganze Klasse von Problemen hingewiesen, bei denen ähnliche Verhältnisse herrschen. Außer der Supraleitung nannte er den Ferromagnetismus, die Suprafluidität, die Bildung von Kristallen, die Kondensation von Flüssig-

keiten usw. Er hat damit nachgewiesen, daß die Annahme von der Entartung des Grundzustandes kein Novum ist, sondern durchaus in den Rahmen der bisherigen Quantentheorie gehört. NAMBU konnte speziell zeigen, daß die Entartung bei der Supraleitung in ihrer formalen Struktur der Entartung in der Elementarteilchentheorie weitgehend entspricht, wobei die letztere schon durch die Forderung einer Parität für die Nukleonen zustandekommt. Die Entartung des Grundzustandes kann also im wesentlichen als geklärt gelten.

Eng mit diesem Punkt verknüpft ist die Frage nach der Darstellung der „seltsamen" Teilchen. Die Annahme einer Entartung des Grundzustandes ermöglicht eine solche Darstellung und läßt Schlüsse auf die Symmetrie-Eigenschaften dieser Teilchen zu. Die Schwierigkeit bestand zunächst darin, daß ψ sowohl im gewöhnlichen als auch im Isospinraum ein Spinor ist, daß also eine ungerade Zahl von ψ-Operatoren einen halbzahligen Spin und Isospin, eine gerade Anzahl dagegen einen ganzzahligen Spin und Isospin hervorruft. Die „seltsamen" Teilchen sind andererseits gerade dadurch charakterisiert, daß sie halbzahligen Spin und ganzzahligen Isospin oder umgekehrt besitzen. Die Darstellung dieser Teilchen wird aber möglich, wenn das Vakuum selbst einen Isospin besitzt, da dann z. B. ein Nukleon einen Isospin $\frac{1}{2}$ vom Vakuum abzweigen und damit zu einem Hyperon werden kann. Führt man diesen Gedanken mathematisch durch, so stellt sich interessanterweise heraus, daß für ein einzelnes seltsames Teilchen die Parität nur unter Einbeziehung des vom Grundzustand übernommenen Isospins (des „Spurions") definiert werden kann; daß also diese Parität nur für ein Paar solcher Teilchen mit der gewöhnlichen Parität verglichen werden kann. Dazu paßt die experimentell gefundene Tatsache, daß beim Zerfall eines Λ-Teilchens in ein Nukleon und ein π-Meson oder eines K-Teilchens in zwei oder drei π-Mesonen die Parität sicher nicht erhalten bleibt. — Die Untersuchungen über die seltsamen Teilchen sind aber noch nicht abgeschlossen.

Schließlich sei noch die Frage nach der Brauchbarkeit des TAMM-DANCOFF-Verfahrens kurz besprochen. Die mathematische Ähnlichkeit der Theorie der Supraleitung mit der Theorie der Elementarteilchen legte den Gedanken nahe, das TAMM-DANCOFF-Verfahren auf die Supraleitung anzuwenden, da man hier das Resultat ja aus anderen Untersuchungen kennt. YAMAZAKI hat diese Rechnung durchgeführt und dabei die schon bekannten Resultate exakt wiedergewonnen. Das TAMM-DANCOFF-Verfahren hat also im Fall der Supraleitung die Probe völlig bestanden, und das kann als Stütze für die bisherigen Rechnungen in der Elementarteilchentheorie gelten. Trotzdem sollte man versuchen, noch neue Approximationsverfahren zu entwickeln. Auch hier wird noch viel mathematische Arbeit geleistet werden müssen.

Untersuchungen zur Verfärbung von CaF_2*

Von

Friedrich Dworschak

II. Physikalisches Institut der Universität Wien

Mit 4 Abbildungen

(*Eingegangen am 19. Dezember 1960*)

1. Einleitung und Problemstellung

Das Ziel dieser Arbeit ist es, den Einfluß von bestimmten Kationenverunreinigungen ohne den zusätzlichen Einbau von O^{--} auf die Strahlungsverfärbung von spektralreinem CaF_2 zu untersuchen. Es wurde die Verfärbung von synthetischen CaF_2-Präparaten mit Aktivierungen durch Seltene Erden und Na gemessen. Die Wärmebehandlung der Präparate wurde so gewählt, daß keine Bildung von Glühzentren stattfinden konnte [1]. Diese Glühzentren werden nach H. Adler und I. Kveta [2] durch Spuren von Feuchtigkeit in der Atmosphäre, in der die Präparate geglüht werden, verursacht. Da die synthetischen Proben in Pulverform für die Messungen zur Verfügung standen, wurde die spektrale Lage der Absorptionsbanden mittels Reflexionsmessungen bestimmt. Es ist dies die Bestimmung der Intensität der diffus reflektierten Strahlung in Abhängigkeit von der Wellenlänge. Bei diesen Messungen wird die Reflexionsintensität des zu messenden Pulvers mit der eines nichtabsorbierenden Eichnormals verglichen.

2. Meßmethodik

Um die Meßapparatur zu überprüfen, wurde ein Vergleich von Reflexionsspektren und Absorptionsspektren an einem gelben (durch Röntgenstrahlen verfärbten) Steinsalz durchgeführt. Es zeigt sich, daß, wie erwartet, einem Absorptionsmaximum ein Minimum des Reflexionsvermögens entspricht und umgekehrt. Das Reflexionsspektrum ist etwas verflacht und das Minimum breiter, jedoch läßt sich die spektrale Lage einer Absorptionsbande genau aus dem Reflexionsspektrum ablesen.

* Vortrag, gehalten am 4. November 1960 auf der Tagung der Österreichischen Physikalischen Gesellschaft in Graz.

Für die Messungen stand ein Spiegeldoppelmonochromator mit Quarzprismen zur Verfügung, an dem für die Reflexionsmessungen ein kleiner Umbau erfolgte [3].

Wie die Versuchsergebnisse zeigten, betrug der Meßfehler durchschnittlich 2 bis 2,5% der Intensität. Es wurde nun versucht diesen Fehler dadurch zu verringern, daß eine Meßserie mehrmals wiederholt und von diesen Messungen der Mittelwert gebildet wurde. Dadurch ließ sich der Fehler auf 1 bis 1,5% herabsetzen und subjektive Ablesefehler konnten so praktisch eliminiert werden.

Die folgenden Abbildungen zeigen die spektrale Abhängigkeit des Reflexionsvermögens R, das als das Verhältnis der Reflexionsintensität $J_{\text{refl.}}$ des zu messenden Pulvers zur Intensität des Vergleichstandards $J_{\text{refl. Stand.}}$ definiert ist ($R = J_{\text{refl.}}/J_{\text{refl. Stand.}}$). Da die Kurven aus zeichentechnischen Gründen parallel zueinander verschoben wurden, wobei die spektrale Abhängigkeit von R quantitativ erhalten bleibt, erfolgt die Angabe von R in Relativwerten. Eine Einheit der Ordinate beträgt 2%. Der absolute Wert des Reflexionsvermögens lag bei den untersuchten Proben zwischen 60 und 90%.

3. Experimentelle Ergebnisse und Versuch einer Deutung

Von jedem Präparat wurde das Reflexionsvermögen R sowohl vor, als auch nach der Röntgenbestrahlung gemessen. Die Bestrahlung der Proben erfolgte bei Zimmertemperatur mit einer Röntgentherapieröhre mit W-Antikathode bei 4 mA und 100 kV 30 Minuten lang.

Das Reflexionsvermögen R der unbestrahlten Präparate weist, abgesehen von geringen Minima, einen nahezu konstanten Verlauf auf.

a) Spektralreines CaF_2 und der Einfluß einer geringen Kationenverunreinigung

Das hier untersuchte pulverförmige spektralreine CaF_2 (Abb. 1, Kurve 1) besitzt nach Röntgenbestrahlung Minima des Reflexionsvermögens bei 605, 510 und 385 $m\mu$, die nicht mit den von A. Smakula [4] an bestrahlten synthetischen CaF_2-Kristallen gefundenen Absorptionsbanden übereinstimmen. Diese liegen bei 580, 400, 335 und unterhalb 220 $m\mu$. Es ist dies wahrscheinlich darauf zurückzuführen, daß die hier verwendeten Präparate viel stärkere Störungen als gut gewachsene Kristalle besitzen, weshalb die Absorptionsbanden bei anderen Wellenlängen erscheinen. Die maximalen Intensitätsunterschiede des Reflexionsvermögens betragen 12—14%.

Die Kurve 2 (Abb. 1) zeigt das Reflexionsspektrum des mit 2.10^{-4} Tb verunreinigten CaF_2; (die Angabe der Konzentration der Verunreinigung erfolgt in mol/mol). Die spektrale Lage der Extremwerte hat sich gegenüber dem spektralreinen CaF_2 praktisch nicht geändert, wohl sind die Intensitätsunterschiede der Extremwerte geringer geworden. Sie betragen ungefähr 9—10%. Im unbestrahlten Zustand

sind beide Pulver weiß, nach Bestrahlung zeigen sie eine bläuliche Färbung.

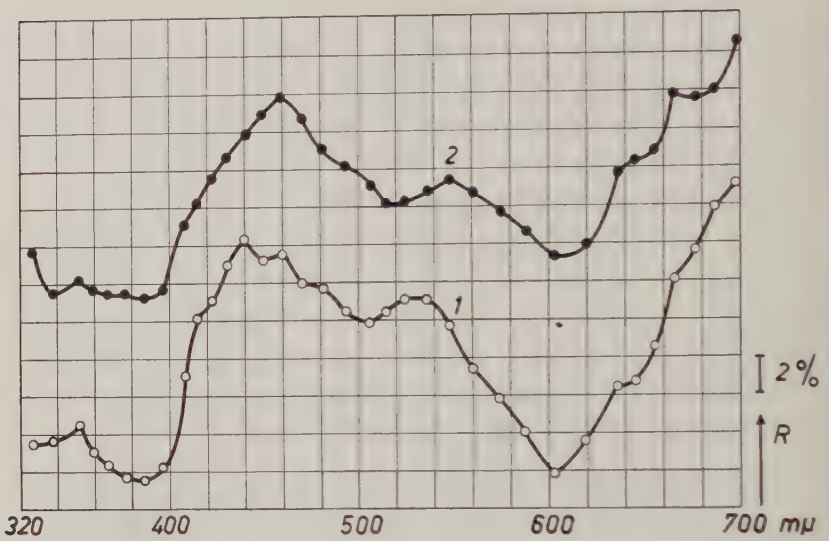


Abb. 1. Reflexionsspektren nach Röntgenbestrahlung
1: CaF_2 spektralrein, *2:* $CaF_2 \cdot 2 \cdot 10^{-4}$ Tb

b) Der Einbau einwertiger Kationenverunreinigungen

Es wurden die Präparate $CaF_2 \cdot 10^{-3}$ Na 2.10^{-4} Tb und $CaF_2 \cdot 10^{-2}$ Na/2.10^{-4} Tb untersucht (Abb. 2). Die zusätzliche Aktivierung von Tb, die für andere Experimente notwendig war, übt in dieser Konzentration, wie vorangehende Abbildung zeigte, keinen nennenswerten Einfluß auf die Bestrahlungsverfärbung aus. Im unbestrahlten Zustand sind beide Präparate weiß, nach Bestrahlung verfärbt sich das Präparat mit 10^{-3} Na intensiv blau und das mit 10^{-2} Na intensiv violett.

Bei einem Vergleich des Reflexionsvermögens des bestrahlten spektralreinen CaF_2 (Abb. 2, Kurve 1) mit dem eines bestrahlten, mit 10^{-3} Na aktivierten (Abb. 2, Kurve 2) erkennt man, daß die Extremwerte in beiden Kurven bei ungefähr den gleichen Wellenlängen auftreten, daß aber das Reflexionsspektrum des aktivierten CaF_2 stärkere und ausgeprägtere Minima und Maxima aufweist, als das spektralreine Präparat. Das Reflexionsvermögen schwankt zwischen 18 und 20%, also stärker als bei allen anderen untersuchten Präparaten.

Eine Erhöhung der Konzentration der Verunreinigung auf 10^{-2} Na führt nach Bestrahlung der Probe zu einem beträchtlichen Anwachsen der Absorptionsbande bei 500 *mμ* (Abb. 2, Kurve 3).

Werden die Reflexionsmessungen an Na-hältigem CaF_2 mit denen von J. H. SCHULMAN [5] verglichen, so zeigt sich eine gute Übereinstimmung in Bezug auf die Lage der Absorptionsbanden.

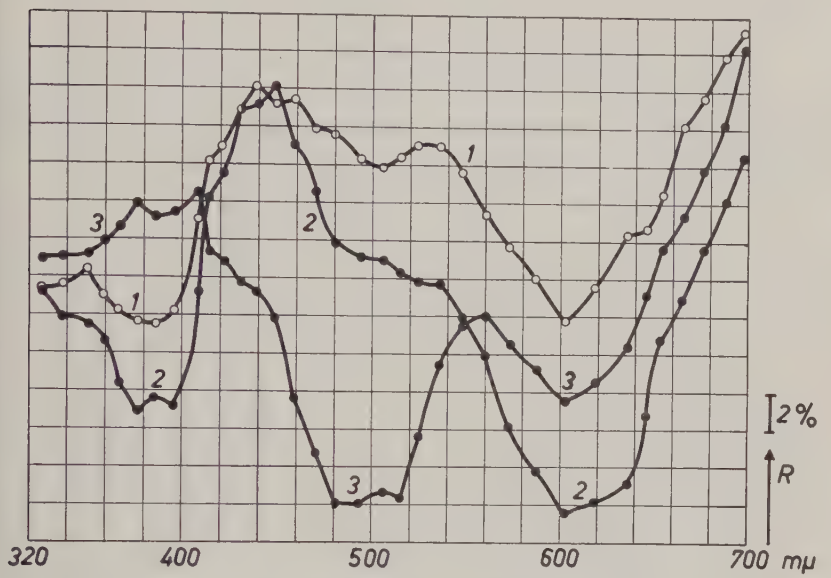


Abb. 2. Reflexionsspektren nach Röntgenbestrahlung
1: CaF_2 spektralrein, *2:* $CaF_2 \cdot 10^{-3}$ Na/2 $\cdot 10^{-4}$ Tb, *3:* $CaF_2 \cdot 10^{-2}$ Na/2 $\cdot 10^{-4}$ Tb

Nach J. H. SCHULMAN [5], [6] ist diese Intensivierung der Strahlungsverfärbung darauf zurückzuführen, daß durch den Einbau von Na^+ in das zweiwertige Kationengitter des CaF_2 die Konzentration der Anionenlücken erhöht wurde. Eine Steigerung der Konzentration der Anionenlücken vergrößert die Konzentration der Farbzentren und damit die Intensität der Strahlungsverfärbung. Unter Farbzentren sind F-Zentren oder andere ähnliche Zentren zu verstehen.

Durch den Einbau von Na^+ in das zweiwertige Kationengitter des CaF_2 wird das elektrische Gleichgewicht gestört. Um es zu erhalten, muß für jedes ins Kationengitter eingebaute Na^+-Ion ein Na^+-Ion an einen Zwischengitterplatz gelangen, oder eine Anionenlücke gebildet werden. Wird das Ladungsgleichgewicht durch letzteren Mechanismus herbeigeführt, so wird die Konzentration der Anionenlücken viel größer sein als im reinen Kristall. Wird das Ladungsgleichgewicht durch den zuerst beschriebenen Mechanismus herbeigeführt, so können auch die an Zwischengitterplätzen befindlichen Na^+-Ionen als Elektronenfangzentren fungieren.

Auf Grund ähnlicher Überlegungen können nun Folgerungen über den Einfluß anderswertiger Kationenverunreinigungen auf die Strahlungsverfärbung gemacht werden. Dreiwertige und höherwertige Kationen

werden einen gegenteiligen Effekt als die einwertigen hervorrufen. Die zweiwertigen Kationenverunreinigungen hingegen üben keinen Einfluß auf die Konzentration der Anionenlücken aus. Wohl aber werden größere Konzentrationen dieser Verunreinigungen die Lage der strahlungsbedingten Absorptionsbänder ändern können.

c) Der Einbau dreiwertiger Kationenverunreinigungen

Wie vorausgesagt, zeigt das Präparat $CaF_2 \cdot 10^{-3}$ Er nach Bestrahlung (Abb. 3, Kurve 2) keine oder nur sehr schwach ausgeprägte Extremwerte des Reflexionsvermögens. Kurve 1 (Abb. 3) zeigt das Reflexionsspektrum des spektralreinen bestrahlten CaF_2.

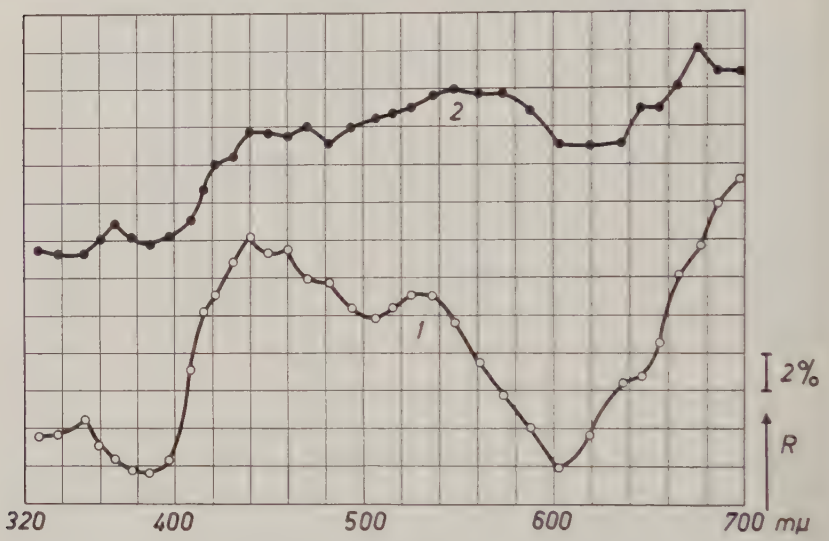


Abb. 3. Reflexionsspektren nach Röntgenbestrahlung
1: CaF_2 spektralrein, *2:* $CaF_2 \cdot 10^{-3}$ Er

Dieser desensibilisierende Effekt einer dreiwertigen Kationenverunreinigung konnte auch mit anderen dreiwertigen Aktivatoren erzielt werden, so z. B. mit Dy und Tb (10^{-3}).

d) Der Einbau zweiwertiger Kationenverunreinigungen

Der Einbau zweiwertiger Kationen ist insofern problematischer, als die in Frage kommenden Ionen auch in anderen Ionisationszuständen als zweiwertig vorkommen können. Da die Wertigkeit solcher Ionen nur indirekt bestimmt werden kann, kann ihr Einfluß auf die Bestrahlungsverfärbung als weiteres Erkennungszeichen für die Bestimmung ihrer Wertigkeit herangezogen werden.

Es wurde das spektrale Reflexionsvermögen von $CaF_2 \cdot 8.10^{-4}$ Sm, 2.10^{-4} Eu und von $CaF_2 \cdot 8.10^{-4}$ Sm 2.10^{-4} Tb gemessen. Der geringe Zusatz von Eu und Tb sollte das Reflexionsspektrum nicht wesentlich

beeinflussen, da das Eu zweiwertig eingebaut ist, wie aus Fluoreszenzmessungen von H. Adler und I. Kveta [2] folgt, und da das Tb in dieser geringen Konzentration, wie schon in Abbildung 1 gezeigt wurde, das Reflexionsspektrum nur sehr gering beeinflußt.

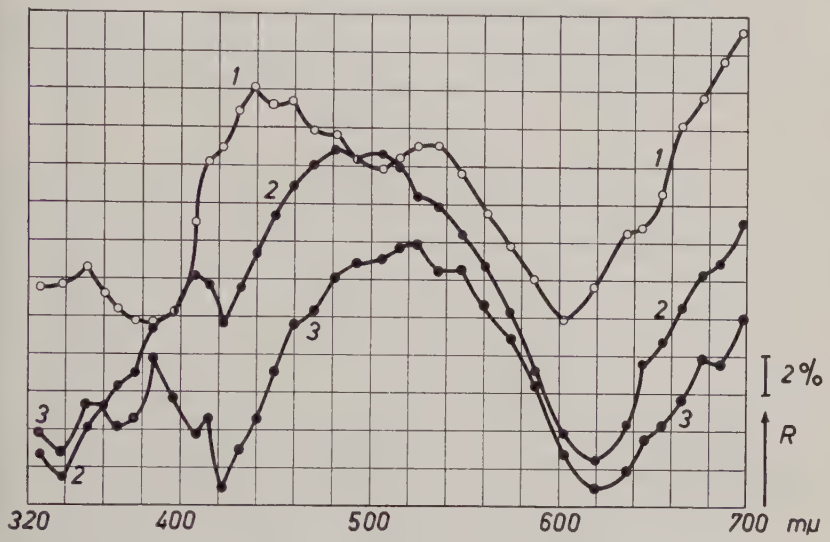


Abb. 4. Reflexionsspektren nach Röntgenbestrahlung
1: CaF_2 spektralrein, *2:* $CaF_2 \cdot 8 \cdot 10^{-4}$ Sm/$2 \cdot 10^{-4}$ Eu, *3:* $CaF_2 \cdot 8 \cdot 10^{-4}$ Sm/$2 \cdot 10^{-4}$ Tb

Nach Bestrahlung zeigen die beiden Sm-hältigen Präparate (Abb. 4, Kurve 2 und 3) in der Tat ein ähnliches Reflexionsvermögen, das nur im nahen UV eine merklich verschiedene spektrale Abhängigkeit besitzt. Die Kurve 1 (Abb. 4) zeigt das Reflexionsspektrum des bestrahlten spektralreinen CaF_2. Die Intensitätsunterschiede des Reflexionsvermögens sind in beiden Sm-hältigen Präparaten eher größer als die bei reinem CaF_2. Berücksichtigt man in diesem Zusammenhang die erwähnte Beeinflussung der Strahlungsverfärbung des CaF_2 durch die verschiedenwertigen Kationen, so kann man aus dem Reflexionsspektrum mit ziemlicher Sicherheit schließen, daß das Sm-Ion in diesen Präparaten nach der Bestrahlung zum Teil auch zweiwertig ist.

Es ist nicht sicher, ob das Minimum bei 420 $m\mu$, das speziell bei den Sm-hältigen Präparaten auftritt, dem Sm^{++} zugeschrieben werden kann. Wohl tritt nach F. D. S. Butement [7] eine Absorptionsbande bei 412 $m\mu$ sowohl im Sm-aktivierten NaCl als auch im Sm-hältigen $SrCl_2$ auf, doch kann nicht mit Sicherheit gesagt werden, ob diese 412 $m\mu$ Bande mit der hier gefundenen 420 $m\mu$ Bande identisch ist. Nach P. P. Feofilov [8], der Absorptionsmessungen an Sm^{++}-hältigen CaF_2-Kristallen durchführte, treten bei einer Temperatur von $-160°$ Absorptionsbanden bei 690, 632, 535, 507, 495, 445, 425, 307, 288,

365 und 240 $m\mu$ auf. Die besonders starken Absorptionsmaxima bei 632 und 425 $m\mu$ verursachen eine Grünfärbung der Kristalle.

Wie erwähnt, weichen die Reflexionsspektren der beiden Sm-aktivierten Proben erst im nahen UV voneinander ab. Der steile Abfall des Reflexionsvermögens bei $CaF_2 \cdot 8.10^{-4}$ Sm 2.10^{-4} Eu könnte einer oder zwei Absorptionsbanden des Eu^{--} zugeschrieben werden, die bei 375 und 335 $m\mu$ liegen wie aus Angaben von P. Görlich u. a. [9] über die Durchlässigkeit Eu^{--}-hältiger unbestrahlter CaF_2 Kristalle zu schließen ist.

Zusammenfassung

a) Es konnte gezeigt werden, daß durch den Einbau von einwertigen Kationen in das CaF_2-Gitter sowohl die Konzentration der Zentren, die im Kristall vorhanden sind, vergrößert wird als auch neue Zentren gebildet werden. Es besteht gute Übereinstimmung mit ähnlichen Messungen von J. H. Schulman [5].

b) Durch den Einbau dreiwertiger Kationen in das CaF_2-Gitter wird die Konzentration der durch Bestrahlung hervorgerufenen Farbzentren verringert.

c) Der Einbau von zweiwertigen Kationen ändert die Konzentration der Anionenlücken nicht. Aus dem Reflexionsspektrum des Sm-aktivierten CaF_2 kann mit Sicherheit geschlossen werden, daß das Sm-Ion nach der Bestrahlung zum Teil auch zweiwertig ist.

Für die Anregung zu dieser Arbeit und wertvolle Unterstützung bin ich Herrn Prof. Dr. K. Przibram zu besonderem Dank verpflichtet. Die Arbeit wäre ohne das großzügige Entgegenkommen der Leiterin des Institutes für Radiumforschung und Kernphysik der Österreichischen Akademie der Wissenschaften, Frau Prof. Dr. B. Karlik und des Vorstandes des II. Physikalischen Institutes, Herrn Prof. Dr. Dr. mont. h. c. E. Schmid, die die Meßgeräte für diese Untersuchungen zur Verfügung stellten, nicht möglich gewesen. Mein Dank gilt außerdem den Herren Dr. H. Adler und Dr. F. Stangler.

Literatur

1. H. Adler, Acta Phys. Austr. **12**, 356 (1959).
2. H. Adler und I. Kveta, Wien. Ber. II a **166**, 199 (1957).
3. F. Dworschak, Dissertation Wien 1960.
4. A. Smakula, Phys. Rev. **77**, 408 (1950).
5. J. H. Schulman, R. J. Ginther und R. D. Kirk, J. Chem. Phys. **20**, 1966 (1952).
6. J. H. Schulman, J. Phys. Chem. **57**, 749 (1953).
7. F. D. S. Butement, Trans. Faraday Soc. **44**, 617 (1948).
8. P. P. Feofilov, Ber. Allunions-Ges. f. Mineralogie, 2. Serie, Teil 85, 569 (1956).
9. P. Görlich, H. Karras und K. Kühne, S. B. Akad. Wiss. Berlin, Klasse f. Physik **2**, (1959).

Beitrag zur Isotopenanreicherung nach dem Heiß-Kalt-Verfahren*

Von

Josef Priebsch

Physikalische Forschungsabteilung der Österreichische Stickstoffwerke Aktiengesellschaft, Linz/Donau

Mit 8 Abbildungen

(*Eingegangen am 27. Dezember 1960*)

Für die Gewinnung der Isotopen der leichten Elemente, insbesondere des *Deuteriums*, sind von den vielen versuchten Trennmethoden im wesentlichen nur die *Destillation* und das Verfahren des *chemischen Austauschs* zu großtechnischer Reife gelangt. Das letztere gehört, nicht zuletzt wegen seiner hohen elementaren Trenneffekte, zu den wirtschaftlichsten Verfahren.

Die Stofftrennung durch Destillation binärer Gemische beruht auf der Verschiedenheit der Dampfdrucke der Komponenten, derzufolge die Gleichgewichtskonzentration der weniger flüchtigen — „schwereren" — Komponente in der Flüssigkeit größer ist als im Dampf. Quantitativ wird diese Beziehung gewöhnlich im x-y-Diagramm (McCabe-Thiele-Diagramm) dargestellt. x und y, die Molenbrüche in Flüssigkeit bzw. Dampf, seien im folgenden als die der schwereren Komponente (Deuterium) zu verstehen[1]. Die Gleichgewichtskurve ist — für jedes Stoffpaar charakteristisch — im allgemeinen theoretisch nicht zu ermitteln, wohl aber im Spezialfalle idealer Mischung, in dem sie ein Hyperbelbogen ist, der, wie in Abb. 1 dargestellt, in den Diagrammecken den Winkel arc tg α mit der Ordinaten- bzw. Abszissenrichtung einschließt[2]. Der Größe α, dem Verhältnis des Dampfdrucks der

* Vortrag, gehalten am 4. November 1960 auf der Tagung der Österreichischen Physikalischen Gesellschaft in Graz.

[1] In der Destillationstechnik werden konventionell die Molenbrüche der flüchtigeren Komponente benutzt.

[2] Gilt exakt nur bei konstanter Temperatur, sehr angenähert jedoch auch für das — der Destillation zugrundezulegende x-y-Gleichgewicht bei konstantem Gesamtdruck, wenn die Siedepunkte der beiden Komponenten nicht zu weit voneinander entfernt liegen. Maßgebend ist dann ein *mittleres* Dampfdruckverhältnis zwischen den beiden Siedetemperaturen.

leichteren zu dem der schwereren Komponente, kommt die Bedeutung eines *Trennfaktors* zu. Zur Vervielfachung des elementaren Trenneffektes wird das in solchen Fällen bewährte Verfahren der Gegenstromführung herangezogen. In der Destillationskolonne, Abb. 2, wird im Fuß flüssiges Gemisch verdampft, im Kopf wird der Dampf kondensiert. Längs der

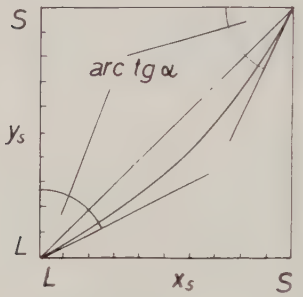


Abb. 1. McCabe-Thiele-Diagramm der Stofftrennung durch Destillation (ideales Gemisch); *L* leichte *S* schwere Komponente, *x* Konzentration in flüssiger Phase, *y* Konzentration in Dampfphase

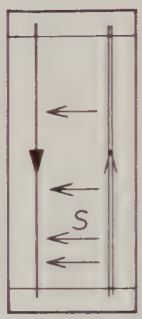


Abb. 2. Destillationskolonne (Phasenumkehr)

Ausdehnung der Kolonne werden Dampf und Flüssigkeit in engen Kontakt gebracht, sei es, daß auf übereinanderliegenden Böden sukzessive Gleichgewichtszustände — ganz oder nahezu — erreicht werden, sei es — dieser Fall möge für das folgende im Auge behalten werden —, daß in einer Füllung der Kolonne durch Formkörper, etwa gestapelte oder lose geschüttete Ringe, Flüssigkeit und Gas mit großer gemeinsamer Berührungsfläche in stetem Ungleichgewicht aneinander vorbeiströmen.

Es werde zunächst eine Destillationskolonne im „Leerlauf", ohne Einspeisung und Entnahme, betrachtet. Im stationären Zustand sind die Strommengen beider Phasen gleich, insgesamt wie auch bezüglich jeder einzelnen Komponente, d. h. in jedem Querschnitt sind die Konzentrationen x und y gleich. Gleichheit der Konzentrationen stellt aber, wie erwähnt, keinen Gleichgewichtszustand dar. Das Ungleichgewicht hat im Bestreben nach Gleichgewicht einen Strom schwerer Komponente von Gas zu Flüssigkeit zur Folge und dieser zieht seinerseits ein axiales Konzentrationsgefälle nach sich: unten mehr schwere, oben mehr leichte Komponente. Am Fuß der Kolonne kann also an Schwerem Angereichertes, am Kolonnenkopf an Schwerem Abgereichertes entnommen werden. Ein solches Abgehen vom „Leerlauf" verzerrt zwar die erwähnten zahlenmäßigen Beziehungen, jedoch nicht wesentlich, solange die Entnahmestromstärke nicht zu groß wird: solange es noch einen Rückfluss gibt, bleibt die Trennwirkung bestehen, an deren Zustandekommen die *Phasenumkehr* einen wesentlichen Anteil hat.

In Wasser läßt sich bekanntlich eine destillative Isotopentrennung durchführen, ebenso — bei tiefen Temperaturen — in Wasserstoff. Die Trennfaktoren sind $\alpha = 1{,}12$ (0° C) bzw. 1,60 (23° K).

Ganz entsprechende Gesetzmäßigkeiten wie für das Nebeneinanderbestehen von Flüssigkeit und Dampf *einer* Substanz gelten für zwei Phasen, die beide das zu trennende Element, beispielsweise Wasserstoff, enthalten, *chemisch* aber *verschieden* sind, wie etwa die Systeme Wasser/Schwefelwasserstoff [1], Ammoniak-flüssig/Wasserstoff [2], Wasser/Wasserstoff [3].

Der Stoffaustausch zwischen Flüssigkeit und Gas geht hier über eine chemische Reaktion vor sich, im letztgenannten Beispiel — für geringe D-Konzentrationen, bei denen nur einfach, nicht aber doppelt deuterierte Moleküle berücksichtigt zu werden brauchen — über die folgende:

$$H\,D\,O + H_2 \rightleftharpoons H_2\,O + H\,D.$$

Ein Isotopieeffekt prägt sich dabei — in Analogie zur Verschiedenheit der Dampfdrucke bei der destillativen Trennung — darin aus, daß die Gleichgewichtskonstante nach dem Massenwirkungsgesetz der Reaktion von 1 verschieden ist. So gilt:

$$\frac{[HDO]\,[H_2]}{[H_2O]\,[HD]} = \frac{[HDO]/[H_2O]}{[HD]/[H_2]} > 1. \qquad (1)$$

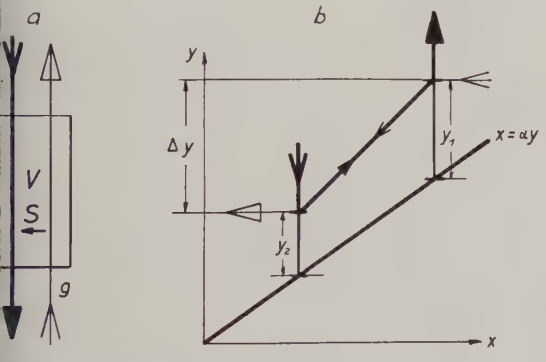


Abb. 3. Austauschkolonne;
a) *f* flüssige Phase, *g* Gasphase,
b) McCabe-Thiele-Diagramm; $x = \alpha\, y$ Gleichgewichtsgerade

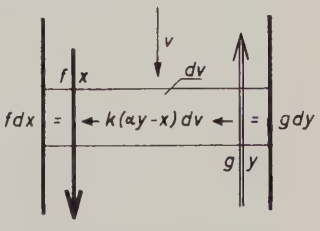


Abb. 4. Stoffbilanz in der Austauschkolonne

Bezeichnet man den Ausdruck (1) mit α und formt man unter der Voraussetzung *kleiner* D-Konzentrationen um, erhält man:

$$\alpha \doteq \frac{[HDO]/([H_2O] + [HDO])}{[HD]/([H_2] + [HD])} = \frac{x}{y}. \qquad (2)$$

Auch hier ist demnach im Gleichgewicht die D-Konzentration in der flüssigen Phase größer als in der Gasphase, zudem ist die Beziehung zwischen x und y — und damit auch ihre Darstellung im McCabe-Thiele-Diagramm — die gleiche wie für das Dampf-Flüssigkeitsgleichgewicht der Destillation bei kleinen D-Konzentrationen (Anfangstangente Abb. 1). Die Annahme *kleiner* Konzentrationen bedeutet hier keine Einschränkung, denn in solchen Fällen, in denen die verfügbaren Ausgangskonzentrationen sehr klein sind (natürliche D-Kon-

zentration 140 ppm), werden Austauschprozesse lediglich zur *Voranreicherung* eingesetzt (die allerdings wegen der dabei zu bewältigenden relativ großen Stoffmengen im ganzen Produktionsprozess einen sehr großen Aufwand erfordert!).

Gegenüber den kleinen Trennfaktoren bei der Destillation treten aber bei den chemischen Austauschprozessen im allgemeinen sehr viel höhere α-Werte auf, so z. B. bei dem Stoffpaar NH_3 H_2 der Wert $\alpha = 7$ bei $-40°$ C [2]. Mit steigender Temperatur nimmt α ab und zwar gegen den Wert 1; diese Tatsache ist von Bedeutung für eine — sogleich zu behandelnde — Ausgestaltung des Verfahrens.

Entsprechend der grundsätzlichen Ähnlichkeit mit der Destillation stehen auch der Ausführung des chemischen Austauschverfahrens die bekannten Mittel der Destillationstechnik zur Verfügung. So wird auch der Isotopenaustausch in Gegenstromkolonnen durchgeführt (Abb. 3).

Die mathematische Formulierung des Austauschvorganges (Cohen [5]) gründet sich auf die Stoffbilanz in einem differentiellen Volumteil dv einer Kolonne, s. Abb. 4 (v bezeichne das laufende Kolonnenvolumen, nach abwärts gezählt). Der in dv von Gas- zu flüssiger Phase ausgetauschte Deuteriumstrom ist $k\ (\alpha\, y - x)$. Dabei stellt $\alpha\, y - x$ ein Maß für die Abweichung vom Gleichgewicht $x = \alpha\, y$ dar. Der Faktor k, hier Austauschkoeffizient genannt, schließt die Reaktionsgeschwindigkeit des Austauschvorganges in sich (die in den Fällen H_2O H_2 sowie NH_3/H_2 durch Anwendung von Katalysatoren auf brauchbare Werte gebracht werden muß); ferner spielen darin die äußeren Bedingungen des Vorganges (wie die spezifische, d. h. auf die Volumseinheit bezogene Austauschfläche) eine Rolle[3]). Der genannte Austauschstrom gibt nun Anlaß zu einer D-Konzentrationsänderung, dx, in der Flüssigkeit von der Mengenstromstärke f sowie zu einer solchen (von entgegengesetzten Vorzeichen), dy, im (entgegengesetzten) Gasstrom g. Die Bilanzgleichung lautet somit:

$$f\,dx = k \qquad (\alpha\, y - x) = g\,dy. \tag{3}$$

Die beiden Außenglieder ergeben als Arbeitslinie einer Kolonne im x-y-Diagramm eine Strecke zwischen den Endkonzentrationen mit der Steigung f/g, Abb. 3 *b*. Über das Mittelglied wird die Beziehung zum jeweiligen, zu den betreffenden Konzentrationsänderungen benötigten Austauschvolumen hergestellt. Über einen Konzentrationsbereich Δy integriert ergibt (3) das Austauschvolumen in einer dimensionslosen Schreibweise:

$$\frac{V\,\alpha\,k}{g} = \Delta y \qquad L\,(y_1, y_2), \tag{4}$$

[3] Während die α universell und für eine Reihe von Prozessen bekannt, außerdem auf quantenmechanischem Wege zu berechnen sind — α ist groß, wenn die Austauschpartner das Isotopenpaar in möglichst unterschiedlichen Bindungszuständen enthalten — sind die k-Werte individuell und müssen in jedem Fall experimentell ermittelt, dürfen aber dann näherungsweise als konstant angenommen werden [4].

wobei L zur Abkürzung für die (symmetrische) Funktion gesetzt ist:

$$L(y_1, y_2) = \frac{\ln y_1 - \ln y_2}{y_1 - y_2} \tag{5}$$

y_1, y_2 haben die aus Abb. 3 *b* ersichtliche Bedeutung.

Berührt die Arbeitsstrecke die Gleichgewichtslinie (eines der $y_i = 0$), wird V unendlich: das Gleichgewicht kann mit endlichem Austauschvolumen nicht erreicht werden.

Soll die Gegenstromkolonne Abb. 3 *a* zu einer Trennanordnung werden, muß zwischen den gegenströmenden Phasen eine *Phasenumkehr* stattfinden. Hierbei handelt es sich aber nicht um eine — mit geringer

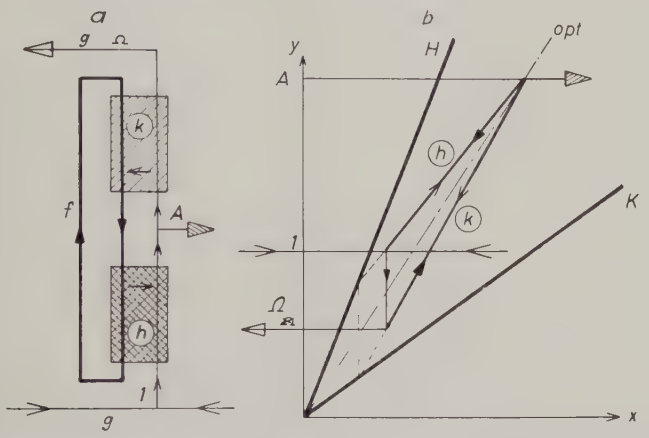


Abb. 5. Heiß-Kalt-Austauschstufe II, volumsoptimiert; *h* heiße, *k* kalte Kolonne, *H* „heiße", *K* „kalte", Gleichgewichtsgerade, *opt* Optimalgerade

Energie erzielbare — Phasenumwandlung, sondern um einen *chemischen Prozess* (im Beispiel die Wasserzerlegung), dessen großer Aufwand in der Regel vom Endprodukt nicht getragen werden kann. Unter Umständen hilft hier der Einbau des Trennprozesses in ein bereits bestehendes chemisches Produktionsverfahren.

Es gibt aber einen Kunstgriff, der — unter Ausnützung der erwähnten negativen Temperaturabhängigkeit des Gleichgewichtskoeffizienten — diese Schwierigkeit überwindet: man läßt die beiden Phasen außerdem durch eine auf einer höheren Temperatur gehaltene *zweite* Austauschkolonne strömen, in der sich ihre D-Konzentrationen — wenn auch nicht *angleichen* (dazu müßte $\alpha_{\text{heiß}} = 1$ und die Kolonne überdies unendlich groß sein) — so doch einander *annähern* können (Abb. 5 *a*). In dem „Schaltschema" der Abb. 5 *a* tritt nun aber die heiße Kolonne nicht als ein Hilfsapparat zur kalten, sondern als gleichberechtigtes Element in dieser „Heiß-Kalt-Stufe" auf. In der kalten Kolonne wandert im Isotopenaustausch Deuterium vom Gasstrom in den Flüssigkeitsstrom, in der heißen umgekehrt. In der Mitte zwischen beiden

Kolonnen ist in *beiden* Phasenströmen die Deuteriumkonzentration am größten: dort kann angereichertes Produkt entnommen werden, etwa, wie in Abb. 5 *a* gezeigt, aus der Gasphase, die damit zur „Hauptphase" wird. Das zu trennende Gemisch wird bei 1 aufgegeben, das angereicherte Produkt bei A und der abgereicherte Abfall bei Ω entnommen. Die Bezeichnungen sind gleichzeitig als Maßzahlen der D-Konzentration in willkürlichen Einheiten aufzufassen, A ist Anreicherungs-, Ω Abreicherungsfaktor. In Schaltung Abb. 5 *a* wird zudem noch — bei R — ein dem angereicherten Strom mengengleicher aber niedriger konzentrierter Strom rückgeführt[4]. Man bezeichnet dies gewöhnlich als „Entnahme zweiter Art" [6], demgemäß ist die Schaltung hier auch als „II" aufgeführt. Die andere, hier die flüssige Phase leistet nur „Hilfs"dienste zur D-Übertragung.

In Abb. 5 *b* ist das McCabe-Thiele-Diagramm der H-K-Stufe II schematisch dargestellt: K, H sind die Gleichgewichtsgeraden für die beiden Temperaturzustände, (k), (h) die Arbeitsstrecken der zwei Kolonnen (gleich geneigt, weil gleich große Ströme darin fließen). Die Kennzeichnung der Flußrichtungen und Einspeisungs- bzw. Entnahmestellen schließt sich an die entsprechenden Symbole des Schaltschemas. Die Konzentration R des rückgespeisten Stromes ist freibleibend, sie muß nur zusammen mit der Produktstromstärke die richtige Konzentration bei M ergeben. An den benachbarten Enden der zwei Kolonnen ist die Konzentration x der Hilfsphase jeweils gleich, daher sind die beiden Arbeitsstrecken durch vertikale Strecken verbunden, sodaß als „Arbeitsfigur" ein Rhomboid zustandekommt.

Man kann den abgereicherten Produktstrom statt an die Stelle höchster D-Konzentration, wie in Schaltung II, auch in den Eingang zurückführen; verfährt man in dieser Weise, so wird man, um den zur Trennung inversen Vorgang der Konzentrationsmischung zu vermeiden, die Konzentration des rückgeführten Stromes gleich der Eingangskonzentration wählen. Man gelangt so zu der in Abb. 6 wiedergegebenen „Schaltung I". Die Kolonnen haben verschiedene Stromverhältnisse f/g, also die Arbeitsstrecken verschiedene Neigung. An der angereicherten Stelle findet keine Konzentrationsänderung statt, da kein Strom zugespeist wird. Die Arbeitsfigur ist ein Dreieck.

Unter einer *Trennaufgabe*, wie sie die Praxis stellt, ist das Problem zu verstehen, einem bestimmten Mengenstrom g (Konzentration willkürlich = 1 gesetzt) unter Abreicherung auf die Konzentration Ω einen auf eine Konzentration A angereicherten Produktstrom (seine Mengenstromstärke ist durch die Angaben aus Bilanzgründen zu $g(1-\Omega)/(A-1)$ festgelegt) zu entnehmen. Die Trennaufgabe ist also im wesentlichen durch die drei Ordinatenwerte Ω, 1, A des x-y-Diagramms veranschaulicht. Aus der Anschauung allein schon erkennt man, daß die

[4] R mag man sich als abgereicherten Ausgang einer bei A nach Kaskadenart angeschlossenen folgenden Anreicherungsstufe gleicher oder anderer Art, z. B. Destillationsstufe, vorstellen.

Vorgabe einer bestimmten Trennaufgabe die zu ihrer Bewältigung geeignete Anordnung in ihrer Dimensionierung nicht festlegt: Die Arbeitsfigur kann — gleicherweise bei II sowie I — durch horizontales Verschieben der Ecken auf den erwähnten Ordinatenlinien verändert werden. Da die vertikalen Seiten der Polygone vertikal bleiben müssen, haben wir zwei Freiheitsgrade in der Dimensionierung, die man bei-

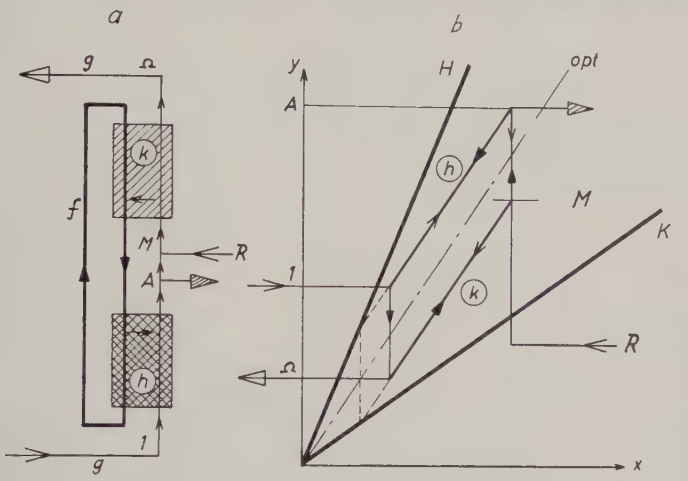


Abb. 6. Heiß-Kalt-Austauschstufe I, volumsoptimiert

spielsweise verkörpern kann durch die zwei Verhältnisgrößen 1. Mengenstromstärke des Hilfsphasenstroms f zu der der Hauptphase g, 2. Volumen der heißen Kolonne zu dem der kalten. Bei der Variation der Arbeitsfigur wird in jenen Grenzfällen, in denen die Figur an eine der Gleichgewichtsgeraden anstößt, das Gesamtvolumen der Anordnung unendlich, s. Gl. (5). Irgendwo *zwischen* diesen Grenzfällen muß das Gesamtvolumen ein Minimum werden. Diesen Mindestwert zu finden, ist von großer wirtschaftlicher Bedeutung, denn das Austauschverfahren benötigt einen hohen Druck (einige 100 at) und die Investitionskosten für Hochdruckbehälter, die annähernd ihrem *Volumen* proportional sind, rangieren unter allen anderen Kosten weit an der Spitze.

Die Volumsoptimierung ist für die Anordnung II (Abb. 5) von Bier [6] in geschlossener Form durchgeführt worden, jedoch ohne Zuhilfenahme der Anschauung im x-y-Diagramm. Die Ergebnisse sind kurz die folgenden: Es gibt 1. ein optimales Stromverhältnis, das nur von den beiden Quotienten α_h/α_k und k_h/k_k (Gleichgewichts- bzw. Austauschkoeffizienten für die heiße bzw. kalte Kolonne) abhängt, nicht aber von der Trennaufgabe, 2. ein ebensolches Volumenverhältnis V_h/V_k. Im x-y-Diagramm veranschaulicht bedeutet dies: 1. Es gibt eine optimale Richtung, sie ist in Abb. 5 durch die strichpunktierte Gerade „opt" vom Nullpunkt aus angedeutet, 2. die Verlängerungen der Arbeits-

strecken treffen die beiden Gleichgewichtsgeraden auf derselben Vertikalen, wie es in Abb. 5 — die somit ein optimiertes System darstellt — gezeichnet ist. In dieser Lage halten die Arbeitslinien gerade die richtige Waage zwischen zu großer Annäherung (d. i. Volumsvermehrung!) an die eine oder die andere Gleichgewichtsgerade. Mit abnehmender Ausbeute $1 - \Omega$ schrumpft die Arbeitsfigur zu einer Strecke zusammen, deren Verlängerung durch den Ursprung geht (H-K-Stufe „ohne Entnahme").

In ähnlicher Weise konnte auch die Schaltung I (Abb. 6) optimiert werden: im Optimalfall liegt die Dreieckspitze auf der Optimalgeraden (Abb. 6 *b*), die Schnitte der verlängerten Arbeitstrecken mit den Gleichgewichtsgeraden liegen wie bei II auf einer Vertikalen.

Das minimale Volumen selbst ist, mit Hilfe der Koeffizienten der kalten Kolonne sowie durch Bezug auf den Rohproduktstrom g dimensionslos dargestellt:

$$\frac{V \alpha_k k_k}{g} = \left(1 + \frac{1}{r}\right)^2 (A - \Omega) \qquad L(A(1-s), \Omega - s), \tag{6}$$

wobei die Funktion L die Bedeutung (5) hat und s und r die Koeffizientenverhältnisse sind:

$$s = \alpha_h/\alpha_k, \qquad r = k_h/k_k. \tag{7}$$

Die H-K-Systeme I und II haben die nachteilige Eigenschaft, daß sie den D-Gehalt des Rohproduktstroms nur zu einem beschränkten Teil auszubeuten gestatten: Der *Abreicherungs*faktor kann *mindestens* den Wert s (s. Gl. (6)!), der *Ausbeute*faktor *höchstens* den Wert $1 - s$ annehmen. Eine hohe Ausbeute ist aber bei geringer Anfangskonzentration einer begrenzten Ausgangsproduktmenge sehr bedeutsam.

Vertauscht man bei Schaltung I kalte und heiße Kolonne, so erhält man im Diagramm ein Dreieck, das mit seiner Spitze beliebig weit gegen den Nullpunkt hin vorstoßen kann: ein solches System vermag beliebig weit *ab*zureichern. Dieses „Abreicherungssystem" steht dafür dem „*An*reicherungssystem" I insofern nach, als seine *An*reicherung nach oben beschränkt ist.

Die Vorteile beider Systeme vereint und ihre Nachteile vermeidet man, indem man beide Systeme in Serienschaltung kombiniert, wie es etwa in Abb. 7 dargestellt ist. Man nimmt hierzu zweckmäßig optimierte Systeme: d. h. 1. die Spitzen der Dreiecke des x-y-Diagramms liegen auf der Optimalgeraden, 2. die vertikalen Seiten sind hinsichtlich ihrer Lage zwischen den beiden Gleichgewichtsgeraden — im oben angedeuteten Sinne — „ausgewogen". Ist dies der Fall, dann schließen sich die beiden Dreiecke zu einem Viereck zusammen. Der analytische Ausdruck für das minimale Volumen des kombinierten Systems der Abb. 7 ist aus Formel (6) sowie einer analogen für das Abreicherungssystem zu gewinnen:

$$\frac{V \alpha_k k_k}{g} = \left(1 + \frac{1}{r}\right)^2 \frac{1 - \Omega}{N - 1} [(N - \Omega) \qquad L(\Omega(1-s), 1 - N s) + \\ + (A - N) \qquad L(A(1-s), 1 - N s)] \tag{8}$$

Außer den Größen, die die Trennaufgabe charakterisieren, der Gesamtanreicherung A sowie -abreicherung Ω, tritt in (8) noch der an der Übergangsstelle von Ab- zu Anreicherungssystem erreichte Konzentrationswert N (> 1, „Zwischenanreicherung") auf. Dieser Wert ist zunächst frei wählbar, läßt sich aber — durch numerische Auswertung von Formel (8), nicht aber analytisch — optimal so bestimmen, daß das Volumen ein Minimum wird.

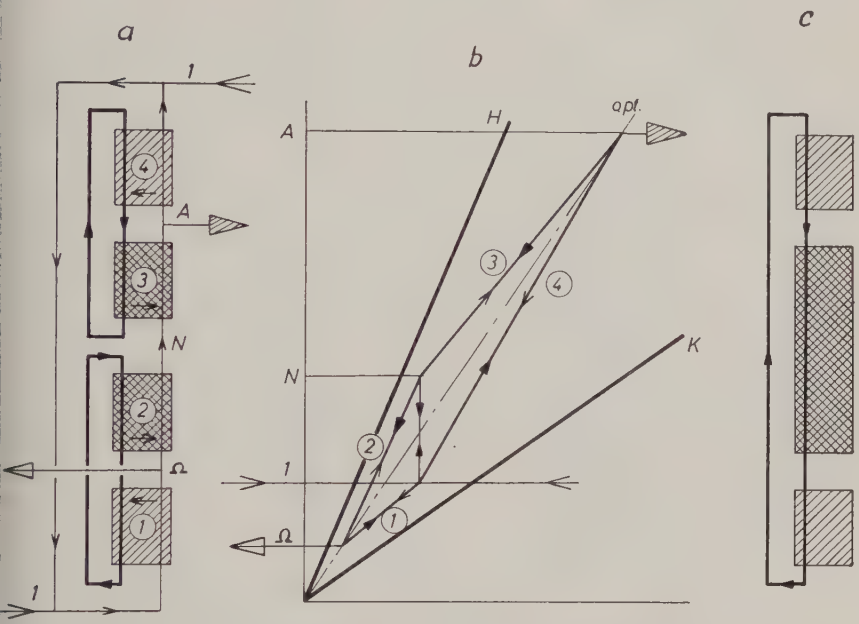


Abb. 7. Kombination von Abreicherungs- und Anreicherungs-H-K-Stufe (volumsoptimiert); *c*) Variante nach A. Schmidt, einfach schraffiert: kalte Kolonnen, doppelt schraffiert: heiße Kolonnen

A. Schmidt [7] schlug vor, diese kombinierte Vierkolonnenschaltung zu einer Dreikolonnenstufe zu vereinfachen und zwar durch Zusammenlegung der beiden Hilfskreisläufe zu einem einzigen und der beiden heißen Kolonnen zu einer einzigen, Abb. 7 *c*. Im x-y-Diagramm entsteht dabei durch Vereinigung der beiden heißen Arbeitsstrecken zu einer einzigen ein Dreieck als Arbeitsfigur. Hinzufügen einer zweiten Stufe nach Kaskadenart, allerdings mit der Besonderheit, daß in dieser zwar in die Gasphase eingespeist, aber aus der flüssigen Phase entnommen wird, ergibt Schema und Diagramm Abb. 8 *a* bzw. *b*.

Es galt nun, auch diese Schaltanordnung zu optimieren. Das Extrem-Problem besitzt 7 Freiheitsgrade: Von den 12 Koordinaten der 6 Dreiecks-Endpunkte der Arbeitsfigur im x-y-Diagramm Abb. 8 *b* sind 3 durch die Trennaufgabe vorgegeben, 1, Ω und A, die Konzentration im flüssigen Endprodukt, je 2, d. s. 1 und A', die „Zwischenanreicherung"

zwischen den beiden Stufen, sind dem Wesen der Schaltung nach beiden Dreiecken gemeinsam. Eine Lösung in geschlossener Form ist unmöglich, man mußte sich mit einer numerischen Behandlung des Problems begnügen. Eine solche wurde unter Zugrundelegung plausibler Werte für die Koeffizientenverhältnisse (s. (7)!) s (= 0,3) und r (= 10) mit Hilfe einer elektronischen Rechenanlage Z 22 durchgeführt und zwar unter Ansatz mit Volumsformel (4) und Variation der 7 freien Eckpunktskoordinaten.

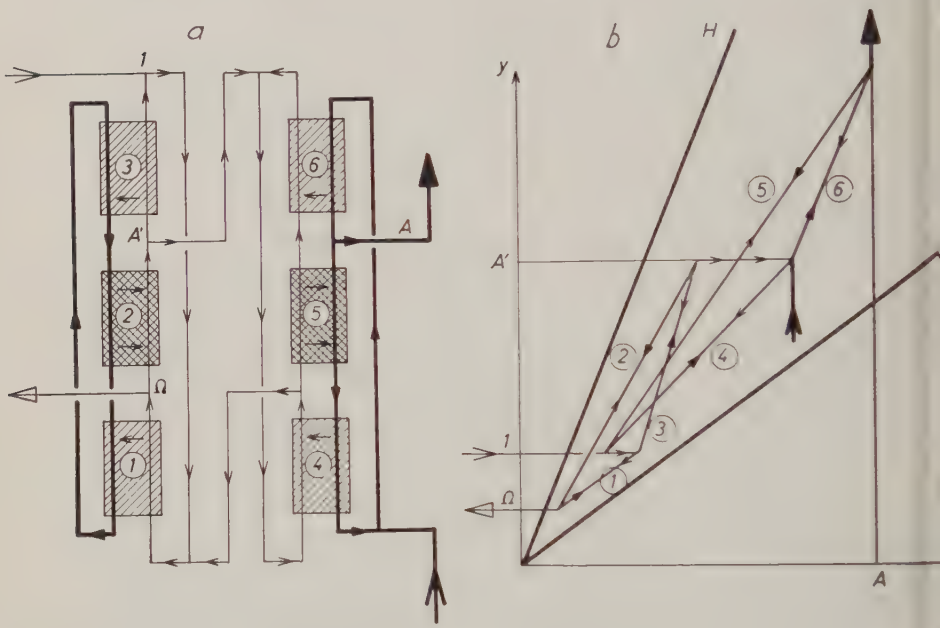


Abb. 8. Zweistufiges H-K-System nach A. Schmidt

Die Modifikation der Ab-Anreicherungsschaltung Abb. 7 zur ersten Schmidt-Stufe bedeutet eine Preisgabe von Freiheitsgraden für die Optimierung. Der aus diesem Grunde in Kauf zu nehmende Volumszuwachs erwies sich jedoch als praktisch unbedeutend. Die Rechnung ergab ferner, daß die Anordnung nach A. Schmidt volumsmäßig sparsamer ist, als eine zum Vergleich herangezogene Zweistufen-H-K-Anordnung mit Übertragungskolonne (siehe [6]).

Für die Vereinigung Ab- und Anreicherungsstufe kann man der Schaltung von Abb. 7 eine analoge an die Seite stellen, bei der die anzureichernde (Gas-)Phase zuerst ein An- und dann ein Abreicherungssystem durchläuft und dementsprechend der Anordnung Abb. 8 eine solche mit zwei heißen und einer kalten Kolonne je Stufe. Eine derartige Konfiguration hat aber einen beträchtlich größeren Volumsbedarf,

was sich für die erstgenannte Anordnung durch Entwicklung eines der Formel (8) analogen Volumsausdrucks zeigen ließ, und kann daher außer Betracht bleiben.

In der hier dargelegten einfachen Art der Durchführung von Optimalaufgaben lassen sich vielfältige Probleme behandeln, wie vergleichende Gegenüberstellung auch anderer Schaltungen, volumsoptimale Aufteilung der Anreicherung auf die verschiedenen Stufen mehrstufiger Kaskaden, Berechnung besonderer Kaskadenschaltungen oder die Frage nach optimaler Stufenzahl von Kaskaden. Dabei bewährt sich die parallelgehende Veranschaulichung und Deutung im McCabe-Thiele-Diagramm stets als ein gutes Mittel, um in der Fülle der Möglichkeiten die Übersicht zu wahren und Verständnis zu vermitteln.

Literatur

1. E. W. Becker, Angew. Chemie **68**, 6, (1956).
2. J. Bigeleisen, Proc. ISIS, Amsterdam 1957, S. 121.
3. G. Weiss, Chem. Ing. Techn. **30**, 433 (1958).
4. E. W. Becker, R. P. Hübener und R. W. Kessler, Chem. Ing. Techn. **30**, 288 (1958).
5. K. Cohen, The Theory of Isotope Separation, Natl. Nucl. Energy Ser., Div III, 1 B, New York (1951).
6. K. Bier, Chem. Ing. Techn. **28**, 625 (1956; **31**, 22 (1959).
7. A. Schmidt, (Anorgan. Forschungsabteilung der Österr. Stickstoffwerke Aktiengesellschaft Linz/Donau), Atompraxis **5**, 1 (1959).

Die Bedeutung der Nanosekundentechnik für die Kernphysik*

Von

Josef Schintlmeister und **Franz Stary**

Lehrstuhl für Kernspektroskopie der Technischen Universität Dresden und Zentralinstitut für Kernphysik in Rossendorf bei Dresden

Mit 18 Abbildungen

(*Eingegangen am 16. Januar 1961*)

Zusammenfassung

Es wird ein Überblick gegeben über die Bedeutung hoher Zeitauflösung bei kernphysikalischen Messungen. Eingehend werden sodann die vorliegenden Messungen der Lebensdauer angeregter Kernniveaus besprochen und mit der theoretischen Erwartung verglichen. Insbesonders wird auch das K-Verbot für Gamma-Übergänge behandelt, das zu sehr langen Lebensdauern führt. Es wird dann auf die Technik der Messungen verzögerter Koinzidenzen im Gebiet der Nanosekunden eingegangen. Dabei wird die Arbeitsweise der Differential-Koinzidenzkreise näher besprochen. Schließlich werden noch die vier Methoden behandelt, mit denen Messungen verzögerter Koinzidenzen ausgewertet werden können.

1. Die Bedeutung hoher Zeitauflösung

Schon immer sind von den experimentellen Naturwissenschaften wesentliche Anregungen für die Weiterentwicklung der Technik ausgegangen. Ein Beispiel hierfür ist auch die Nanosekunden-Impulstechnik. Sie ist ein sehr junger Zweig der kernphysikalischen Meßtechnik. Mit Hilfe der Nanosekundentechnik können heute bereits Impulsabstände bis herab zu einigen 10^{-11} Sekunden (0,01 Nanosekunden) gemessen werden. Man sieht Möglichkeiten, auch diese Werte noch zu unterbieten. Wenn man Impulse genügender Flankensteilheit erzeugt, können also extrem kleine Zeiten direkt bestimmt werden. Was dies bedeutet, möge ein Beispiel erläutern.

Licht und Gammastrahlen legen im Vakuum drei Zentimeter in 10^{-10} s, also 0,1 ns zurück. Die Impulslaufzeiten in Verzögerungskabeln einer schnellen Koinzidenzanordnung lassen sich daher durch Verschieben eines γ-strahlenden radioaktiven Präparates aus der Mitte

* Erweiterte Fassung eines Vortrages, gehalten von J. Schintlmeister auf der Herbsttagung der Österreichischen Physikalischen Gesellschaft in Graz am 3. November 1960.

zwischen zwei Szintillationskristallen bestimmen. Bei einer Verschiebung um 1,5 cm erreicht der eine Gammastrahl des Präparates um $5 \cdot 10^{-11}$ s früher, der andere, unmittelbar darauf in entgegengesetzte Richtung emittierte, um die gleiche Zeit später den Kristall. Damit werden Impulse ausgelöst, die genau um 0,1 ns gegeneinander zeitlich verschoben sind. Zu dem Experiment kann man Kobalt-60 verwenden, weil dessen beide Gammastrahlen genügend schnell aufeinanderfolgend emittiert werden. Aus dem Beispiel ist zugleich ersichtlich, daß die Größe der Szintillationskristalle in bescheidenen Grenzen bleiben muß, damit nicht durch verschiedene Lichtwege in den Kristallen Verwaschungen entstehen.

Von einer Nanosekundentechnik spricht man, wenn die zu verarbeitenden Impulse eine Anstiegszeit oder auch eine Dauer von weniger als 10^{-8} s aufweisen. Solche und noch kürzere und steilere elektrische Impulse können nicht mit den Mitteln der üblichen Mikrosekundentechnik verarbeitet werden. Ein Teil dieser technischen Mittel findet zwar Verwendung. Es werden aber auch typische Bauteile der Höchstfrequenztechnik, wie z. B. Laufzeitglieder, benützt. Auch müssen neue Gesichtspunkte beachtet werden, so daß es gerechtfertigt ist, die Nanosekundentechnik von der Mikrosekundentechnik abzugrenzen.

Die Nanosekundentechnik umfaßt in der Kernphysik ein breites Gebiet von Anwendungen. Um mit dem Einfachsten zu beginnen, sei zunächst die Möglichkeit der Verarbeitung hoher Zählraten bei der Teilchenzählung genannt. Große Beschleuniger arbeiten bekanntlich im Impulsbetrieb. Um während des kurzen, aber intensiven Strahlungsimpulses eine möglichst große Zahl von Daten zu sammeln, müssen die Meßgeräte sehr schnell arbeiten können.

Die maximale Zählrate ist der Hauptsache nach durch die Länge der Detektorimpulse bedingt. Mit τ_i sei die Abklingzeitkonstante des Detektorimpulses bezeichnet. Durch geeignete Impulsformung kann man die Impulslänge bequem auf $t_m = 4\,\tau_i$ verkürzen.

Bei periodischen Vorgängen wäre damit eine maximale Zählfrequenz von $f_{max} = 1/t_m$ gegeben. In Tab. 1 ist für verschiedene Detektoren, und zwar das Geiger-Müller-Auslösezählrohr, das Proportionalzählrohr und für drei häufig verwendete Szintillationskristalle t_m und f_{max} angegeben. Da die radioaktive Strahlung immer statistisch verteilte Detektorimpulse liefert, können wegen der endlichen Auflösezeit t_m nicht alle Ereignisse registriert werden. Bei einem Zählverlust von 5% erhält man die in der letzten Spalte der Tab. 1 angegebene maximale mittlere Zählrate n_{max}. Man sieht, daß mit geeigneten Szintillatoren außerordentlich hohe Zählraten verarbeitet werden können. Allerdings sind dabei die Anforderungen an die Güte der Untersetzer sehr hoch. Um zusätzliche Zählverluste bei der Registrierung zu vermeiden, muß die maximale Zählfrequenz der Untersetzer größer als f_{max} sein.

Den breitesten Raum in der Kurzzeittechnik der Kernphysik nehmen die Koinzidenzschaltungen ein. Dabei hat man zu unterscheiden zwischen eigentlichen Koinzidenzen, bei denen die Gleichzeitigkeit zweier

Ereignisse festzustellen ist und verzögerten Koinzidenzen. Bei diesen werden um ein gewisses Zeitintervall gegeneinander verzögerte Ereignisse registriert. Diese Verzögerung kann durch Flugzeiten von Elementarteilchen oder durch die Lebensdauer angeregter Kernniveaus verursacht sein.

Tabelle 1. Maximale Zählraten verschiedener Strahlendetektoren. τ_i = Abklingzeitkonstante, t_m = minimale Impulsdauer nach Formung, f_{max} = maximale Frequenz bei gleichmäßiger Impulsfolge, n_{max} = Zählrate bei 5% Zählverlust und zufällig verteilter Impulsfolge

Detektor	$t_m = 4\,\tau_i$ [μs]	$f_{max} = 1/t_m$	n_{max} [s^{-1}]
Geiger-Müller-Zählrohr	200	5 kHz	$2{,}4 \cdot 10^2$
Proportional-Zählrohr	14	70 kHz	$3{,}4 \cdot 10^3$
NaJ(Tl)	1	1 MHz	$4{,}8 \cdot 10^4$
Anthrazen	0,12	8 MHz	$4{,}0 \cdot 10^5$
p-Terphenyl	0,012	80 MHz	$4{,}0 \cdot 10^6$

Warum strebt man bei Koinzidenzmessungen nach extremer Zeitauflösung? Will man beispielsweise die absolute Stärke eines radioaktiven Präparates, bei dem auf ein Betateilchen ein Gammaquant folgt, nach der Koinzidenzmethode bestimmen, so muß man die Zahl der echten Koinzidenzen und die Einzelzählraten messen. Die Zahl der zufälligen Koinzidenzen geht als Korrektionsgröße ein. Die Zahl der echten Koinzidenzen ist proportional der Stärke des Präparates, die Zahl der zufälligen Koinzidenzen aber wächst mit deren Quadrat. Das Verhältnis zwischen zufälligen und echten Koinzidenzen ist daher proportional der Präparatstärke. Es beträgt

$$\frac{Z_{\text{zuf.}}}{Z_{\text{echt}}} = 2\,\tau\,N. \tag{1}$$

N bedeutet darin die Zerfallsrate und τ die Auflösungszeit. Man kann also mit der Koinzidenzmethode schwache Präparate messen, starke jedoch nicht. Die Grenze der Meßbarkeit wird durch die Auflösungszeit τ festgelegt. Beträgt sie 1 Mikrosekunde, so können Präparate von höchstens 10 μC gemessen werden. Bei $\tau = 1$ ns ist es jedoch möglich noch tausendmal stärkere Präparate absolut zu bestimmen.

Was hier am Beispiel der Absolutbestimmung von Präparatstärken erläutert wurde, gilt bei Koinzidenzexperimenten jeder Art, beispielsweise bei Messungen der Winkelkorrelationen, der prompten Gammastrahlen bei der Kernspaltung usw. Immer setzt das Überhandnehmen der zufälligen Koinzidenzen über die echten der Intensität der Strahlenquelle eine obere Grenze. Um die einzelnen Meßpunkte innerhalb erträglicher Zeiten statistisch genügend belegen zu können, muß also das Auflösungsvermögen der Apparatur genügend hoch sein. In manchen Fällen ist daher die Anwendung der Nanosekunden-Impulstechnik unerläßlich.

2. Die Lebensdauer von Kernniveaus (Isomerie)

Es würde zu weit führen, alle Verwendungsmöglichkeiten der Nanosekundentechnik in der Kernphysik der Reihe nach zu erörtern. Wir möchten uns auf ein Gebiet, und zwar die Lebensdauermessungen angeregter Kernniveaus beschränken.

Die gemessenen Lebensdauern angeregter Kernzustände liegen zwischen > 30 Jahren, Ho-166^i und 10^{-15} s. Die Skala erstreckt sich somit über nicht weniger als 23 Zehnerpotenzen. Es ist selbstverständlich, daß die verwendeten Meßverfahren gleichfalls starke Unterschiede aufweisen [1].

Die klassische Methode der Lebensdauermessungen, das sind die Messung der Aktivität und der Abklingkurve, reichen bis etwa 1 s. Mittels verzögerter Koinzidenzen kann man derzeit das Gebiet von 10^{-4} s bis etwa $3 \cdot 10^{-11}$ s bestreichen. Das sind rund 7 Zehnerpotenzen, von denen etwa drei in dem uns hier interessierenden Nanosekundenbereich liegen. Das Zwischengebiet von 1 s bis 10^{-4} s wird erst neuerdings erschlossen. Es bietet besondere experimentelle Schwierigkeiten, die weniger in der Elektronik als in der impulsmäßigen Aktivierung der Präparate und dem Strahlungsuntergrund liegen.

Sehr kleine Lebensdauern können mit indirekten Methoden bestimmt werden. Von diesen seien besonders erwähnt die Messung des Wirkungsquerschnittes bei Coulombanregung und die Messung der natürlichen Linienbreite der Gammastrahlen durch Kernresonanzabsorption und -streuung. Aus der Linienbreite erhält man die Energieverwaschung und daraus mittels der Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation die Lebensdauer des Niveaus. Mit diesen indirekten Methoden kann man derzeit Lebensdauern etwa von 10^{-10} s bis 10^{-15} s bestimmen. Wie ersichtlich, überschneidet sich erfreulicherweise dieses Gebiet mit dem der Nanosekundentechnik zugänglichen, was gegenseitige Kontrolle gewährleistet.

Geht der Kern aus einem angeregten Zustand in einen niedriger angeregten Zustand oder in den Grundzustand über, so erfolgt die Energieabgabe im allgemeinen durch zwei miteinander konkurrierende Prozesse: die Emission eines Gammaquants und die innere Konversion. Wir wollen uns im folgenden nur mit der Lebensdauer der Niveaus gegen Gammastrahlung beschäftigen.

Bezeichnen wir mit I_a und I_e den Spin des Anfangs- und des Endzustandes des Kernes und mit L den Drehimpuls, den die elektromagnetische Strahlung abführt, so gilt bekanntlich die Auswahlregel

$$|I_a - I_e| \leqslant L \leqslant I_a + I_e, \tag{2}$$

ausgenommen $0 \to 0$ Übergänge, die wegen der Bedingung $L \neq 0$ verboten sind. Bei diesen für γ-Strahlung verbotenen Übergängen kann die Anregungsenergie lediglich durch innere Konversion abgeführt werden.

L wird auch als Multipolordnung der elektromagnetischen Strahlung bezeichnet, gemäß der klassischen Vorstellung schwingender 2^L-Pole, die zur Ausstrahlung des betreffenden Strahlungstypes führen. $L = 1$

heißt also Dipolstrahlung, $L = 2$ Quadrupol-, $L = 3$ Oktupolstrahlung usw. Je nachdem es sich dabei um das klassische Bild eines schwingenden elektrischen oder magnetischen 2^L-Poles handelt, spricht man von elektrischer (E) oder magnetischer (M) Multipolstrahlung. Ob eine E- oder M-Strahlung emittiert wird, hängt von den Paritäten π_a und π_e des Anfangs- und Endzustandes des Kernes und vom „Drehimpuls" des γ-Quantes (das heißt von L) ab. Nach dem Gesetz von der Paritätserhaltung gilt

für elektrische (E-)Strahlung: $$\Delta\pi = \frac{\pi_a}{\pi_e} = (-1)^L$$

und für magnetische (M-)Strahlung: $$\Delta\pi = \frac{\pi_a}{\pi_e} = (-1)^{L-1}$$

$\Delta\pi = -1$ bedeutet Paritätsänderung und $\Delta\pi = +1$ keine Paritätsänderung beim Übergang.

Bei gegebenen Paritäten und Spinquantenzahlen von Anfangs- und Endzustand des Kernes sind bei genügend großen Spins eine ganze Anzahl von Übergangstypen der Gammastrahlung möglich. Beispielsweise kann statt einer elektrischen Quadrupolstrahlung $E2$ auch eine $E4$- oder $E6$-Strahlung auftreten, und außerdem ist, wie aus dem Satz von der Paritätserhaltung ersichtlich, eine $M1$-, $M3$- oder $M5$-Strahlung möglich. Nun ist bemerkenswert, daß bei Anwachsen der Multipolordnung um Eins die Übergangswahrscheinlichkeit abnimmt und zwar etwa um den Faktor 10^6. Daher ist im allgemeinen von den verschiedenen, an sich möglichen Multipolordnungen nur der niedrigste Wert realisiert. Allerdings kommen Beimischungen gleicher Paritätsänderung vor, bei denen L um eine Einheit höher ist. Sehr häufig trifft man beispielsweise auf die Mischung $M1 + E2$.

Können Übergänge zwischen Niveaus nur mit größeren Spinänderungen vor sich gehen, so ist die Lebensdauer des angeregten Zustandes immer groß. Solche langlebigen Zustände bezeichnet man als metastabil oder isomer. Von welcher Lebensdauer an man die angeregten Kerne als Isomere bezeichnen soll, ist eine Frage der Nomenklatur, welche hier nicht erörtert sei. Daß man in der Kernphysik die Isomerie häufig beobachtet, liegt daran, daß diese Übergänge mit großen Spinunterschieden für sämtliche miteinander konkurrierenden Prozesse wie Gammastrahlung, innere Konversion, innere Paarbildung, Betazerfall wenig wahrscheinlich sind und zu größeren Partialhalbwertszeiten führen, so daß lange Lebensdauern beobachtet werden. Beispielsweise ist bei Gamma-Übergängen zwischen Niveaus mit größeren Spinunterschieden die niedrigste Multipolordnung hoch, und aus diesem Grunde wird die Übergangswahrscheinlichkeit gering.

Auch Übergangsverbote mannigfacher Art treten häufig auf und verlängern die Lebensdauern. In diesen Fällen erfolgt beim Übergang manchmal nur eine kleine oder gar keine Spinänderung.

In der Physik der Atomhülle ist dies bekanntlich anders. Es gibt zwar auch in der Hülle viele Elektronenzustände, die sich um mehrere

Einheiten des Drehimpulses vom Grundzustand unterscheiden. Sie müßten langlebig sein und unter Emission höherer Multipolstrahlung zerfallen. Es existiert aber hier ein Prozeß, der um Größenordnungen schneller die Anregungsenergie abführt, so daß fast ausschließlich Dipol-

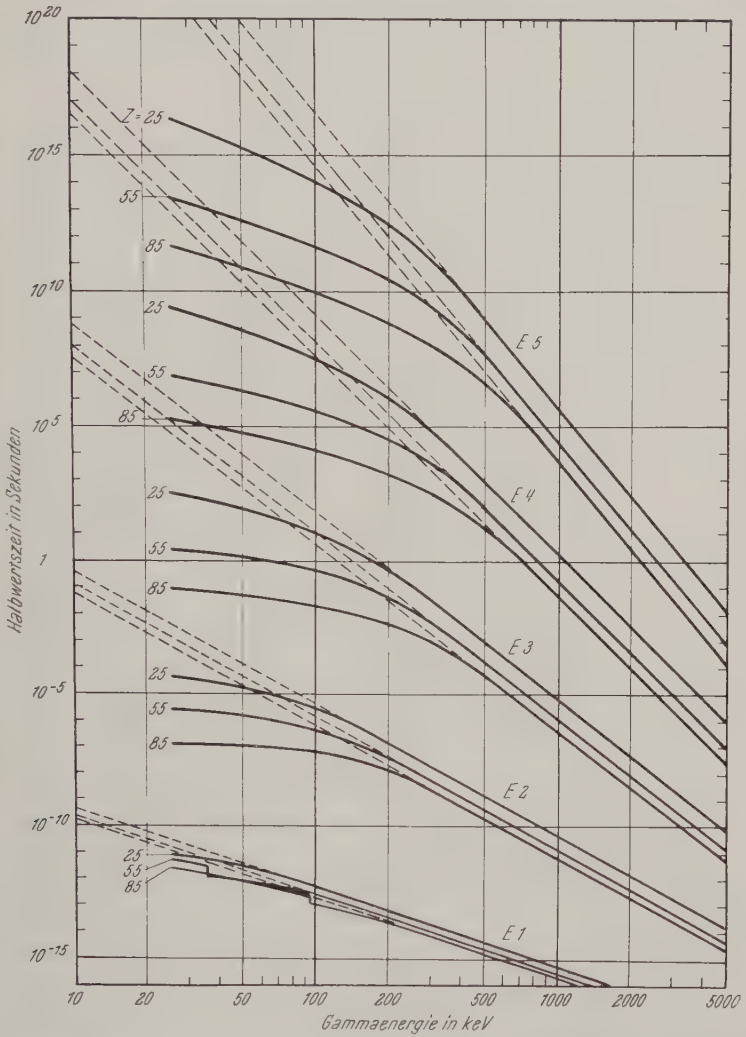


Abb. 1. Halbwertszeiten für Gammastrahlung nach der Weisskopf-Abschätzung ohne (gestrichelte Linien) und mit Korrektion (ausgezogene Linien) für innere Konversion. Elektrische Multipole, entnommen aus [2]

strahlung beobachtet wird. Unter Laboratoriumsbedingungen sind nämlich die Atome auch in stark verdünnten Gasen nicht voneinander isoliert, sondern stehen über Stöße miteinander in Wechselwirkung. Bei diesen Stößen können Anregungsenergien von einem Atom auf ein

anderes übertragen werden. Das sind die sogenannten „Stöße zweiter Art". Nur wenn bei sehr großen Verdünnungen die Wahrscheinlichkeit für die Energieabgabe durch Stöße zweiter Art genügend klein ist, beobachtet man „verbotene Linien" von metastabilen Atomzuständen.

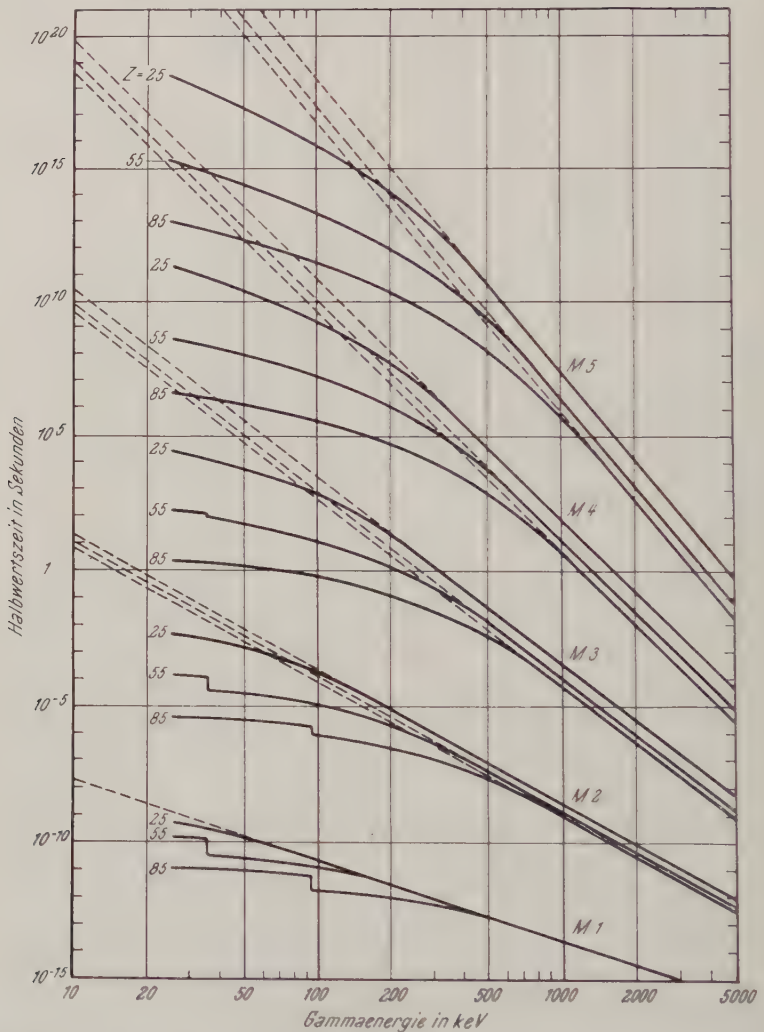


Abb. 2. Halbwertszeiten für Gammastrahlung nach der Weisskopf-Abschätzung ohne (gestrichelte Linien) und mit Korrektion (ausgezogene Linien) für innere Konversion. Magnetische Multipole, entnommen aus [2

Die grüne Nordlichtlinie gehört dazu. Auch in Stern- und Nebelspektren werden derartige Linien beobachtet.

Die Kerne sind durch ihre Elektronenhüllen völlig voneinander isoliert und können daher ihre Anregungsenergie nicht in Form von Stößen

zweiter Art aufeinander übertragen. Aus diesem Grunde treten in Kernspektren auch Gammaübergänge mit höherer Multipolordnung auf.

Für die Lebensdauer der angeregten Niveaus hat Weisskopf seine bekannte Formel angegeben, die allerdings unter sehr vereinfachenden Annahmen abgeleitet wurde. Es wird das Einteilchenmodell zugrunde gelegt, wobei vorausgesetzt wird, daß die Ausstrahlung durch die Zustandsänderung eines Protons zustande kommt, das sich im kugelsymmetrischen Zentralfeld des Kernes bewegt, und aus dem Zustand $j = L + \frac{1}{2}$ in einen s-Zustand mit $j = \frac{1}{2}$ übergeht. Auch weitere Vereinfachungen werden gemacht. Man erhält dann Maximalwerte für die radialen Matrixelemente und damit eine obere Grenze für die Übergangswahrscheinlichkeit. Die berechneten Lebensdauern sollten also für erlaubte Übergänge zu klein sein.

Die Abb. 1 und 2 zeigen das Ergebnis der Rechnung für elektrische und magnetische Multipolstrahlung [2]. Abszisse und Ordinate sind Energie des Gammastrahles und Halbwertszeit des Niveaus. Parameter der Kurven sind Ordnungszahl des Elementes und Multipolordnung.

Die ausgezogenen Kurven berücksichtigen die innere Konversion, welche als konkurrierender Prozeß die Lebensdauer der Niveaus herabsetzt. Die punktierten Kurven sind ohne diese Korrektion berechnet. Man erkennt aus den Abbildungen die starke Abnahme der Lebensdauer mit steigender Energie und die großen Unterschiede zwischen den Multipolordnungen.

Den Vergleich mit den Messungen zeigen die Abb. 3 bis 7 für elektrische und die Abb. 8 bis 11 für magnetische Übergänge[1]. Den Abb. 4, 5 und 11 sind die Tab. 2, 3 und 4 beigegeben. In diesen Abbildungen sind die Lebensdauern der Gammaübergänge der Typen $E2$, $E3$ und $M4$ dargestellt. Von diesen Gammaübergängen liegen so viele Messungen vor, daß aus zeichnerischen Gründen nur wenige experimentell bestimmte Punkte in den Abbildungen beschriftet werden konnten. Die Zuordnung jedes Meßpunktes in diesen Abbildungen zu einem Nuklid kann jedoch mit Hilfe der Tabellen vorgenommen werden.

In den Abb. 3 bis 11 und den Tab. 2 bis 4 wurden alle gemischten Übergänge weggelassen, es waren etwa 50, bei denen die Größe der Beimischung mehr als 10% beträgt oder unbekannt ist. Bei den aufgenommenen gemischten Übergängen wurde die Größe der Beimischung in Klammern hinter das Elementsymbol gesetzt. Das Elementsymbol selbst wurde eingeklammert, wenn sich die Angaben verschiedener Autoren widersprechen oder der Übergangstyp nicht sicher ist. Über 180 Übergänge bekannter Lebensdauer aber unbekannter Multipolordnung und über 120 Übergänge, bei denen nur Schätzungen der Lebensdauer vorliegen, wurden ebenfalls nicht aufgenommen.

[1] Die experimentellen Angaben wurden zum größten Teil den Tabellenwerken [1, 3, 4, 5] entnommen. Die neueren Angaben verdanken wir Professor Dr. habil. F. Alexander und Dipl.-Ing. R. Reif vom Zentralinstitut für Kernphysik in Rossendorf bei Dresden, welche uns freundlicherweise ihre Zusammenstellung zur Einsicht überließen.

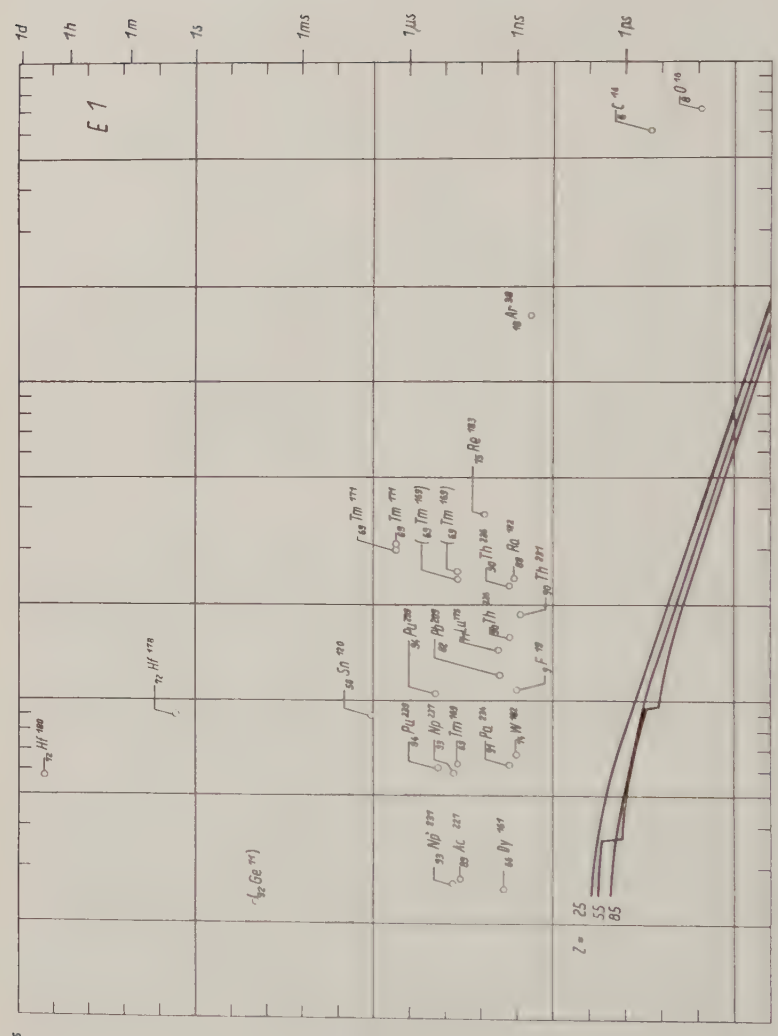


Abb. 3. Gemessene und berechnete Halbwertszeiten für E1-Strahlung

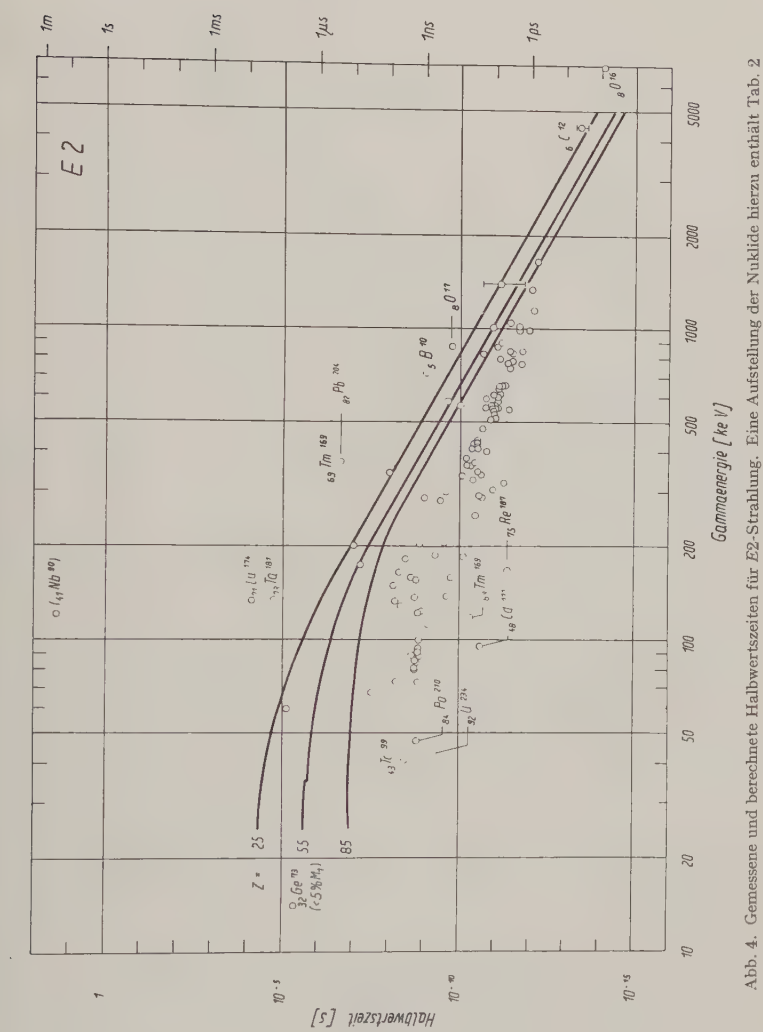
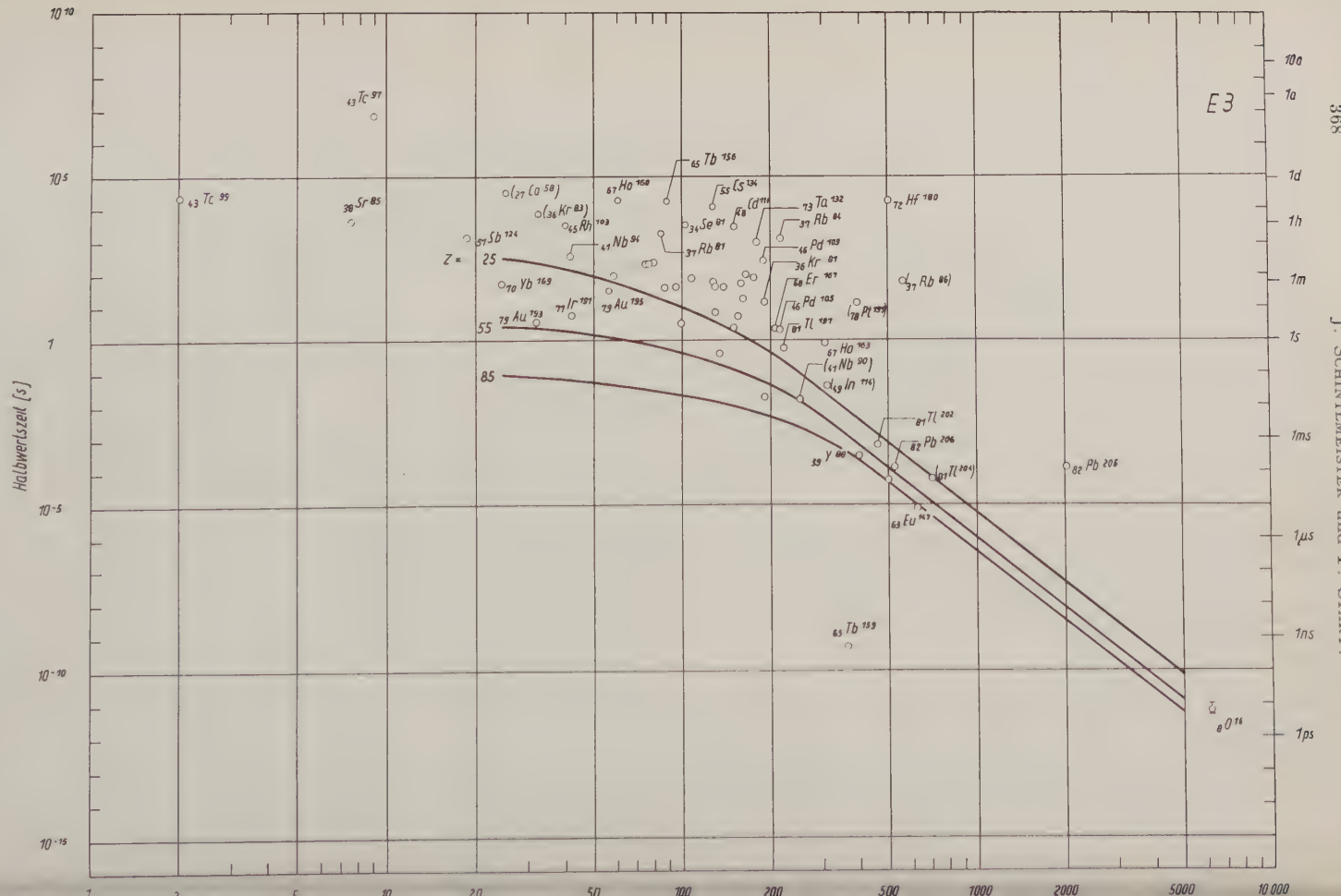


Abb. 4. Gemessene und berechnete Halbwertszeiten für *E2*-Strahlung. Eine Aufstellung der Nuklide hierzu enthält Tab. 2


E3
Halbwertszeit [s]
10^10
10^5
1
10^-5
10^-10
10^-15
10a
1a
1d
1h
1m
1s
1ms
1μs
1ns
1ps
Z =
25
55
85
43 Tc 95
43 Tc 97
38 Sr 85
(27 Co 58)
(36 Kr 83)
45 Rh 103
47 Nb 94
37 Rb 87
67 Ho 150
65 Tb 156
55 Cs 134
(48 Cd 116)
34 Se 81
73 Ta 132
37 Rb 84
46 Pd 109
36 Kr 81
68 Er 167
46 Pd 105
81 Tl 187
78 Pt 189
72 Hf 180
(37 Rb 86)
67 Ho 163
(41 Nb 90)
(49 In 114)
81 Tl 202
82 Pb 206
(81 Tl 204)
82 Pb 206
63 Eu 147
63 Tb 159
8 O 16
87 Sb 124
70 Yb 169
79 Au 193
77 Ir 191
79 Au 195
59 Y 88
1
2
5
10
20
50
100
200
500
1000
2000
5000
10.000

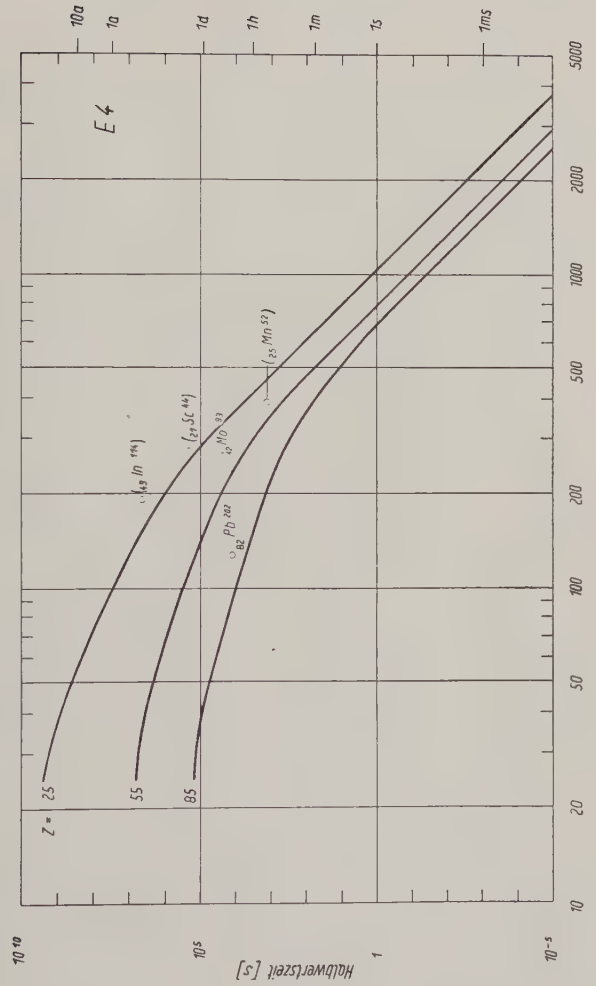


Abb. 6. Gemessene und berechnete Halbwertszeiten für E4-Strahlung

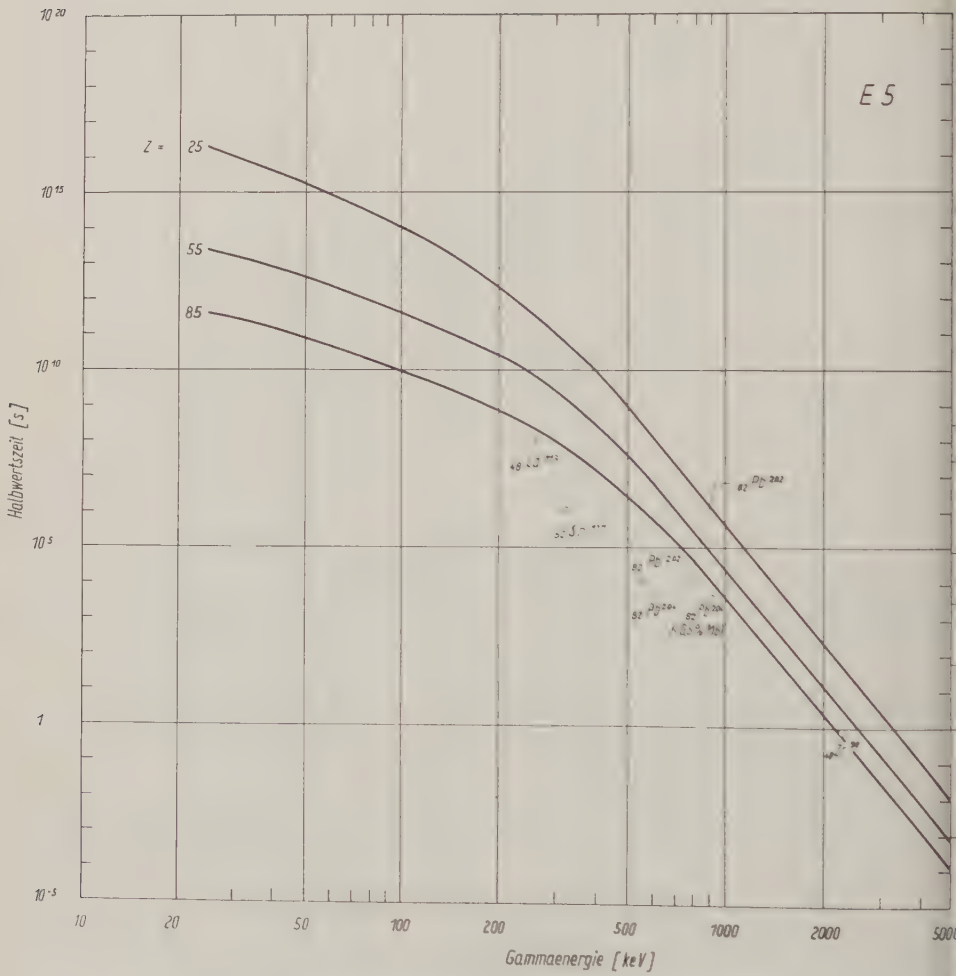


Abb. 7. Gemessene und berechnete Halbwertszeiten für $E5$-Strahlung

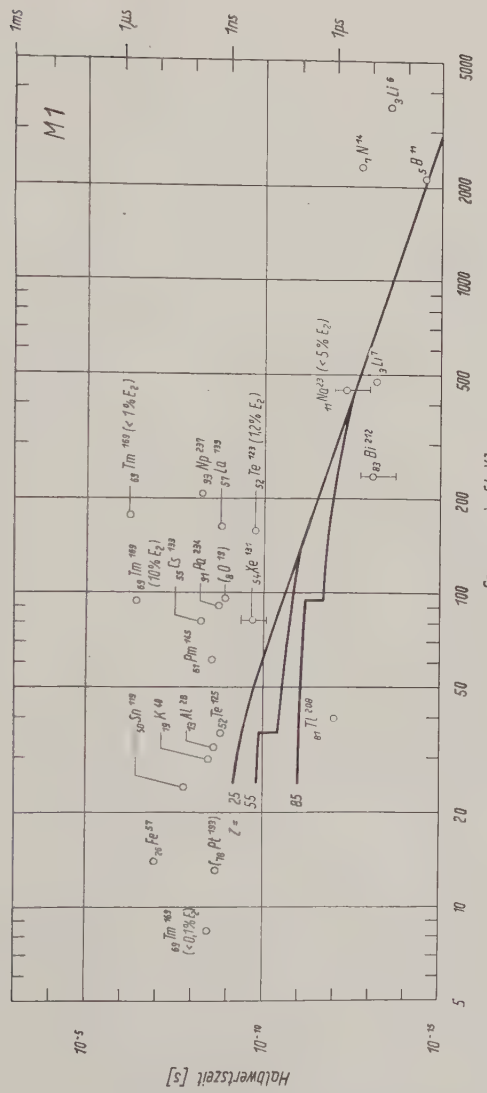


Abb. 8. Gemessene und berechnete Halbwertszeiten für *M*1-Strahlung

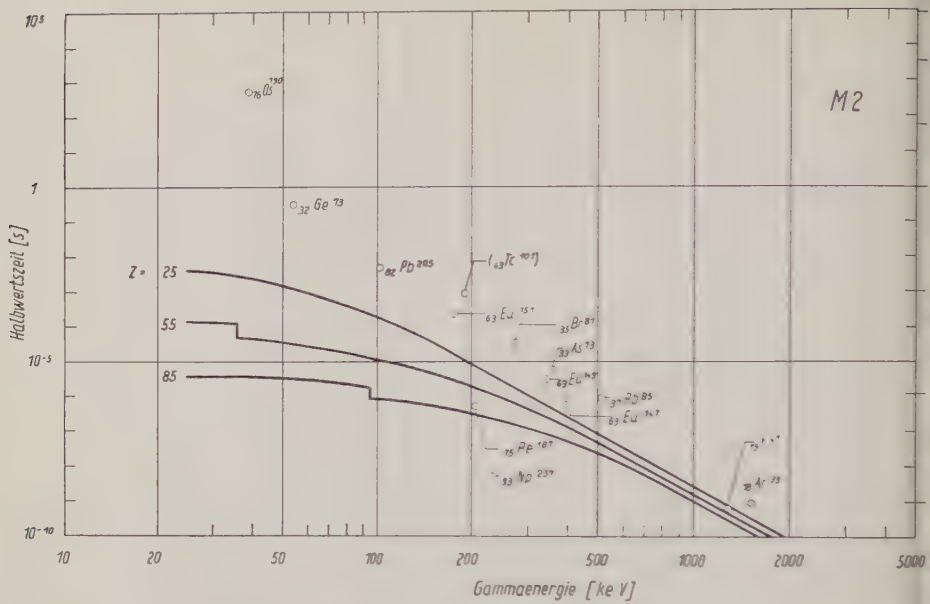


Abb. 9. Gemessene und berechnete Halbwertszeiten für $M2$-Strahlung

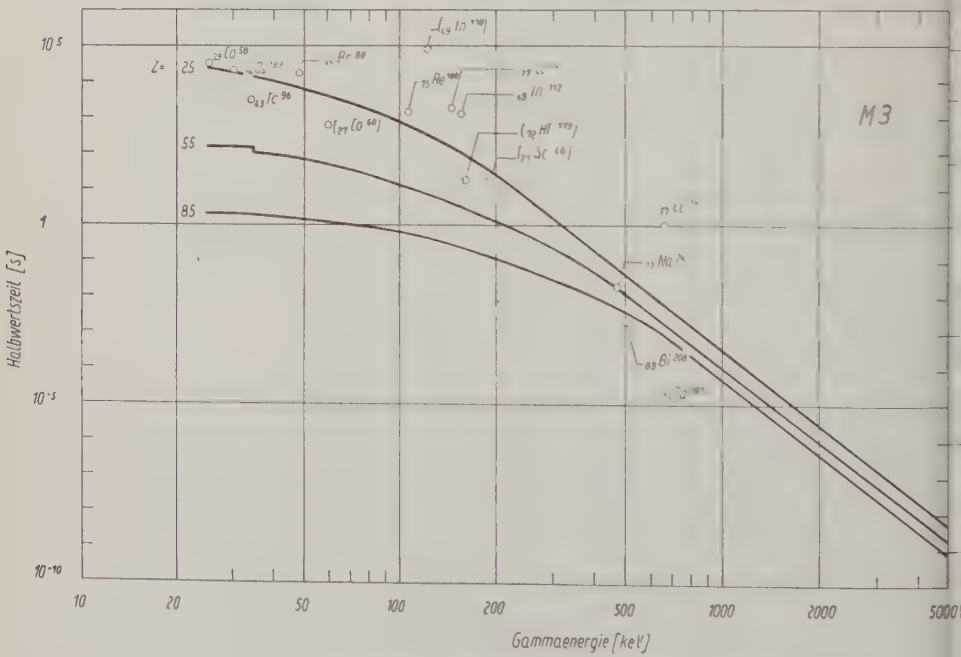


Abb. 10. Gemessene und berechnete Halbwertszeiten für $M3$-Strahlung

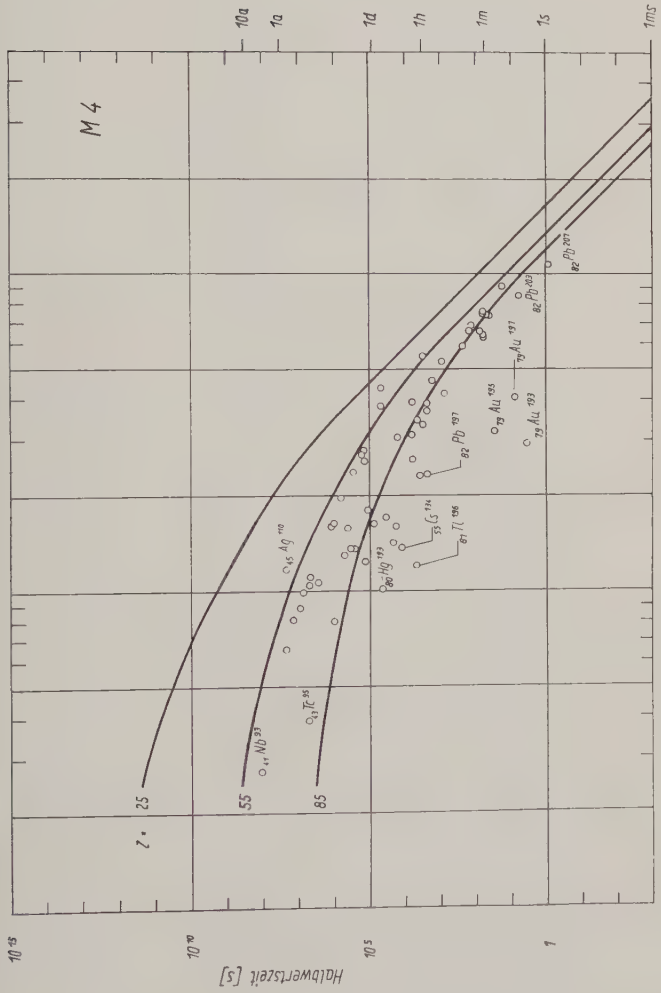


Abb. 11. Gemessene und berechnete Halbwertszeiten für M4-Strahlung. Eine Aufstellung der Nuklide hierzu enthält Tab. 4

Tabelle 2. Gemessene Halbwertszeiten für $E2$-Strahlung. Die graphische Darstellung hierzu gibt Abb. 4

Energie [keV]	$T_{1/2}$ [s]	Nuklid	Bemerkungen
14	$4{,}6 \cdot 10^{-6}$	$_{32}Ge^{73}$	$(< 5\%\ M1)$
41	$3{,}5 \cdot 10^{-9}$	$_{43}Tc^{99}$	
43	$5 \cdot 10^{-10}$	$_{92}U^{234}$	
47	$1{,}5 \cdot 10^{-9}$	$_{84}Po^{210}$	
59,9	$7{,}8 \cdot 10^{-6}$	$_{83}Bi^{206}$	
67	$3{,}3 \cdot 10^{-8}$	$_{60}Nd^{145}$	
72,8	$1{,}4 \cdot 10^{-9}$	$_{66}Dy^{164}$	
73	$6{,}2 \cdot 10^{-9}$	$(_{77}Ir^{193})$	
80	$1{,}8 \cdot 10^{-9}$	$_{68}Er^{168}$	
80 (81)	$1{,}8 \cdot 10^{-9}$	$_{68}Er^{166}$	
84,2	$1{,}57 \cdot 10^{-9}$	$_{70}Yb^{170}$	
85 (86,5)	$1{,}8 \cdot 10^{-9}$	$_{66}Dy^{160}$	
89	$1{,}35 \cdot 10^{-9}$	$_{72}Hf^{176}$	
89	$2{,}2 \cdot 10^{-9}$	$_{64}Gd^{156}$	
91	$1{,}4 \cdot 10^{-9}$	$_{68}Er^{164}$	
93	$1{,}4 \cdot 10^{-9}$	$_{72}Hf^{180}$	
95	$2{,}7 \cdot 10^{-11}$	$_{48}Cd^{111}$	
100	$1{,}3 \cdot 10^{-9}$	$_{74}W^{182}$	
112	$7{,}88 \cdot 10^{-10}$	$_{74}W^{182,\ 184,\ 186}$	
118,2	$5 \cdot 10^{-11}$	$_{69}Tm^{169}$	
120	$2{,}4 \cdot 10^{1}$	$(_{41}Nb^{90})$	
122	$1{,}4 \cdot 10^{-9}$	$_{62}Sm^{152}$	
123	$1{,}2 \cdot 10^{-9}$	$_{64}Gd^{154}$	
128	$4{,}7 \cdot 10^{-9}$	$_{60}Nd^{150}$	
133	$7{,}0 \cdot 10^{-9}$	$_{80}Hg^{197}$	
133	$7{,}5 \cdot 10^{-5}$	$_{71}Lu^{174}$	
133	$1{,}88 \cdot 10^{-5}$	$_{73}Ta^{181}$	
137	$5 \cdot 10^{-10}$ $1{,}8 \cdot 10^{-9}$	$_{76}Os^{186}$	
139	$2{,}59 \cdot 10^{-10}$	$_{77}Ir^{193}$	
148	$7{,}3 \cdot 10^{-9}$	$_{81}Tl^{200}$	$(< 3\%\ M1)$
155	$6{,}5 \cdot 10^{-10}$ $1 \cdot 10^{-9}$ $1{,}7 \cdot 10^{-9}$	$_{76}Os^{188}$	
158 (159)	$2{,}4 \cdot 10^{-9}$	$_{80}Hg^{199}$	
159	$1{,}9 \cdot 10^{-10}$	$(_{52}Te^{123})$	
164,6	$5{,}4 \cdot 10^{-9}$	$_{93}Np^{237}$	
167	$4{,}5 \cdot 10^{-12}$	$_{75}Re^{187}$	
175	$7 \cdot 10^{-8}$	$_{32}Ge^{71}$	
181	$3{,}5 \cdot 10^{-9}$	$_{43}Tc^{99}$	
185	$8 \cdot 10^{-11}$	$_{68}Er^{168}$	
186 (187)	$5 \cdot 10^{-10}$	$_{76}Os^{190}$	
200	$1 \cdot 10^{-7}$	$_{9}F^{19}$	
203 (205)	$2{,}5 \cdot 10^{-10}$ $1{,}3 \cdot 10^{-9}$	$_{81}Tl^{205}$	
206	$2{,}8 \cdot 10^{-10}$	$_{76}Os^{192}$	

Fortsetzung der Tabelle 2

Energie [keV]	$T_{1/2}$ [s]	Nuklid	Bemerkungen
250 (251)	$4 \cdot 10^{-11}$	$_{71}Lu^{175}$	
280 (283)	$3{,}8 \cdot 10^{-10}$	$_{33}As^{75}$	
284	$2 \cdot 10^{-11}$ / $3 \cdot 10^{-11}$	$_{54}Xe^{131}$	
285,6	$1{,}1 \cdot 10^{-9}$	$_{94}Pu^{239}$	
290 (300)	$3{,}2 \cdot 10^{-11}$	$_{48}Cd^{113}$	
300	$2{,}6 \cdot 10^{-10}$	$_{60}Nd^{148}$	
303	$1{,}13 \cdot 10^{-11}$	$_{73}Ta^{181}$	
308	$6{,}4 \cdot 10^{-7}$	$_{69}Tm^{169}$	
319	$5{,}9 \cdot 10^{-12}$	$_{47}Ag^{107}$	
327 (328) (330)	$3{,}85 \cdot 10^{-11}$ / $4{,}5 \cdot 10^{-11}$	$_{78}Pt^{194}$	
337	$6{,}7 \cdot 10^{-11}$ / $1{,}1 \cdot 10^{-10}$	$_{62}Sm^{150}$	
330 (336) (340)	$2{,}7 \cdot 10^{-11}$	$_{48}Cd^{111}$	
345,8	$1 \cdot 10^{-8}$	$_{73}Ta^{181}$	
358	$3{,}49 \cdot 10^{-11}$	$_{78}Pt^{196}$	
335 (358) (362)	$5 \cdot 10^{-11}$	$_{44}Ru^{104}$	
362 (365)	$6{,}39 \cdot 10^{-11}$	$_{45}Rh^{103}$	
370 (380)	$4 \cdot 10^{-11}$	$_{46}Pd^{110}$	
374	$2{,}6 \cdot 10^{-7}$	$_{82}Pb^{204}$	(0,3% $M3$)
368 (390)	$7 \cdot 10^{-11}$	$_{80}Hg^{200}$	
403	$1{,}88 \cdot 10^{-11}$	$_{78}Pt^{198}$	
411	$2{,}2 \cdot 10^{-11}$ / $4{,}9 \cdot 10^{-11}$	$_{80}Hg^{198}$	
400 (412) (416)	$3{,}3 \cdot 10^{-11}$	$_{47}Ag^{109}$	
419	$3{,}4 \cdot 10^{-11}$	$_{47}Ag^{107}$	
424 (430) (433)	$2{,}5 \cdot 10^{-11}$ / $4 \cdot 10^{-11}$	$_{46}Pd^{108}$	
427	$3{,}4 \cdot 10^{-11}$	$_{47}Ag^{107}$	
439 (440)	$3{,}1 \cdot 10^{-11}$	$_{80}Hg^{202}$	
473	$2{,}6 \cdot 10^{-11}$	$_{44}Ru^{102}$	
508 (512)	$1{,}3 \cdot 10^{-11}$	$_{48}Cd^{116}$	
513	$1 \cdot 10^{-11}$	$_{46}Pd^{106}$	
528	$1{,}1 \cdot 10^{-11}$	$_{42}Mo^{100}$	
540	$1{,}1 \cdot 10^{-11}$	$_{44}Ru^{100}$	
550	$4{,}43 \cdot 10^{-12}$	$_{79}Au^{197}$	
550 (556)	$9 \cdot 10^{-12}$	$_{48}Cd^{114}$	
550 (556)	$9{,}8 \cdot 10^{-12}$	$_{46}Pd^{104}$	
550 (566)	$2{,}0 \cdot 10^{-11}$	$_{32}Ge^{76}$	
560	$1{,}0 \cdot 10^{-11}$	$_{52}Te^{120}$	
567	$1{,}2 \cdot 10^{-11}$	$_{34}Se^{76}$	
565 (570)	$1{,}0 \cdot 10^{-10}$	$_{82}Pb^{207}$	
564 (566) (570)	$1 \cdot 10^{-11}$	$_{52}Te^{122}$	
582	$9 \cdot 10^{-12}$	$_{48}Cd^{113}$	
583	$2{,}4 \cdot 10^{-10}$	$_{82}Pb^{208}$	
593	$1{,}9 \cdot 10^{-11}$	$_{32}Ge^{74}$ [1]	

[1]) Als ein Punkt dargestellt.

Fortsetzung der Tabelle 2

Energie [keV]	$T_{1/2}$ [s]	Nuklid	Bemerkungen
596	$1{,}9 \cdot 10^{-11}$	$_{32}Ge^{72}$ [1]	
603 (608)	$8{,}8 \cdot 10^{-12}$	$_{52}Te^{124}$	
610	$1{,}1 \cdot 10^{-11}$	$_{48}Cd^{111}$	
615	$8 \cdot 10^{-12}$	$_{34}Se^{78}$ [2]	
610 (618) (620)	$9{,}7 \cdot 10^{-12}$	$_{48}Cd^{112}$ [2]	
635	$8 \cdot 10^{-12}$	$_{34}Se^{74}$	
650 (654)	$6{,}5 \cdot 10^{-12}$ $1{,}05 \cdot 10^{-11}$	$_{34}Se^{80}$	
654 (656)	$4{,}6 \cdot 10^{-12}$ $8{,}3 \cdot 10^{-12}$	$_{48}Cd^{110}$	
650 (662)	$4{,}0 \cdot 10^{-12}$ $7{,}0 \cdot 10^{-12}$	$_{52}Te^{126}$	
720	$1{,}05 \cdot 10^{-9}$	$_{5}B^{10}$	
750	$4{,}2 \cdot 10^{-12}$	$_{52}Te^{128}$	
760 (790)	$1{,}8 \cdot 10^{-12}$	$_{90}Th^{232}$	
770 (771) (778)	$4{,}5 \cdot 10^{-12}$	$_{42}Mo^{96}$	
786	$3{,}6 \cdot 10^{-12}$	$_{42}Mo^{98}$	
803	$7{,}7 \cdot 10^{-12}$	$_{82}Pb^{206}$	
830 (840)	$4{,}3 \cdot 10^{-12}$	$_{32}Ge^{72}$	
840	$2{,}5 \cdot 10^{-11}$	$_{13}Al^{27}$	
845 (850)	$3 \cdot 10^{-12}$	$_{26}Fe^{56}$	
830 (850)	$1{,}9 \cdot 10^{-12}$	$_{52}Te^{130}$	
880	$9 \cdot 10^{-13}$	$_{34}Se^{82}$	
880	$1{,}7 \cdot 10^{-10}$	$_{8}O^{17}$	
890	$7 \cdot 10^{-12}$	$_{22}Ti^{46}$	
990	$2{,}1 \cdot 10^{-12}$	$_{22}Ti^{48}$	
980 (1000)	$1{,}1 \cdot 10^{-12}$	$_{30}Zn^{64}$	
1010	$1{,}2 \cdot 10^{-11}$	$_{13}Al^{27}$	
1020 (1036) (1060)	$2{,}7 \cdot 10^{-12}$	$_{32}Ge^{70}$	
1040 (1050)	$4{,}0 \cdot 10^{-12}$	$_{30}Zn^{66}$	
1140	$8 \cdot 10^{-13}$	$_{50}Sn^{122}$	
1330	$8 \cdot 10^{-13}$ $1 \cdot 10^{-12}$	$_{28}Ni^{60}$	
1380	$1{,}3 \cdot 10^{-12}$ $2{,}5 \cdot 10^{-11}$	$_{12}Mg^{24}$	
1630	$5{,}3 \cdot 10^{-13}$ $7{,}6 \cdot 10^{-13}$	$_{10}Ne^{20}$	
4440	$2{,}6 \cdot 10^{-14}$ $4{,}5 \cdot 10^{-14}$ $4{,}9 \cdot 10^{-14}$	$_{6}C^{12}$	
6900	$8{,}3 \cdot 10^{-15}$	$_{8}O^{16}$	

[1]) Als ein Punkt dargestellt.

[2]) Als ein Punkt dargestellt.

Tabelle 3. Gemessene Halbwertszeiten für $E3$-Strahlung. Die graphische Darstellung hierzu gibt Abb. 5

Energie [keV]	$T_{1/2}$ [s]	Nuklid	Bemerkungen
2	$2{,}17 \cdot 10^4$	$_{43}Tc^{99}$	
7,5	$4{,}2 \cdot 10^3$	$_{38}Sr^{85}$	
9	$7{,}87 \cdot 10^6$	$_{43}Tc^{97}$	
18,5	$1{,}26 \cdot 10^3$	$_{51}Sb^{124}$	
24	$5 \cdot 10^1$	$(_{70}Yb^{169})$	
25	$3{,}27 \cdot 10^4$	$(_{27}Co^{58})$	
32	3,88	$_{79}Au^{193}$	
32,2	$7{,}05 \cdot 10^3$	$(_{36}Kr^{83})$	
40	$3{,}36 \cdot 10^3$	$_{45}Rh^{103}$	
41,5	$3{,}96 \cdot 10^2$	$_{41}Nb^{94}$	
41,7	$\left\{\begin{matrix}4{,}9\\6{,}9\end{matrix}\right\}$	$_{77}Ir^{191}$	
56,5	$3{,}06 \cdot 10^1$	$_{79}Au^{195}$	
58	$9 \cdot 10^1$	$_{77}Ir^{192}$	
60	$1{,}8 \cdot 10^4$	$_{67}Ho^{160}$	
75,3	$2{,}1 \cdot 10^2$	$(_{51}Sb^{122})$	
77,2	$2{,}62 \cdot 10^2$	$(_{45}Rh^{104})$	
80 (96)	$2{,}34 \cdot 10^2$	$_{34}Se^{79}$	
85	$1{,}89 \cdot 10^3$	$_{37}Rb^{81}$	
87	$4 \cdot 10^1$	$_{47}Ag^{109}$	
89	$1{,}8 \cdot 10^4$	$_{65}Tb^{156}$	
94	$4{,}43 \cdot 10^1$	$_{47}Ag^{107}$	
99,1	3,5	$_{81}Tl^{195}$	
103	$3{,}42 \cdot 10^3$	$_{34}Se^{81}$	
108	$7{,}5 \cdot 10^1$	$_{66}Dy^{165}$	
127	$5{,}5 \cdot 10^1$	$_{36}Kr^{79}$	
127,1	$1{,}13 \cdot 10^4$	$_{55}Cs^{134}$	
130 (133)	$4{,}5 \cdot 10^1$	$_{45}Rh^{105}$ [1]	
130	7,4	$_{79}Au^{197}$ [1]	
130	$4{,}7 \cdot 10^1$	$_{77}Ir^{194}$ [1]	
134	$4 \cdot 10^{-1}$	$(_{80}Hg^{194})$	
139	$4{,}9 \cdot 10^1$	$(_{32}Ge^{75})$	
150	$2{,}92 \cdot 10^3$	$(_{48}Cd^{111})$	$(< 0{,}3\%\ M4)$
150	2,5	$_{49}In^{116}$	
155	5,5	$(_{74}W^{183})$	
159	$5{,}2 \cdot 10^1$	$_{32}Ge^{77}$	
161	$1{,}74 \cdot 10^1$	$_{34}Se^{77}$	
165	$9{,}7 \cdot 10^1$	$(_{74}W^{185})$	
175	$7{,}5 \cdot 10^1$	$_{54}Xe^{127}$	
180	$9{,}9 \cdot 10^2$	$_{73}Ta^{182}$	
187 (193)	$1{,}3 \cdot 10^1$	$_{36}Kr^{81}$	
170 (188)	$2{,}85 \cdot 10^2$	$_{46}Pd^{109}$	
190	$1{,}9 \cdot 10^{-2}$	$(_{31}Ga^{70})$	
208	2,5	$_{68}Er^{167}$	

[1]) Als ein Punkt dargestellt.

Fortsetzung der Tabelle 3

Energie [keV]	$T_{1/2}$ [s]	Nuklid	Bemerkungen
216	$2{,}13 \cdot 10^{1}$	$_{46}Pd^{105}$	
217	$1{,}26 \cdot 10^{3}$	$_{37}Rb^{84}$	
221,9	$5{,}5 \cdot 10^{-1}$	$_{81}Tl^{197}$	
250	$1{,}5 \cdot 10^{-2}$	$(_{41}Nb^{90})$	
305	$8 \cdot 10^{-1}$	$_{67}Ho^{163}$	
312	$4{,}2 \cdot 10^{-2}$	$(_{49}In^{114})$	
393	$1{,}41 \cdot 10^{1}$	$(_{78}Pt^{199})$	
395	$3 \cdot 10^{-4}$	$_{39}Y^{88}$	
459,8	$6{,}6 \cdot 10^{-4}$	$_{81}Tl^{202}$	
497	$5{,}45 \cdot 10^{-5}$	$_{63}Eu^{149}$	
501,2	$1{,}98 \cdot 10^{4}$	$_{72}Hf^{180}$	
516,1	$\left\{\begin{matrix}1{,}28 \cdot 10^{-4} \\ 1{,}45 \cdot 10^{-4}\end{matrix}\right\}$	$_{82}Pb^{206}$	
560	$6{,}12 \cdot 10^{1}$	$(_{37}Rb^{86})$	
625	$7{,}9 \cdot 10^{-6}$	$_{63}Eu^{147}$	
706	$6{,}5 \cdot 10^{-5}$	$(_{81}Tl^{204})$	
202,5	$\left\{\begin{matrix}1{,}28 \cdot 10^{-4} \\ 1{,}45 \cdot 10^{-4}\end{matrix}\right\}$	$_{82}Pb^{206}$	
6130 (6140)	$\left\{\begin{matrix}6{,}4 \cdot 10^{-12} \\ (5 \text{ bis } 10) \cdot 10^{-12}\end{matrix}\right\}$	$_{8}O^{16}$	

Im Gebiet der längerlebigen Übergänge dürfte das experimentelle Material der Hauptsache nach vollständig sein, das heißt, es ist anzunehmen, daß fast alle längerlebigen isomeren Körper aufgefunden wurden. Bei den kurzlebigen Zuständen ist das experimentelle Material recht lückenhaft. Die Nanosekundentechnik beginnt hier eben erst ihre Möglichkeiten zu zeigen. Es sind beispielsweise verhältnismäßig wenige $E1$-Übergänge untersucht worden. Es ist zu vermuten, daß dies vor allem meßtechnische Ursachen hat, denn diese Übergänge sind die „schnellsten".

Man erkennt aus den Abb. 3 bis 11, daß einige Meßpunkte sehr stark von den berechneten Werten abweichen. Beispielsweise ist beim Hafnium-180' ($T = 5{,}5\,h$), das einen Gammastrahl vom Typ $E1$ emittiert (Abb. 3), die Lebensdauer um 16 Zehnerpotenzen größer als nach der Weisskopf-Abschätzung berechnet. Offensichtlich sind hier Übergangsverbote im Spiel, die von Fall zu Fall näher zu untersuchen sind.

Eliminiert man die verbotenen Übergänge aus den Abb. 3 bis 11, so sieht man, daß die verbleibenden experimentellen Werte der Lebensdauern etwa auf 2 bis 3 Zehnerpotenzen mit den berechneten Werten übereinstimmen und daß auch der Gang mit der Gammaenergie einigermaßen richtig herauskommt. Die experimentellen Lebensdauern sind in der Regel größer als die theoretischen, was auch zu erwarten war. Nur bei den $E2$-Übergängen sind die experimentellen Werte kleiner.

Tabelle 4. Gemessene Halbwertszeiten für $M4$-Strahlung. Die graphische Darstellung hierzu gibt Abb. 11

Energie [keV]	$T_{1/2}$ [s]	Nuklid	Bemerkungen
27 (29)	$1{,}1 \cdot 10^8$	$_{41}Nb^{93}$	
39	$5{,}18 \cdot 10^6$	$_{43}Tc^{95}$	
65,3	$2{,}41 \cdot 10^7$	$_{50}Sn^{119}$	
80,2	$1{,}02 \cdot 10^6$	$_{77}Ir^{193}$	
81,8	$1{,}33 \cdot 10^7$	$_{52}Te^{121}$	
88,7	$9 \cdot 10^6$	$_{52}Te^{123}$ [1]	
89	$9{,}07 \cdot 10^6$	$_{52}Te^{127}$ [1]	
99,2	$7{,}78 \cdot 10^6$	$_{43}Tc^{97}$	
101	$4{,}32 \cdot 10^4$	$_{80}Hg^{193}$	
104	$5{,}27 \cdot 10^6$	$_{41}Nb^{91}$	
106,5	$2{,}85 \cdot 10^6$ / $3{,}5 \cdot 10^6$	$_{52}Te^{129}$	
110	$5 \cdot 10^6$	$_{52}Te^{125}$	
116	$2{,}33 \cdot 10^7$	$_{45}Ag^{110}$	
120	$5{,}07 \cdot 10^3$	$_{81}Tl^{196}$	
123	$1{,}44 \cdot 10^5$	$_{80}Hg^{195}$	
129	$5{,}18 \cdot 10^5$	$_{78}Pt^{193}$	
135 (136)	$2{,}94 \cdot 10^5$	$_{78}Pt^{193}$	
135,5	$3{,}8 \cdot 10^5$	$_{78}Pt^{193}$	
137,4	$1{,}13 \cdot 10^4$	$_{55}Cs^{134}$	
142	$2{,}17 \cdot 10^4$	$_{43}Tc^{99}$	
158	$4{,}05 \cdot 10^5$	$_{45}Rh^{101}$	
159	$1{,}2 \cdot 10^6$	$_{50}Sn^{117}$	
160	$1{,}98 \cdot 10^4$	$_{46}Pd^{111}$	
163 (164)	$1{,}02 \cdot 10^6$	$_{54}Xe^{131}$	
164	$8{,}3 \cdot 10^4$	$_{80}Hg^{197}$	($\leqslant 1\%$ $E5$)
170,7	$3{,}6 \cdot 10^4$	$_{76}Os^{183}$	
180 (181,7)	$1{,}08 \cdot 10^5$	$_{52}Te^{131}$	
196	$6{,}9 \cdot 10^5$	$_{54}Xe^{129}$	
232,5	$4{,}2 \cdot 10^3$	$_{38}Sr^{85}$	
234	$2{,}52 \cdot 10^3$	$_{82}Pb^{197}$	
235	$3{,}02 \cdot 10^5$	$_{41}Nb^{95}$	
255	$1{,}22 \cdot 10^5$	$_{58}Ce^{137}$	
261	$6{,}3 \cdot 10^3$	$_{81}Tl^{198}$	
268 (269)	$1{,}62 \cdot 10^5$	$_{56}Ba^{135}$	
276	$1{,}4 \cdot 10^5$	$_{56}Ba^{133}$	
291	3,8	$_{79}Au^{193}$	
305	$1{,}58 \cdot 10^4$	$_{36}Kr^{85}$	
311 (312)	$7{,}02 \cdot 10^3$	$_{49}In^{117}$	
318	$3.06 \cdot 10^1$	$_{79}Au^{195}$	
300 (334)	$3{,}18 \cdot 10^3$ / $3{,}78 \cdot 10^3$	$_{52}Te^{133}$	
346	$4{,}8 \cdot 10^3$	$_{78}Pt^{197}$	
368	$2{,}64 \cdot 10^3$	$_{80}Hg^{199}$	($\sim 0{,}8\%$ $E5$)

[1]) Als ein Punkt dargestellt.

Fortsetzung der Tabelle 4

Energie [keV]	$T_{1/2}$ [s]	Nuklid	Bemerkungen
381 (384)	$5{,}04 \cdot 10^4$	$_{39}Y^{87}$	
390	$2{,}6 \cdot 10^3$	$_{43}Tc^{93}$	
390 (393)	$6{,}72 \cdot 10^3$	$(_{49}In^{113})$	
407	7,4	$_{79}Au^{197}$	
410 (424)	$7{,}8 \cdot 10^2$	$_{82}Pb^{199}$	
435 (436)	$4{,}97 \cdot 10^4$	$(_{30}Zn^{69})$	
463	$1{,}38 \cdot 10^3$	$(_{37}Rb^{84})$	
520 (530)	$\left\{\begin{matrix}9{,}18 \cdot 10^2\\9{,}86 \cdot 10^2\end{matrix}\right\}$	$_{54}Xe^{135}$	
551 (557)	$3{,}02 \cdot 10^3$	$_{39}Y^{91}$	
588	$2{,}64 \cdot 10^2$	$_{40}Zr^{89}$	
629 (630)	$6 \cdot 10^1$	$_{82}Pb^{201}$	
650 (658)	$6{,}6 \cdot 10^1$	$_{42}Mo^{91}$	
658	$7{,}8 \cdot 10^1$	$_{49}In^{109}$	
661,4	$1{,}56 \cdot 10^2$	$_{56}Ba^{137}$	
680	$1{,}37 \cdot 10^2$	$_{62}Sm^{143}$	
740	$5{,}5 \cdot 10^1$	$_{58}Ce^{139}$	
747 (750)	$6 \cdot 10^1$	$(_{41}Nb^{97})$	
748	$6{,}4 \cdot 10^1$	$_{62}Sm^{143}$	
755 (760)	$\left\{\begin{matrix}6{,}1 \cdot 10^1\\6{,}37 \cdot 10^1\end{matrix}\right\}$	$_{60}Nd^{141}$	
825 (860)	$\left\{\begin{matrix}6{,}1\\6{,}7\end{matrix}\right\}$	$_{82}Pb^{203}$	
913	$1{,}61 \cdot 10^1$	$_{39}Y^{89}$	
1064	$\left\{\begin{matrix}8 \cdot 10^{-1}\\9{,}5 \cdot 10^{-1}\end{matrix}\right\}$	$_{82}Pb^{207}$	

Geht man den Unterschieden nach — zweckmäßigerweise durch Bildung des Verhältniswertes $\tau\gamma'_{exp.}/\tau\gamma'_{theor.}$ —, so ist es erforderlich, die Übergangstypen verschiedener Kerngruppen einzeln zu betrachten [6].

Man kann die Atomkerne grob in zwei Gruppen einteilen, in kugelförmige Kerne, die abgeschlossene oder beinahe abgeschlossene Schalen besitzen und in deformierte Kerne, welche zwischen den Schalenabschlüssen liegen. Schließt man die Fälle aus, bei denen ein Verbot die Lebensdauer verlängert, so nähert sich das Verhältnis $\tau\gamma'_{exp.}/\tau\gamma'_{theor.}$ umso mehr der Einheit, je näher die Nukleonenzahl einer magischen Zahl kommt. Bei Annäherung an diese Zahl wird nämlich die Rolle der Wechselwirkung der Nukleonen, die sich in der äußeren nicht abgeschlossenen Schale befinden, immer unbedeutender, und um so besser ist also das Einteilchenmodell zur Berechnung von $\tau\gamma'$ geeignet. Die beste Übereinstimmung wird dabei für $M4$-Übergänge beobachtet. Anscheinend hängen diese Übergänge nur schwach von den Einzelheiten der inneren Kernstruktur ab.

Deformierte Kerne können als Ganzes rotieren, sie besitzen Rotationsniveaus. Diese Rotationszustände sind besonders gut bekannt zwischen den Schalenabschlüssen 50 bis 82 und 82 bis 126. Zwischen den

niedrigen magischen Zahlen zeigen die Kerne auch Vibrationszustände, was die Deutung der Kernniveaus erschwert. Jedem inneren Zustand eines deformierten Kernes entspricht dabei eine Folge von Rotationsniveaus, so daß also bei mittelschweren und schweren Kernen gar nicht so selten ineinander geschachtelte Rotationsbanden zu beobachten sind. Selbstverständlich ist das Einteilchenmodell nicht geeignet, Übergänge zwischen kollektiven Drehbewegungen des Kernes zu beschreiben. Die Wahrscheinlichkeit für diese ist größer als für Einteilchenübergänge. Da die Übergänge zwischen Rotationsniveaus vorwiegend vom Typ $E2$ sind, so liegen die Lebensdauern der entsprechenden Niveaus durchweg unter den nach dem Einteilchenmodell berechneten Werten, wie aus Abb. 4 zu ersehen ist. Die experimentellen Werte stimmen jedoch vorzüglich mit den nach der Theorie der Kollektivbewegung berechneten Werten überein.

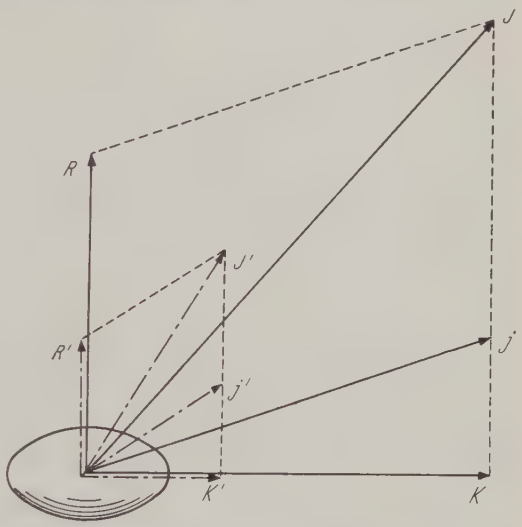


Abb. 12. Vektordiagramm zur Ableitung des K-Verbotes bei deformierten Kernen. j bedeutet Richtung und Größe des Kerndrehimpulses gemäß der inneren Konfiguration des Kernes, R den Drehimpuls der Rotation senkrecht zur Figurenachse des Kernes, J den gesamten Kerndrehimpuls, der sich aus j und R zusammensetzt und K die Projektion von J sowie j auf die Figurenachse des Kernes

Sind es bei den kugelförmigen Kernen besonders j- und l-verbotene Übergänge, die zu langen Lebensdauern führen, so ist es bei den deformierten Kernen das K-Verbot [7]. Dieses Verbot ist erst seit einigen Jahren bekannt. Aus diesem Grunde sei darauf näher eingegangen.

In Abb. 12 ist das Vektordiagramm zur Ableitung des K-Verbotes dargestellt. Spin und Bahndrehimpuls der einzelnen Nukleonen ergeben einen Drehimpuls, der durch den Vektor j ausgedrückt wird. Dieser Vektor wird durch die innere Konfiguration des Kernes und zwar im speziellen durch die Konfiguration der nicht abgeschlossenen Schale bestimmt. Er liegt im allgemeinen Falle nicht in der Figurenachse des Kernes. Der Vektor R bedeutet den Drehimpuls der Rotation des Kernes senkrecht zur Figurenachse. Aus j und R setzt sich der gesamte Kern-Drehimpuls J zusammen. Mit K wird nun die Projektion des Vektors des Gesamtdrehimpulses J auf die Figurenachse des Kernes bezeichnet. Aus der Abb. 12 ist sofort ersichtlich, daß K zugleich auch die Projektion des Vektors j auf die Figurenachse bedeutet. Bei Übergängen mit $\Delta K = 0$ tritt daher keine Änderung der inneren Teilchen-

konfiguration ein. Die Übergänge verlaufen also in diesem Falle zwischen Niveaus ein und derselben Rotationsbande. Bei $\Delta K \neq 0$ ändert sich demgegenüber die innere Struktur des Kernes, es liegen Übergänge zwischen Niveaus verschiedener Rotationsbanden vor. Auf alle Fälle muß bei sämtlichen Übergängen, gleich welcher Art, die Bedingung

$$|\Delta K| = |K - K'| \leqslant |J - J'| \tag{3}$$

erfüllt sein, denn es ist die Projektion eines Vektors immer kleiner oder gleich seinem Betrag. Wie bereits erwähnt, gilt für die Multipolordnung $|J - J'| \leqslant L$. Daraus folgt das K-Verbot

$$\Delta K \leqslant L. \tag{4}$$

Das Verbot gälte streng, wäre K eine gute Quantenzahl. Da innere und kollektive Bewegung der Nukleonen nicht völlig voneinander getrennt werden können, ist K nur angenähert eine Quantenzahl. Dies ist auf Grund des hydrodynamischen Modells der Kernrotationen leicht einzusehen. Nach diesem Modell rotiert der Kern nicht wie ein starrer Körper, sondern die Rotation gemäß dem Vektor R ist als eine Art Umlaufen einer Flutwelle aufzufassen. Am Zustandekommen dieser Flutwelle sind nur wenige Nukleonen beteiligt. Wäre keine Wechselwirkung zwischen diesen Nukleonen der Flutwelle und dem Kernrumpf vorhanden, so wäre K eine gute Quantenzahl. Tatsächlich besteht jedoch eine solche Wechselwirkung. Von deren Größe hängt es ab, inwieweit K als gute Quantenzahl angesehen werden kann. Das K-Verbot ist daher nicht völlig wirksam, sondern setzt die Übergangswahrscheinlichkeit nur herab. Der Grad des Verbotes wird gekennzeichnet durch die Größe

$$\nu = |\Delta K| - L. \tag{5}$$

Ein K-Verbot liegt beim bereits erwähnten Dipolübergang des Hf-180^i vor [8, 9]. Es ist dies einer der wenigen theoretisch genauer behandelten Fälle [10]. Die Zerfallswahrscheinlichkeit wird hier um 16 Zehnerpotenzen erniedrigt. Bisher wurde ein K-Verbot an den in Tab. 5 aufgeführten Kernen beobachtet [6].

Tabelle 5. Zur Zeit bekannte Übergänge, bei denen ein K-Verbot wirksam ist

Nuklid	$T_{1/2}$ des Niveaus	γ-Energie [keV]	Multipolordnung	ν
$_{69}$Tm-169	0,64 μs	308	$E2$	1
		198	$M1$	2
		177	$75\,M1 + 25\,E2$	2
$_{72}$Hf-180^i	5,5 h	501	$E3$	6
		57,4	$E1$	8
$_{72}$Hf-178^i	3 s	88,8	$E1$	8
$_{76}$Os-190^i	10 m	39	$M2$	8

Um die langen Lebensdauern zu messen, die auf Verboten beruhen, benötigt man selbstverständlich nicht die Nanosekundentechnik. Es müssen aber von ausreichend vielen rasch zerfallenden Niveaus die Lebensdauern bekannt sein, um feststellen zu können, um welchen Faktor ein Übergangsverbot die Lebensdauer verlängert.

3. Technik der Koinzidenzmessungen

Für Messungen der Lebensdauer von Kernniveaus benötigt man Koinzidenzspektrometer. Für den Bau von Koinzidenzspektrometern äußerst hoher Zeitauflösung werden heute meist Szintillationsspektrometer verwendet, da diese eine sehr gute Effektivität besitzen. Der Aufbau erfolgt dabei durchweg nach dem „fast-slow"-Prinzip, das auf Bell, Graham und Petch [11] zurückgeht. Es beruht auf der Trennung der Energieauswahl von der Feststellung der zeitlichen Koinzidenz. Die Schaltung für die Energieauswahl bedient sich dabei der Mittel der üblichen Mikrosekundentechnik, ist also „langsam". Die Zeitauswahl wird mit der Nanosekundentechnik vorgenommen, sie enthält die „schnellen" Kreise.

Das Blockschema eines „fast-slow"-Koinzidenzspektrometers ist in Abb. 13 dargestellt. Auf jeden der beiden Sekundärelektronen-Vervielfacher folgt nach Zwischenschalten eines Impulsverstärkers ein üblicher Einkanal-Analysator, der aus dem Energiespektrum einen passenden Bereich herausschneidet. Die beiden Analysator-Kanäle werden an eine Koinzidenzstufe geführt, deren Auflösungsvermögen etwa 1 μs beträgt. Am Ausgang erscheint nur dann ein Impuls, wenn jeder der beiden Detektorimpulse eine solche Höhe besitzt, daß er von den Einkanal-Analysatoren durchgelassen wird. Mit diesem „langsamen" Koinzidenzkreis wird also beispielsweise festgestellt, ob zwei Gammalinien bestimmter Energie in Kaskade emittiert werden, oder das eine Spektrometer dient zum Nachweis von Betastrahlen bestimmter Energie, und das andere wird auf eine bestimmte Gammalinie eingestellt, wenn Beta-Gamma-Koinzidenzen untersucht werden sollen. Das zeitliche Auflösungsvermögen dieses „langsamen" Teiles bleibt dabei auf den Mikrosekundenbereich beschränkt, weil Einkanalanalysatoren außerstande sind, Nanosekunden-Impulse zu verarbeiten.

Für die Zeitauswahl mit höchster Auflösung ist zusätzlich ein „schneller" Koinzidenzkreis vorgesehen, der zum Nachweis verzögerter Koinzidenzen eingerichtet ist. Der „schnelle" Koinzidenzimpuls wird der „langsamen" Koinzidenzanordnung zugeführt, welche jetzt drei Impulse zu verarbeiten hat. Die Dreifach-Koinzidenz verknüpft also die Energieauswahl mit der Zeitauswahl.

Der schnelle Kanal arbeitet folgendermaßen: An jeder SEV-Anode wird ein negativer Impuls abgenommen, mit dem eine Begrenzerröhre gesperrt wird. Wegen ihrer großen Steilheit verwenden wir die Röhre D3a als Begrenzer. Die Anodenwiderstände sind gleich groß dem Wellenwiderstand der angeschlossenen Laufzeitkabel (70 Ohm) gewählt

und ergeben einen einseitigen reflexionsfreien Abschluß. Das kurzgeschlossene koaxiale Kabelstück am Verzweigungspunkt formt die Impulse, die nach der Amplitudenbegrenzung ein längeres flaches Dach besitzen, zu Rechteckimpulsen. Die Dauer des Impulses beträgt die doppelte Laufzeit in diesem Kabel. Das zeitliche Auflösungsver-

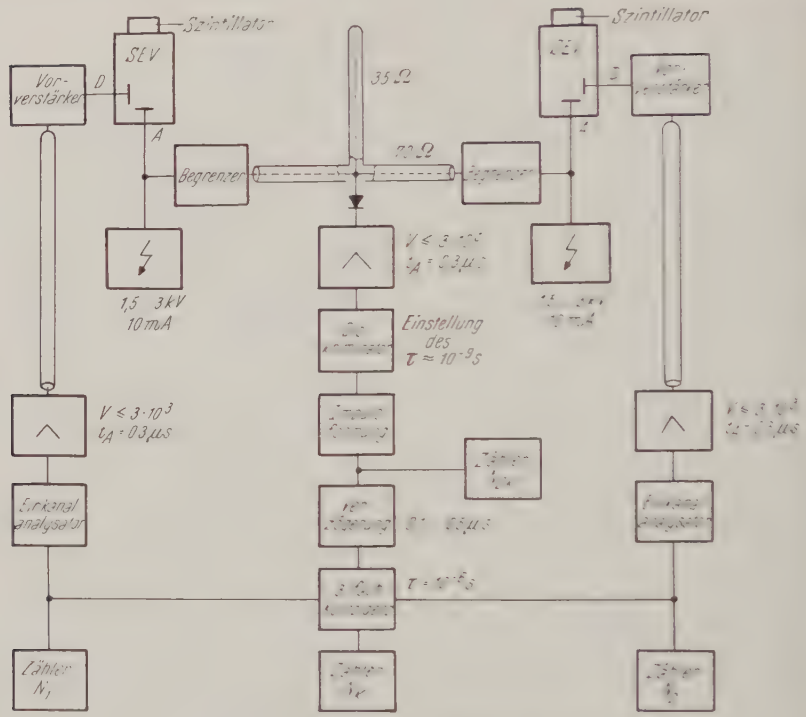


Abb. 13. Blockschema eines „fast-slow"-Koinzidenzspektrometers

mögen der Schaltung ist in erster Linie durch die Länge dieses Kabels bedingt. Die Länge muß allerdings so groß gewählt werden, daß noch Rechteckimpulse zustande kommen. Die Laufzeit muß also größer sein als die Anstiegszeit der Impulse.

Am Verzweigungspunkt ist eine vorgespannte Kristalldiode (Typ OA 805 oder OA 625) angeschaltet. Reflexionen am Verzweigungspunkt setzen die Amplitude des Einzelimpulses herab, lassen aber einen Koinzidenzimpuls mit voller Höhe zur Wirkung kommen. Die Diode dient nicht so sehr der Diskriminierung, sondern zur Verlängerung der Impulse. Diese Dehnung ist zur Weiterverarbeitung nötig. Eine geeignete Vorspannung an der Diode verbessert die Koinzidenzgüte.

Auf diesen schnellen Koinzidenzkreis folgen nun verschiedene Stufen, ein Verstärker, ein Diskriminator, eventuell ein Impulsformer, ein Zählgerät und schließlich ein Verzögerungskreis, der die Verbindung

zum erwähnten langsamen Koinzidenzkreis herstellt und für das zeitgerechte Eintreffen des „schnellen" Koinzidenzsignales sorgt.

Schnelle Koinzidenzkreise vom soeben geschilderten Typ geben Koinzidenzimpulse, wenn sich die Einzelimpulse überlappen. Es wird damit ein Auflösungsvermögen erreicht, das etwa der Breite der Impulse gleichkommt. Man könnte daran denken, Impulse von Dreieckform zu erzeugen und nur die Spitzen zur Erzeugung der Koinzidenzimpulse zu verwenden. Doch ist dann offensichtlich der Koinzidenzkreis sehr empfindlich gegen geringe Amplitudenänderungen und für praktische Anwendungen unbrauchbar.

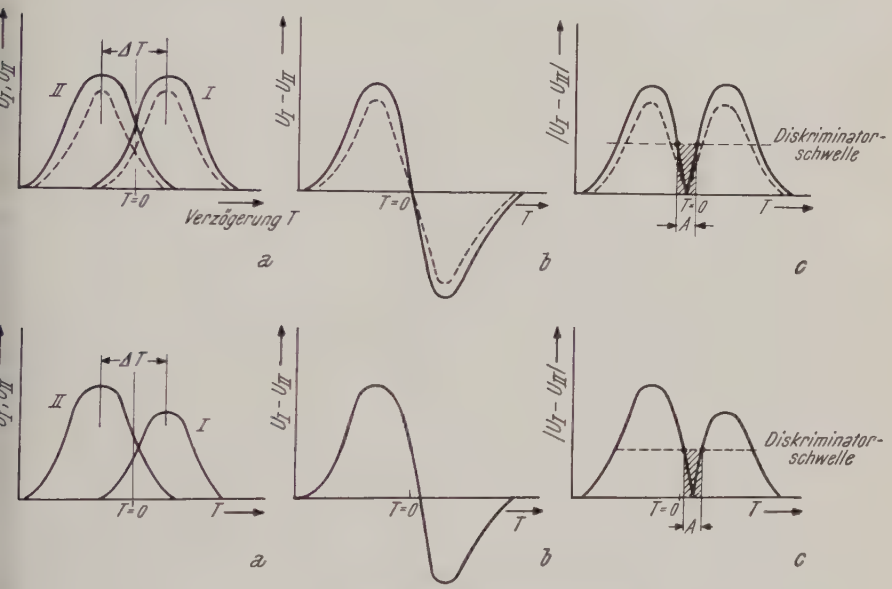


Abb. 14. Prinzip der Differentialkoinzidenzen

Durch einen einfachen Kunstgriff, den ZOLTAN BAY angegeben hat [12, 13], läßt sich jedoch das Auflösungsvermögen um mindestens eine Zehnerpotenz verbessern. Der Kunstgriff besteht darin, nur die steilen Flanken der Ausgangsspannungskurve zur Erzeugung des Koinzidenzsignales auszunutzen. Bei dieser Methode der Differentialkoinzidenzen, die seit 1956 in steigendem Maße verwendet wird, sind zwei Koinzidenzkreise vorhanden, die gegeneinander verzögert arbeiten.

In Abb. 14 ist das Prinzip erläutert. In dieser Abbildung wurde als Ordinate die Impulsamplitude U aufgetragen. Abszisse ist die künstliche Zeitverzögerung T der beiden Eingangsimpulse gegeneinander.

Die Kurven I und II in a zeigen die Größe der Impulsamplitude für zwei Koinzidenzkreise, die gegeneinander um die Zeit ΔT verschoben arbeiten. Diese Zeitverschiebung sei symmetrisch bezüglich der Zeit $T = 0$. Der eine Kreis liefert also die maximale Größe des Koinzidenz-

signales, wenn der Impuls des SEV 1 früher als der des SEV 2 eintrifft. Beim anderen Kreis ist es umgekehrt. Durch entsprechende Schaltungsmaßnahmen wird die Differenz beider Kurven gebildet. Der Amplitudenverlauf des Differenzsignales in Abhängigkeit von der künstlichen Verzögerung ist unter *b* dargestellt. Schließlich wird durch eine Phasengleichrichtung der unter der Abszissenachse verlaufende Kurventeil nach oben umgeklappt, das Ergebnis zeigt die Kurve *c*. Bei gleichzeitigem Eintreten der Ereignisse, also bei der Verzögerung $T = 0$ tritt kein Ausgangssignal auf. Dem langsam arbeitenden 3-fach Koinzidenzkreis, der die Energieauswahl mit der Zeitauswahl kombiniert, muß also das Signal des schnellen Kreises in einer Antikoinzidenzschaltung zugeführt werden. Wird die Diskriminatorschwelle dieser Schaltung in der gezeichneten Höhe eingestellt, so geben Ereignisse, die innerhalb des schraffierten Zeitintervalles *A* liegen, kein Ausgangssignal. Dieses Zeitintervall *A* legt also das zeitliche Auflösungsvermögen fest. Ändert sich Impulsamplitude oder Diskriminatorschwelle, so wird die Auflösungszeit meist vernachlässigbar wenig geändert, weil in der Nähe von $T = 0$ die Kurve sehr steil verläuft. Dies geht aus dem Vergleich der ausgezogenen mit den gestrichelten Kurven der Abb. 14 hervor. Im unteren Teil der Abb. 14 ist der Fall dargestellt, daß im Differentialkoinzidenzkreis Unsymmetrien vorhanden sind. Diese verursachen eine Verschiebung des Minimums der Kurve *c*. Es bedeutet dies lediglich eine Änderung im Nullpunkt des Zeitmaßstabes, welche leicht festzustellen ist.

Die Differentialkoinzidenzkreise bieten also anderen Kreisen gegenüber sehr erhebliche Vorteile bezüglich Zeitauflösung und Unempfindlichkeit gegen Impulshöhenschwankungen. Allerdings sind sie komplizierter aufgebaut.

In der Literatur sind verschiedene Differentialkoinzidenzkreise beschrieben worden [13, 14, 15, 16]. Gemeinsam mit W. Meiling haben wir einige davon erprobt und schließlich eine eigene Schaltung entwickelt [17]. Sie benützt das von J. K. Akimov angegebene Prinzip der „gekreuzten" Verzögerungskabel [16]. Unsere wichtigste Abänderung gegenüber der Originalschaltung bestand im Umpolen der vier Dioden. Diese haben jetzt nur noch die Funktion, die einzelnen Laufzeitglieder gegeneinander zu entkoppeln und ein Aufstocken der Impulse bei Überlappung zu verhindern.

Das Prinzipschaltbild ist in Abb. 15 dargestellt. Der schnelle Koinzidenzkreis ist strichpunktiert eingerahmt. Seine praktische Ausführung zeigt Abb. 16. Der Impuls des einen SEV gelangt vom Eingang *I* direkt zum Gitter der oberen Röhre. Der vom anderen SEV, Eingang *II*, wird zu diesem Gitter über ein Verzögerungskabel geführt. An das Gitter der unteren Röhre läuft der Impuls vom Eingang *II* direkt und der vom Eingang *I* über die andere Verzögerungsleitung. Besteht an den Eingängen zwischen den Impulsen *I* und *II* kein Zeitunterschied, so sind die resultierenden Impulse an den Gittern der beiden Röhren gleich, weil die Impulse an den beiden Gittern um

gleiche Zeiten gegeneinander verschoben sind. Anode der einen und Kathode der anderen Röhre liefern in diesem Falle gleiche Impulse mit entgegengesetztem Vorzeichen, die sich demnach kompensieren. Erreicht jedoch Impuls *I* später den Eingang *I* als Impuls *II* den Ein-

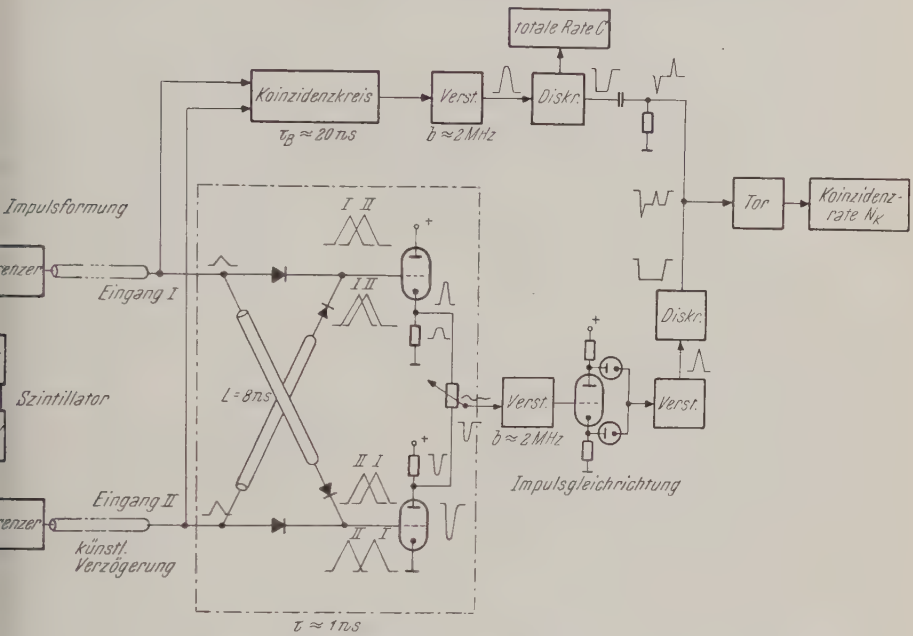


Abb. 15. Prinzip eines Differentialkoinzidenz-Systems

gang *II*, so überdecken sich an der oberen Röhre beide Impulse stärker und rücken an der unteren Röhre auseinander, was den Abgleich stört. Nunmehr wird an die langsame Antikoinzidenzschaltung ein Signal gegeben, welches den Ausgangsimpuls unterdrückt.

Mit Impulsen eines mechanischen Impulsgenerators, die durch ein Laufzeitkabel rechteckig geformt wurden und 15 ns Breite besaßen, wurde die Schaltung erprobt. Die Koinzidenzkurve hatte eine Auflösungszeit (Hälfte der Halbwertsbreite) von 0,08 ns ($8 \cdot 10^{-11}$ s). Man rechnet, daß im günstigen Falle noch eine Verschiebung der Koinzidenzkurve um 1% der Auflösungszeit festgestellt werden kann. Dies würde also bedeuten, daß die Bauelemente des Koinzidenzkreises, also Laufzeitkabel, Kristalldioden usw. eine Messung von zeitlichen Unterschieden gestatten, die nur 0,8 ps (Picosekunden $= 10^{-12}$ s) betragen! Leider kann man diese Meßgrenze auch nicht annähernd praktisch ausnützen, denn die Laufzeitschwankungen der Elektronen in den Sekundärelektronen-Vervielfachern (SEV) sind sehr viel größer. Diese Laufzeitschwankungen begrenzen die Auflösungszeit der Apparatur. Bei zu knapp eingestellter Auflösungszeit haben sie Verluste an echten

Koinzidenzen zur Folge [18]. Am Beispiel der Abb. 17 sei dies veranschaulicht. Die „prompt-prompt"-Kurve (p-p-Kurve) kam durch Teilung der Impulse durch ein T-Stück zustande. Verwendet wurde

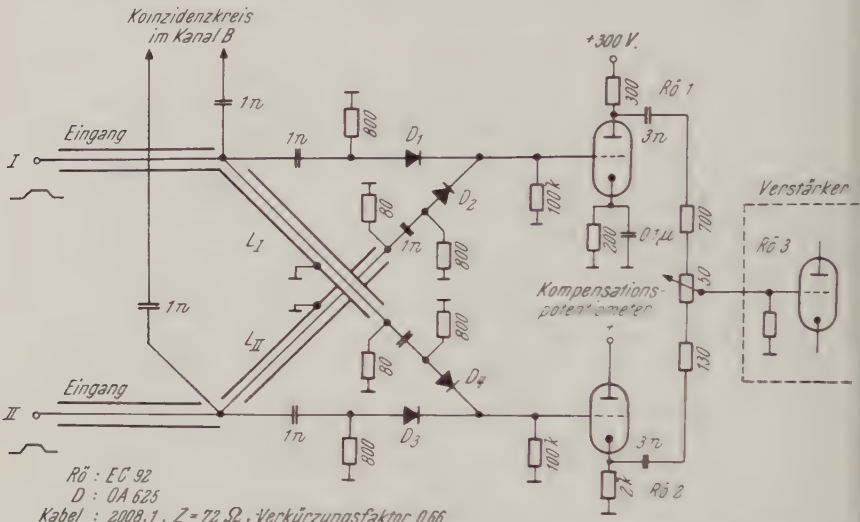


Abb. 16. Differentialkoinzidenzschaltung nach W. MEILING, J. SCHINTLMEISTER und F. STARY

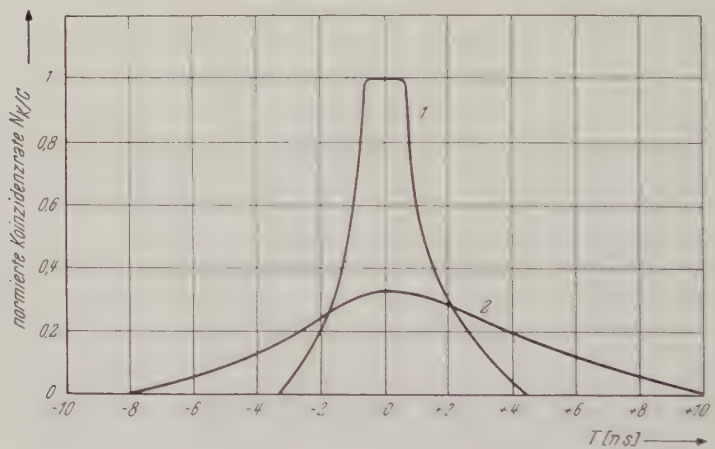


Abb. 17. Einfluß der Laufzeitschwankungen auf die Abnahme der Koinzidenzeffektivität
1: p-p-Kurve 2: p-Kurve

ein p-Terphenyl-Szintillator und ein Sekundärelektronen-Vervielfacher der Type M12FS vom VEB Carl Zeiß, Jena. Man entnimmt der p-p-Kurve eine Auflösungszeit von 1,2 ns. Wiederholt man die Messung mit zwei SEV der gleichen Type, die jedoch den Lichtblitz von einem

einzigen Szintillator erhalten (siehe auch Abb. 15), so erhält man die „prompt"-Kurve (p-Kurve). Infolge der Laufzeitschwankungen wird dabei die Koinzidenzeffektivität auf 33% verringert. Der p-Kurve entnimmt man eine Auflösungszeit von 4 ns. Aus den Unterschieden in den gemessenen p-p- und p-Kurven läßt sich die Laufzeitschwankung im SEV bestimmen [13, 19]. Genauer gesagt ermittelt man das mittlere Schwankungsquadrat beider SEV-Laufzeiten, so wie sie auf die Arbeit des Koinzidenzkreises von Einfluß sind. Das heißt, es wird nur die Laufzeitschwankung derjenigen Elektronen bestimmt, welche den Koinzidenzimpuls erzeugen. Wegen der Einzelheiten der Auswertemethoden sei auf die zitierte Literatur verwiesen. Das Beispiel der Abb. 17 ergab für den SEV der Type M12FS eine mittlere Schwankung der Laufzeit von $2{,}4 \pm 0{,}2$ ns.

Tabelle 6. Laufzeitschwankungen einiger handelsüblicher Sekundärelektronen-Vervielfacher

SEV-Typ	Zahl der Dynoden	Betriebsspannung [kV]	Mittlere Schwankung der Elektronenlaufzeiten [ns]
EMI 9524	11	1,5	8
EMI 6097	11	2,4	5
EMI 5311	11	4, gepulst	4,3
EMI 9534	11	2	3
RCA 5819	10	1,6	1,8
RCA 6810 A	14	2,8	1,3
Valvo 56 AVP	14	2	etwa 0,8
RCA C 7251	14	2,8	0,5
RCA 1P21	9	5, gepulst	0,25

Verschiedene Firmen stellen Sekundärelektronen-Vervielfacher her, bei denen die Laufzeitschwankungen besonders klein gehalten sind. Tab. 6 bringt eine Zusammenstellung einiger Werte, wie sie von verschiedenen Autoren angegeben werden. Bei den besten Erzeugnissen beträgt jedoch die Wurzel aus dem mittleren Schwankungsquadrat noch immer Zehntel Nanosekunden. Nur dadurch wird die derzeitige untere Meßgrenze für die direkten Lebensdauermessungen von etwa $3 \cdot 10^{-11}$ s bestimmt. Der Kernphysiker, der sich mit der direkten Messung der Lebensdauern angeregter Kernniveaus beschäftigt, würde es sehr begrüßen, wenn diese Laufzeitschwankungen weiter verringert werden könnten. Aus der Nanosekundentechnik könnte sich dann eine Picosekundentechnik entwickeln. Diese brächte einen großen Fortschritt in dem Bestreben, erlaubte $E2$-Übergänge mit mehr als 1,5 MeV Energie und erlaubte niederenergetische $E1$-Übergänge in die Messungen einzubeziehen.

4. Über die Auswertung von Messungen verzögerter Koinzidenzen

Der Koinzidenzkreis besitzt ein Auflösungsvermögen, das in den meisten Fällen nicht vernachlässigbar klein ist gegenüber der zu messenden Lebensdauer. Der Verlauf der Kurve der verzögerten Koinzidenzen $N(T)$ wird daher ein Aussehen haben, das von der Größe des Auflösungsvermögens abhängt. Der Einfluß des Auflösungsvermögens wird aus der „prompt"-Kurve $P(T)$ klar ersichtlich. Bei deren Aufnahme werden üblicherweise beide Szintillationszähler mit außerordentlich schnell aufeinanderfolgenden γ-Quanten bestrahlt, und die Koinzidenzrate wird über der Verzögerungszeit T des einen Impulses aufgetragen.

Die gemessene „verzögerte" Kurve $N(T)$ entsteht aus der Überlagerung der Zerfallskurve mit dieser „prompt"-Kurve $P(T)$. Es sollen nun hier die mathematischen Methoden zusammengestellt werden, mit denen man aus den gemessenen $N(T)$- und $P(T)$-Kurven die mittlere Lebensdauer τ bestimmen kann.

Wir bezeichnen mit t den Zeitpunkt der Emission eines Gammaquantes. Der Zeitpunkt $t = 0$ sei dabei durch den Zeitpunkt der Entstehung des angeregten Niveaus festgelegt. Beispielsweise kann zu dieser Festlegung der Zeitpunkt der Emission eines Betateilchens herangezogen werden. Die Wahrscheinlichkeit für die Emission des Gammaquantes beträgt dann

$$w(t)\,dt \begin{cases} = 0, & \text{für} \quad t < 0 \\ = \dfrac{1}{\tau} e^{-t/\tau}, & \text{für} \quad t \geqslant 0 \end{cases} \tag{6}$$

Die Zahl der Koinzidenzen dN, die im Zeitelement dt registriert werden, liefert die Faltungsoperation

$$dN(T, t) = P(T - t)\, w(t)\, dt. \tag{7}$$

Man hat $P(T - t)$ zu schreiben, weil das Einschalten der Verzögerung T die „prompt"-Kurve so verschiebt, daß deren Maximum nunmehr bei $T = t$ liegt.

Die Gesamtzahl der verzögerten Koinzidenzen, die bei der Verzögerungszeit T registriert werden, erhält man durch Integrieren. Das Faltungsintegral (englisch: convolution integral) beträgt:

$$N(T) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(T - t)\, w(t)\, dt = \frac{1}{\tau} \int_{0}^{\infty} P(T - t)\, e^{-t/\tau}\, dt \tag{8}$$

Differenzieren nach T ergibt:

$$\frac{dN(T)}{dT} = \frac{1}{\tau} [P(T) - N(T)] \tag{9}$$

Daraus folgt:

$$\frac{d \ln N(T)}{dT} = -\frac{1}{\tau} \left(1 - \frac{P(T)}{N(T)}\right) \tag{10}$$

Einige wichtige Eigenschaften der beiden Kurven $N(T)$ und $P(T)$ sind aus den Differentialgleichungen (9) und (10) sofort abzulesen:

1. Wird $dN(T)/dT = 0$ gesetzt, so folgt $N(T) = P(T)$, das heißt, beide Kurven schneiden sich im Maximum der verzögerten Kurve $N(T)$. Dies ist aus Abb. 18 gut ersichtlich.

2. Die Krümmung von $\ln N$ sollte nirgends positiv werden, wenn nur eine einzige Lebensdauer vorkommt und die Krümmung von $\ln P(T)$ nirgends positiv ist. Falls man experimentell eine positive Krümmung von $\ln N$ findet, so ist dies ein Zeichen, daß mehrere Lebensdauern vorhanden sind [11].

3. Die Flächen unter den Kurven $N(T)$ und $P(T)$ sind gleich groß, es gilt also:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} N(T)\,dT = \int_{-\infty}^{+\infty} P(T)\,dT. \tag{11}$$

Man kann Gl. (11) auch direkt beweisen. Nach der Theorie der Faltungsintegrale [20] folgt nämlich aus

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_1(y) \cdot F_2(x - y) \cdot dy \tag{12}$$

die Gleichung

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(x)\,dx = \int_{-\infty}^{+\infty} F_1(y)\,dy \int_{-\infty}^{+\infty} F_2(x)\,dx, \tag{13}$$

wenn

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |F_1(y)|\,dy < \infty \qquad \text{und} \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} |F_2(x)|\,dx < \infty$$

sind. In unserem Falle bedeutet dies

$$\int_{-\infty}^{+\infty} N(T)\,dT = \int_{-\infty}^{+\infty} P(T)\,dT \int_{-\infty}^{+\infty} w(t)\,dt. \tag{14}$$

Nun ist

$$\int_{-\infty}^{+\infty} w(t)\,dt = 1,$$

die Flächen unter der $N(T)$- und $P(T)$-Kurve sind also gleich groß. Umgekehrt folgt aber daraus, daß das Faltungsintegral mit seinen Folgerungen nur anwendbar ist, wenn für Flächengleichheit unter den beiden Kurven gesorgt wird. Man kann hierzu die Kurven planimetrieren und dann umzeichnen. Bequemer ist jedoch die Normierung mit den totalen Koinzidenzraten C_N und C_P. Man erhält diese, wenn alle vor-

kommenden echten Koinzidenzen gemessen werden, unabhängig von den im Experiment vorhandenen zeitlichen Schwankungen. Man muß sie also mit einem Koinzidenzkreis zählen, dessen Auflösungszeit groß ist gegenüber allen Zeitschwankungen. C_N und $N(T)$ sowie andererseits C_P und $P(T)$ sind proportional den verwendeten Präparatstärken. Division jeder Koinzidenzrate durch den Wert von C liefert also normierte N- und P-Kurven.

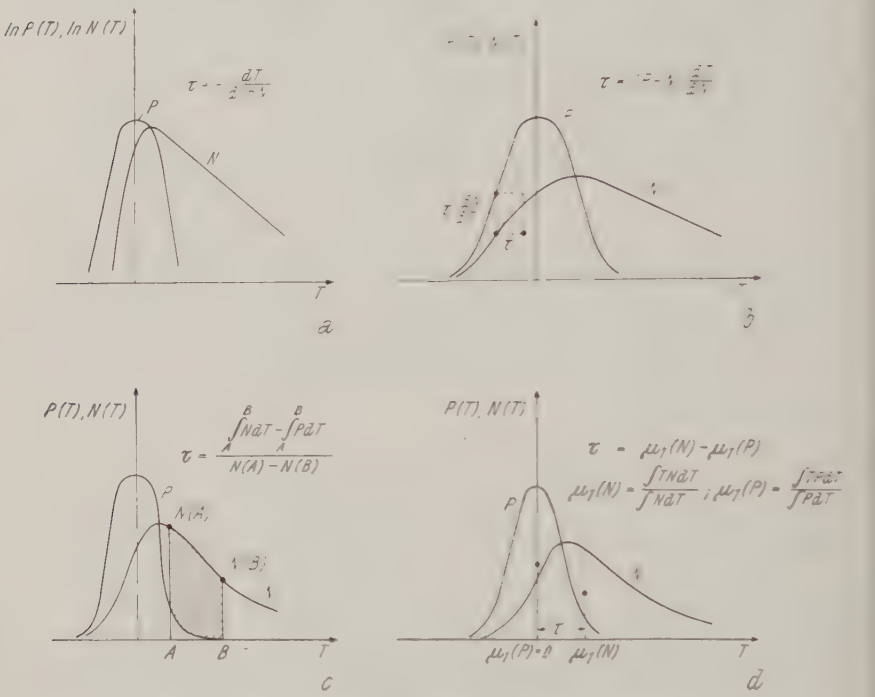


Abb. 18. Auswertemethoden von Messungen verzögerter Koinzidenzen

Aus den N- und P-Kurven kann man nach vier Methoden die mittlere Lebensdauer τ bestimmen. Diese Methoden sind in Abb. 18 unter *a* bis *d* dargestellt.

a) Ist die Auflösungszeit klein gegen die Lebensdauer, so kann die sogenannte „tail"-Methode angewendet werden. Man braucht dabei die prompt-Kurve $P(T)$ nicht zu kennen, und es erübrigt sich damit auch eine Normierung der Fläche. Man kann mit dieser Methode allerdings nur verhältnismäßig lange Lebensdauern bestimmen. Bei größeren Verzögerungszeiten T gilt $P(T) \ll N(T)$. Damit reduziert sich Gleichung (10) zu dem Ausdruck

$$\tau = -\frac{dT}{d \ln N(T)} \tag{15}$$

Im halblogarithmischen Maßstabe ist also die Rückflanke der $N(T)$-Kurve eine Gerade, aus deren Neigung die mittlere Lebensdauer τ sofort abgelesen werden kann.

b) Gleichung (9) liefert für die mittlere Lebensdauer die Beziehung:

$$\tau = [P(T) - N(T)] \frac{dT}{dN(T)} \tag{16}$$

Man kann somit τ aus zwei Punkten in den Kurven und der Neigung der Tangente der N-Kurve berechnen [21]. Die Bestimmung von τ kann auch, wie es in Abb. 18 *b* angedeutet ist, graphisch erfolgen.

c) Integriert man Gleichung (9) zwischen den Grenzen A und B

$$\int_A^B dN(T) = \frac{1}{\tau} \int_A^B [P(T) - N(T)]\, dT, \tag{17}$$

so folgt daraus für die mittlere Lebensdauer

$$\tau = \frac{\int_A^B N(T)\, dT - \int_A^B P(T)\, dT}{N(A) - N(B)} \tag{18}$$

τ erhält man also aus den Flächen unter einem Teil der Kurven [22].

d) Die vierte Art der Auswertung ist die sogenannte Momentenmethode, die in Abb. 17 *d* veranschaulicht ist. Das Moment n-ter Ordnung einer Kurve $F(x)$ ist definiert durch

$$M_n(F) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^n F(x)\, dx \tag{19}$$

Beispielsweise bedeutet das Moment nullter Ordnung

$$M_0(F) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(x)\, dx \tag{20}$$

die Größe der Fläche unter der Kurve. Das Moment erster Ordnung

$$M_1(F) = \int_{-\infty}^{+\infty} x F(x)\, dx \tag{21}$$

entspricht dem Drehmoment der Fläche um die Achse $T = 0$. Das Moment zweiter Ordnung

$$M_2(F) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 F(x)\, dx \tag{22}$$

hat die Bedeutung des Trägheitsmomentes der Fläche, bezogen auf $T = 0$.

Die Abszisse des Schwerpunktes der Fläche beträgt

$$\mu_1(F) = \frac{M_1(F)}{M_0(F)} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x\,F(x)\,dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} F(x)\,dx} \tag{23}$$

Wendet man diese Gleichung auf die Kurven $P(T)$ und $N(T)$ an, setzt Gleichung (9) für $P(T)$ ein und berücksichtigt noch Gleichung (11), so erhält man:

$$\mu_1(P) = \frac{\int_{-\infty}^{\tau} T\,P(T)\,dT}{\int_{-\infty}^{\tau} P(T)\,dT} = \frac{\int_{-\infty}^{\tau} T\,N(T)\,dT + \tau\int_{-\infty}^{\tau} T\frac{dN(T)}{dT}\,dT}{\int_{-\infty}^{\tau} N(T)\,dT}$$

$$= \mu_1(N) - \tau \tag{24}$$

oder

$$\tau = \mu_1(N) - \mu_1(P) \tag{25}$$

Man erhält die mittlere Lebensdauer τ mithin aus der Verschiebung der Abszisse des Schwerpunktes [23].

Die Momentenmethode läßt sich auch in einer zweiten Art anwenden. Es ist oft schwierig, die $P(T)$- und $N(T)$-Kurven unter identischen Bedingungen zu messen. Besonders eine unterschiedliche Energie der Strahlung kann den Flächenschwerpunkt verschieben und damit die Lebensdauermessung verfälschen. Diese Schwierigkeit umgeht man durch Benutzung des dritten Momentes [24], das allerdings etwas mühsamer zu berechnen ist.

Man errechnet zunächst den Flächenschwerpunkt $\mu_1(N)$ und legt seine Koordinate auf der T-Achse als neuen Nullpunkt einer Zeitskala T' zugrunde. Mit dieser neuen Zeitskala berechnet man das normierte dritte Moment von $N(T)$ um den Flächenschwerpunkt.

$$\mu_3'(N) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} T'^3\,N(T')\,dT'}{\int_{-\infty}^{+\infty} N(T')\,dT'} \tag{26}$$

Nach der Arbeit [24] folgt dann:

$$\tau = \sqrt[3]{\frac{1}{2}\left[\mu_3'(N) - \mu_3(P)\right]} \tag{27}$$

Das normierte dritte Moment der P-Kurve um ihren Schwerpunkt $\mu_3(P)$ ist in den meisten Fällen vernachlässigbar klein. Man kommt daher häufig ohne Kenntnis der $P(T)$-Kurve aus und erhält für die mittlere Lebensdauer mit ausreichender Genauigkeit

$$\tau \simeq \sqrt[3]{\frac{1}{2}\mu_3'(N)} \tag{28}$$

Falls $\mu_3(P)$ dennoch als Korrektionswert benötigt wird, so genügt es, die $P(T)$-Kurve überschlägig zu messen.

Mit der Momentenmethode lassen sich im äußersten Falle noch Verschiebungen um 1% der Auflösungszeit feststellen, so daß man bei Auflösungszeiten von der Größenordnung Nanosekunden noch mittlere Lebensdauern von 3 bis $5 \cdot 10^{-11}$ s gemessen hat.

Literatur

1. D. E. Alburger, Nuclear Isomerism in Handb. d. Phys. Bd. XLII (Kernreaktionen III). Verlag J. Springer, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1957. S. 1—108.
2. A. H. Wapstra, G. J. Nijgh, R. van Lieshout, Nuclear Spectroscopy Tables. North-Holland Publ. Comp. Amsterdam 1959. S. 73 und 74.
3. W. Kunz, J. Schintlmeister, Tabellen der Atomkerne, Teil I, 2 Bde. Akademie-Verlag Berlin 1958 und 1959.
4. B. S. Dželepov, L. K. Peker, Schemy raspada radioaktivnych jader (Zerfallsschemata der radioaktiven Kerne). Verlag der Akademie der UdSSR. Moskau, Leningrad 1958.
5. Nuclear Data Sheets, National Academy of Sciences, National Research Council, Washington 1960.
6. L. J. Rusinov, D. A. Varšalovič, Atomnaja energija **5**, 432 (1958), deutsche Übersetzung: Kernenergie **2**, 828 (1959).
7. G. Alaga, K. Alder, A. Bohr, B. Mottelson, Kgl. danske Vid. Selsk. mat. fys. Medd. **29**, Nr. 9 (1955).
8. G. Scharff-Goldhaber, M. McKeown, J. W. Mihelich, Bull. Amer. Phys. Soc. **1**, 206 (1956).
9. V. S. Gvozdev, L. I. Rusinov, Dokl. Akad. Nauk SSSR. **112**, 401 (1957).
10. V. V. Anisovič, Žurn. eksp. teor. fiz. **34**, 1639 (1958).
11. R. E. Bell, R. L. Graham, H. E. Petch, Canad. J. Phys. **30**, 35 (1952).
12. Z. Bay, Phys. Rev. **83**, 242 (1951).
13. Z. Bay, IRE Trans. Nucl. Science **3**, 12 (1956).
14. G. H. Minton, J. Res. Nat. Bur. Stand. **57**, 119 (1956).
15. G. F. Bogdanov, N. A. Vlasov, S. P. Kalinin, B. V. Rybakov, V. A. Sidorov, Atomnaja energija **3**, 204 (1957), deutsche Übersetzung: Kernenergie **1**, 467 (1958).
16. J. K. Akimov, Prib. techn. eksp. Nr. **4**, 98 (1957).
17. W. Meiling, J. Schintlmeister, F. Stary, Nucl. Instr. & Meth. **11**, 355 (1961).
18. G. A. Morton, Proc. Intern. Conf. Geneva **14**, 246 (1955).
19. Z. Bay, V. P. Henri, H. Kanner, Phys. Rev. **100**, 1197 (1955).
20. G. Doetsch, Handbuch der Laplace-Transformation, Bd. I. Verlag Birkhäuser, Basel 1950.
21. Z. Bay, R. R. Meijer, G. Papp, Phys. Rev. **82**, 754 (1951).
22. T. D. Newton, Phys. Rev. **78**, 490 (1950).
23. Z. Bay, Phys. Rev. **77**, 419 (1950).
24. R. S. Weaver, R. E. Bell, Nucl. Instr. & Meth. **9**, 149 (1960).

Untersuchung der Röntgenstrahlen-aktivierten Quarzlumineszenz

Von

Richard-Thomas Bayley und **Luise Holzapfel**

Max-Planck-Institut für Silikatforschung
Zweigstelle Berlin-Dahlem

Mit 4 Abbildungen

(*Eingegangen am 25. Januar 1961*)

Zusammenfassung

Die Intensität der Lumineszenzstrahlung nach voraufgegangener Röntgenbestrahlung ist bei Quarzstaub abhängig von der Vorbehandlung des Quarzes.

Einmal aktivierter Quarz behält seine Aktivität gegenüber Röntgenstrahlen über lange Zeiträume.

Das Intensitätsmaximum der Quarzlumineszenz ist beeinflußbar durch die Bestrahlungsdauer.

Die von röntgenbestrahltem Quarzstaub emittierte Lumineszenzstrahlung bestand nahezu ausschließlich aus kurzwelligem Blau- und UV-Licht unterhalb 400 mμ.

Vergleiche von Silikose-aktiven Staubproben gaben mit Ausnahme von Tridymit-Proben einen gewissen Zusammenhang mit der Lumineszenzstrahlung.

Bei der Anregung von natürlichem Quarz mit Röntgen-Strahlen wird unter geeigneten Bedingungen eine Lumineszenzstrahlung [1] emittiert, die auch noch längere Zeit nach der Entfernung der Strahlungsquelle nachgewiesen werden kann.

Nachdem wir diese Lumineszenzstrahlung auch an Staublungen gefunden hatten [2], erschien es wünschenswert die Bedingungen näher zu untersuchen die eine Lumineszenzstrahlung von Quarz begünstigen.

In der vorliegenden Arbeit haben wir daher folgende Untersuchungen durchgeführt:

1. Über den Einfluß der Röntgenstrahlung hinsichtlich Intensität bzw. Abhängigkeit der Strahlungsdauer auf Ausbeute und Intensität der Lumineszenzstrahlung bei Quarzstaub.

2. Einfluß der Vorbehandlung der Staubproben auf Intensität und Ausbeute an Lumineszenzstrahlung nach voraufgegangener Röntgenbestrahlung.

3. Beeinflussung der Lumineszenzintensität nach Oberflächenbehandlung von Quarzstaub durch
   a) Fremdstaubzusätze,
   b) Behandeln mit Lösungsmitteln.
4. Untersuchung der emittierten Lumineszenzstrahlung.
5. Untersuchung verschiedener Staubproben.

Meßapparatur und Untersuchungsmethoden

Als Strahlungsquelle wurde eine Cu-Röntgen-Röhre verwendet.

Der Nachweis der Lumineszenzstrahlung erfolgte mit Hilfe einer Scintillationssonde (Philips), und zwar wurde von dem handelsüblichen Gerät der Kristall abgenommen und statt dessen in einer entsprechenden Anordnung, die γ-bestrahlten Staubproben unmittelbar nach der Bestrahlung untergelegt, wobei die einzelnen Präparate in ein flaches Kunststoffdöschen eingefüllt waren, das im Durchmesser den Abmessungen des ursprünglichen Kristalls im Scintillationszählrohr entsprach.

Das Gerät war an einen Strahlungsmeßplatz (Elektro-Spezial) zur Bestimmung der emittierten Photoimpulse angeschlossen.

Der optimale Wirkungsgrad der Scintillationssonde lag in den vergleichbaren Serienmessungen zwischen 400 bis 450 mμ (Abb. 1), so daß kurzwellig emittiertes Licht gar nicht oder nur sehr schwach nachgewiesen werden konnte.

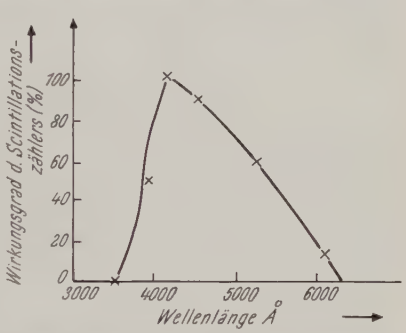


Abb. 1. Wirkungsgrad des Scintillationszählers

Daher wurde als zusätzliche Methode noch der photographische Nachweis gewählt, wie wir es bereits früher angeführt hatten [1], [2], ohne dabei die Möglichkeit eines zahlenmäßigen Nachweises der einzelnen Photoimpulse zu haben. Hier konnte daher nur der Schwärzungsgrad festgestellt werden. Durch Anwendung von Filtern für verschiedene Spektralbereiche konnte bei den Photogrammen die Art und der Wellenlängenbereich der emittierten Lumineszenzstrahlung ermittelt werden.

Experimentelle Ergebnisse

Bestrahlungsdauer

Als erster Faktor wurde die Lumineszenzausbeute nach verschiedenen Bestrahlungszeiten an einer definierten Quarzstaubprobe ermittelt. Hierbei ergab sich in der gewählten Anordnung in gut reproduzierbarer Weise ein deutliches Optimum der Lumineszenzintensität nach etwa 10 Minuten Bestrahlungszeit bei gleichbleibender Röntgenbestrahlung [1]. Dieses Optimum ist eine Funktion der Teilchengröße des

Quarzes, und zwar wird die erforderliche Zeit zur Erreichung des Maximums länger für größere Teilchen und kürzer für kleinere Teilchen.

Die Quarzstaubproben, die in den Versuchen verwendet wurden, waren einheitlich pulverisiert, gesiebt, 2 Stunden bei 950° C geglüht, abgekühlt und anschließend bestrahlt worden $r < 0{,}06$ mm.

Lumineszenzänderung nach Hitzevorbehandlung

Das Glühen der Proben ergab sich aus der Tatsache, daß die Glühtemperatur einer voraufgegangenen Erhitzung des Quarzstaubes von nicht unerheblichem Einfluß auf die Intensität der Lumineszenzstrahlung nach der Röntgenbestrahlung ist [1]. Die Erhitzungsdauer von 2 Stunden wurde gewählt, da unterhalb dieser Zeit die Lumineszenzstrahlung proportional der Erhitzungsdauer verlief. Oberhalb 2 Stunden zeigte sich eine in die Fehlergrenze fallende Intensitätsabhängigkeit von der Dauer der Vorerhitzung, die vernachlässigt wurde.

Wurden die Versuche bei niedrigerer Vorerhitzungstemperatur durchgeführt, waren längere Erhitzungszeiten als 2 Stunden erforderlich, um das Strahlungsäquivalent zu erreichen.

Herstellung der Quarzstaubproben

Eigenschaftsänderungen z. B. von Schwingquarzen nach Röntgenbestrahlung im Zusammenhang mit Gitterstörungen wurden schon von K. Przibram und J. Laimbock, sowie F. Seidl [3] gezeigt. Daß in gewisser Weise Fehlstellen die Lumineszenz in Quarzkristallen beeinflussen, hatten auch Lautout und Duclaux [4] angenommen, während Ewles und Youell [5] zuvor gefunden hatten, daß die beobachtete Lumineszenz-Intensität dem jeweiligen Sauerstoff-Defizit entsprach, so daß sie von „Oxygen-Defekten" sprachen.

Tabelle 1. Photoimpulse nach unterschiedlicher Behandlung der Staubproben

Behandlungsfolge der Staubproben	Röntgenbestrahlung	Lumineszenzintensität 1 Minute nach der γ-Bestrahlung
1. Glühen-mahlen-sieben-glühen	10 Minuten	$1{,}3 \cdot 10^2$ Photo-Impulse
2. Glühen-mahlen-sieben	10 Minuten	$1{,}9 \cdot 10^1$ Photo-Impulse
3. Mahlen-sieben-glühen	10 Minuten	$2 \cdot 10^6$ Photo-Impulse
4. Mahlen-sieben	10 Minuten	0 Photo-Impulse
5. Glühen	10 Minuten	0 Photo-Impulse

Wenn man daher von der Annahme ausgeht, daß Fehlstellen die Lumineszenzstrahlung begünstigen, so war es folgerichtig, die Kristallite einer entsprechenden Vorbehandlung zu unterwerfen und alle Behandlungsmethoden in Betracht zu ziehen, die zur Erzeugung von Fehlstellen führen, das heißt gegebenenfalls eine Kombination von Zerkleinern, Erhitzen, Bestrahlen.

Durch Zerkleinern von Quarzkristallen wird z. B. die Fehlordnung der Kristallite erheblich heraufgesetzt und GREENBERG und WRIGHT [6] hatten gefunden, daß Zerkleinern vor dem Bestrahlen von Kristallen die Lumineszenzstrahlung wesentlich steigert.

Im einzelnen wurden die in Tab. 1 gebrachten Arbeitsgänge durchgeführt, wobei es sich ergab, daß zerkleinern-sieben-erhitzen-bestrahlen (Nr. 3) die bei weitem stärkste, mit dem Photomultiplier meßbare, Lumineszenz erbrachte und Intensitäten erhalten wurden, die um 10^4 bis 10^5 Photoimpulse höher lagen als bei jeder der anderen Behandlungsfolgen.

Um optimale Ergebnisse zu erzielen, sollte das Zerkleinern dem Erhitzen voraufgehen.

Fremdstaubzusätze

Da meistens bei Staubentwicklungen, z. B. in industriellen und Bergbaubetrieben, nicht mit reinem Quarzstaub gerechnet werden kann und die Wirkung der verschiedenen Beimengungen auf die schädliche Wirksamkeit sehr unterschiedlich ist, haben wir noch in einigen Fällen den Zusatz von Fremdstaub zu den Quarzstaubproben geprüft.

Brasil-Quarz wurde 1. mit Aluminiumoxyd, 2. mit Eisenoxyd und 3. mit Natriumcarbonat vor dem Erhitzen *gemeinsam zerkleinert* und *nach dem Erhitzen bestrahlt*. Dabei wurde die Lumineszenz, im Fall 1 Quarz und Aluminiumoxyd stark gestört, Eisenoxyd und Quarz reduzierte gleichfalls die Lumineszenz, während Natriumcarbonat kaum eine Veränderung bewirkte.

Oberflächenbehandlung des Quarzstaubes mit Lösungsmitteln

Die Beeinflussung der Oberfläche wurde dann an den Quarzkristallen noch durch Behandeln mit Lösungsmitteln geprüft. Zu diesem Zweck wurden vier gleiche Teile des erhitzten und zerkleinerten Quarzes untersucht: einmal nach dem Schütteln mit 40%iger HF, zweitens nach dem Schütteln mit Aqua dest., drittens nach dem Schütteln mit konz. HNO_3, während der 4. Teil als Kontrolle nicht weiter behandelt wurde. Alle Mischungen wurden 2 Stunden geschüttelt, dreimal anschließend mit H_2O gewaschen, im Vakuumtrockenschrank bei 110^0 C getrocknet und anschließend mit Röntgenstrahlen bestrahlt. Alle Proben zeigten hiernach eine geringe Verminderung der Lumineszenzstrahlung verglichen mit der unbehandelten Probe Tab. 2.

Die Intensitätsabnahme war bei der HF-behandelten Probe und der H_2O-Probe etwa 10 bis 12%, bei der HNO_3-Probe zirka 20%.

Die Ergebnisse dieser Versuchsreihe machen es wahrscheinlich, daß die, die Lumineszenzstrahlung bewirkenden Ursachen im Innern der Kristalle zu suchen sind.

Es konnte daher erwartet werden, daß, wenn Quarzpulver einmal durch Mahlen und Erhitzen aktiviert war, diese potentielle Aktivität durch die Zeit kaum verändert würde.

Eine Prüfung dieser Annahme brachte folgende Versuchsreihe:

Eine normal aktivierte Quarzmenge (gemahlen-geglüht) wurde in eine größere Anzahl gleich großer Anteile aufgetrennt und im Verlauf von 12 Wochen davon regelmäßig nach und nach in gleichen Zeitabständen Proben entnommen und röntgenbestrahlt.

Tabelle 2

Oberflächenbehandlung von Quarz mit	Gemessene Photoimpulse nach 10 Minuten Röntgenbestrahlung
Ausgangsmaterial $\varnothing < 0{,}06$ mm	$4{,}5 \cdot 10^6$ Impulse
Quarz nach HF-Behandlung	$4{,}2 \cdot 10^6$ Impulse
Quarz nach HNO_3-Behandlung	$3{,}6 \cdot 10^6$ Impulse
Quarz nach H_2O-Behandlung	$4{,}1 \cdot 10^6$ Impulse

Oberflächenbehandlung des Quarzstaubes mit Lösungsmittel: Die Impulse wurden unmittelbar nach Abschaltung der Strahlungsquelle in 1 Minute registriert.

Im Verlauf dieser 12 Wochen wurde keine Änderung der Lumineszenzintensität nach erfolgter Bestrahlung beobachtet.

Die einzelnen Quarzstaubproben verschiedener Herkunft unterscheiden sich erwartungsgemäß etwas in der Lumineszenzausbeute wie Tab. 3 zeigt, in der die Photoimpulse jeweils für 1 Minute bis zu 5 Minuten nach erfolgter Röntgenbestrahlung angeführt sind, wobei die Messung nach dem Abschalten der Bestrahlungsquelle erfolgte.

Tabelle 3

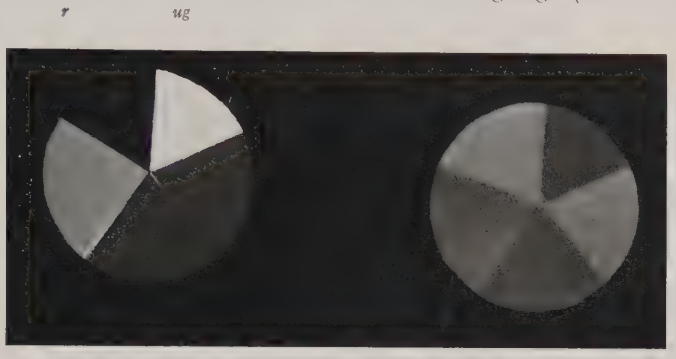
Staubart $\varnothing < 0{,}06$ mm Lumineszenz — Intensität nach der Bestrahlung	Brasil-Quarz: Photoimpulse	Madagaskar-Quarz (Cerchar): Photoimpulse
1 Minute	$2{,}785 \cdot 10^6$	$3{,}256 \cdot 10^6$
2 Minuten	$1{,}832 \cdot 10^6$	$2{,}077 \cdot 10^6$
3 Minuten	$1{,}360 \cdot 10^6$	$1{,}594 \cdot 10^6$
4 Minuten	$1{,}117 \cdot 10^6$	$1{,}275 \cdot 10^6$
5 Minuten	$0{,}933 \cdot 10^6$	$1{,}228 \cdot 10^6$

Versuche zur Bestimmung der Wellenlänge der Lumineszenzstrahlung

Durch die Begrenzung des Wirkungsgrades der Scintillationssonde wurden zur weiteren Ermittlung der Lumineszenzstrahlung die Quarzstaubproben auf empfindliche Filme aufgelegt, auf denen noch längere Zeit nach der Bestrahlung Schwärzungen erhalten werden.

Der Nachweis der Lumineszenzstrahlung durch Photogramme bot auch die Möglichkeit durch Filterung der Strahlung über die Wellenlänge Aussagen zu machen. Es wurden zu diesem Zweck Agfa Gelatinefilter

verschiedener Farbdurchlässigkeit segmentartig zusammengefügt und zwischen die bestrahlten Proben und den Film gelegt (Abb. 2 *a*).



Außerdem wurde noch ein nur für kurzwelliges Licht (unter 400 mμ) durchlässiges Blaufilter UG 2, sowie ein Interferenz-Filter für UV-Licht (Hg 366 mμ) verwendet. Abb. 2 zeigt ein Beispiel der mit den

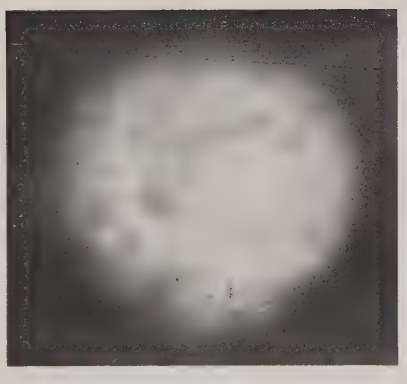


Abb. 2 *a* bis *c*. Gefilterte Lumineszenzstrahlung von Quarz (10 Minuten röntgenbestrahlt); *a*) Agfa Gelatinefilter, Farbskala: *r* = rot, *ug* = ungefiltert, *gr* = grün, *b* = blau, *gb* = gelb; *b*) Lumineszenzphotogramm mit Agfa Farbfilter; *c*) Lumineszenzphotogramm mit UG 2 Blaufilter

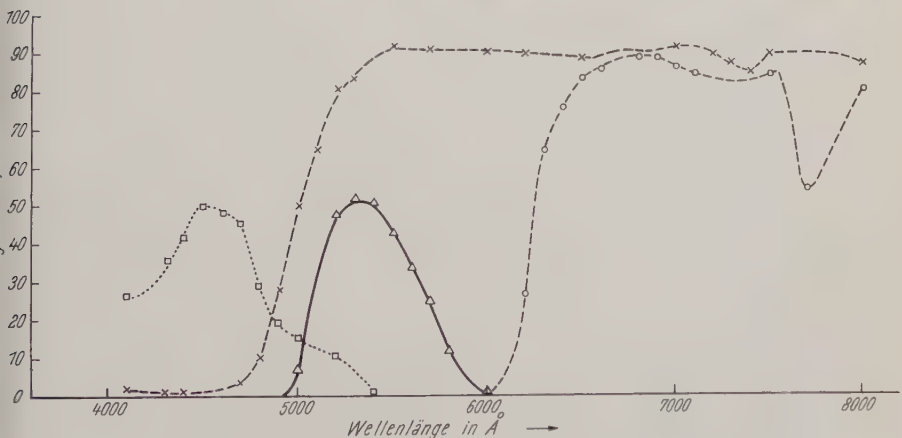


Abb. 3. Lichtdurchlässigkeit für Agfa-Gelatine-Filter *m*. Spektralphotometer (Lange) gemessen von R. T. Bayley und J. Lehmann

□... blau; × – – – gelb; Δ——— grün; ○– – rot

Filtern erhaltenen Photogramme, Abb. 3 und 4 gibt die Lichtdurchlässigkeit bei den verschiedenen Wellenlängen für die Gelatinefarbfilter bzw. Blaufilter UG 2 und Interferenzfilter Hg 366 mμ.

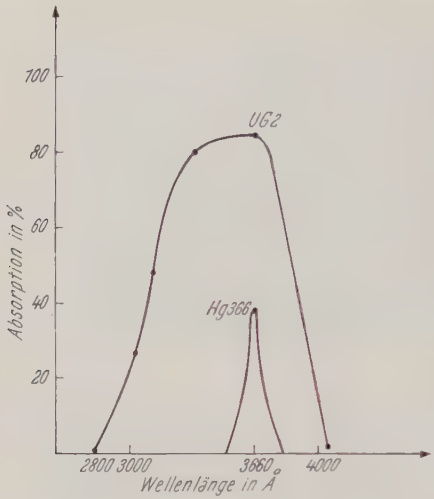


Abb. 4. Spektral-Empfindlichkeit der Filter: UG 2 Interferenzfilter; Hg 366 im UV

Aus diesen Versuchen ergab sich in allen Fällen, daß Quarz nach der Röntgenbestrahlung in erheblichem Maße Strahlung mit einer Wellenlänge kürzer als 400 mμ emittierte. Alle Proben emittierten blaues Licht und einen erheblichen Teil an kurzwelligem UV-Licht.

Untersuchung verschiedener Staubproben

Zu Vergleichszwecken wurden noch weitere Staubproben untersucht und die relativen Schwärzungen der Lumineszenzintensität in einer Wertskala zwischen sehr stark, mittel und schwach eingestuft (Tab. 4).

Durch die uns freundlicherweise zahlreich zur Verfügung gestellten Staubproben waren wir in der Lage hier Vergleichsversuche durchzuführen.

In Tab. 4 ist in Spalte 3 die jeweilige pathologische Aktivität der einzelnen Staubarten, soweit sie bekannt ist, verzeichnet, in Spalte 4 ist die Lumineszenzintensität und in Spalte 5 die Wellenlänge der emittierten Lumineszenzstrahlung angegeben.

Aus dieser Tabelle geht hervor, daß sowohl Quarz als auch Cristobalit kurzwelliges und UV-Licht emittieren, wenn auch die Lumineszenzintensität bei Cristobalit wesentlich geringer ist als bei Quarz in der gewählten Versuchsordnung. Überhaupt keine Lumineszenzstrahlung wurde bei Tridymit gefunden[1]. Diese Abstufung der Lumineszenzstrahlung in der Reihenfolge Quarz–Cristobalit–Tridymit entspricht nicht den auf Grund von Tierversuchen gemachten Erfahrungen, wonach Tridymit noch stärker silikogen sein soll als Cristobalit und Quarz[2] (Versuche von King und Mitarbeitern [7]).

[1] Der Tridymit von Prof. Strunz war allerdings sehr eisenhaltig und wurde im unveränderten Zustand geprüft.

[2] Die möglichen Ursachen glauben wir auf Grund weiterer Untersuchungen aufklären zu können.

In anderen Fällen ist dagegen eine mit dem pathogenen Verhalten der Stäube befriedigende Analogie vorhanden; so z. B. beim Quarzglas (Vitrous silica) (vom Cerchar) das wie Quarz, wenn auch schwächer UV emittiert, oder Kaolin, von dem man weiß, daß er Silikose-inaktiv ist

Tabelle 4

Staubproben*	Herkunft Origin	Pathol. Aktivität	Lumineszenz-Intensität durch Tiefenschwärzung ermittelt	Wellenlänge der emittierten Lumineszenzstrahlung (mit Filter ermittelt) mμ
Brazilian. Quarz	Max-Planck-Institut	+	sehr stark	360 bis 440
Madagaskarquarz	Cerchar	+	sehr stark	360 bis 440
Madagaskarquarz	Dr. NAGELSCHMIDT, Sheffield	+	sehr stark	360 bis 440
Cristobalit	Cerchar	+	mittel	360 bis 440
Cristobalit	Dr. NAGELSCHMIDT, Sheffield	+	mittel	360 bis 440
Tridymit	Dr. NAGELSCHMIDT, Sheffield	+	0	—
Tridymit	Prof. STRUNZ T.U. Berlin,	0	0	—
Snowit	Prof. KING, London	+	mittel	360 bis 440
Loch Aline sand.	Scotland	+	schwach	360 bis 440
Vitrous Silica	Cerchar	0	mittel	360 bis 440
Coloidal Silica	Bayley	0	0	—
Coloidal Silica	Boots, England	0	0	—
Kieselgur	Cerchar	0	schwach	450 bis 550
Kaolin	Prof. KING (London)	—	0	—
Mica	Cerchar	0	sehr schwach	0

Einheitliche Bestrahlungsdauer 10 Minuten mit CuK_α.

0 pathologische Aktivität unbekannt; + pathologische Aktivität sehr stark; — keine pathologische Aktivität.

* Quarz ist in allen Fällen als „aktivierter Quarz" (gemahlen-geglüht-bestrahlt) gemessen worden.

und in diesem Versuch keine Lumineszenzstrahlung zeigte. Interessanterweise lag die von Kieselgur emittierte Wellenlänge der Lumineszenzstrahlung höher als die der anderen Staubproben bei etwa 450 bis 550 mμ, aber sie war deutlich nachweisbar (Calzinierte Gur ist

ebenfalls silikogen), so daß möglicherweise erst durch den Glühprozeß die zur kurzwelligen UV-Lumineszenz führende Aktivität auftritt.

Diskussion der Versuchsergebnisse

Wenn man die vorstehend geschilderten Versuchsergebnisse zusammenfaßt, so kann man folgende Punkte herausstellen:

Für die Emission von Lumineszenzstrahlung bei Quarz nach voraufgegangener Röntgenstrahlung ist die Vorbehandlung entscheidend. Neben der Teilchengröße (Zerkleinerung) sind Erhitzung und Beimengungen wichtig. Durch geeignete Zusätze z. B. Al_2O_3 kann die Lumineszenzstrahlung beeinflußt werden, andere Zusätze sind zum Teil ohne jeglichen Einfluß.

Da in Betrieben die Staubentstehung sehr häufig durch mechanische Zerkleinerung erfolgt, wobei eine thermische Nebenwirkung gegeben ist, z. B. beim Schießen im Bergbau, oder als Folge einer Energiespeicherung während geologischer Zeiten, so können diese Stäube durchaus die Voraussetzung zur Lumineszenzstrahlung erfüllen.

Es zeigte sich, daß röntgenbestrahlter Quarz nach der Bestrahlung intensiv UV-Licht emittiert.

Für die Überlassung von Proben sind wir dem (Centr. d'Etude et Recherche des Charbonnage de France) „Cerchar", den Herren Prof. Strunz, Prof. King, Dr. Nagelschmidt und Prof. Dietzel zu besonderem Dank verpflichtet.

Der Bergbau-Berufsgenossenschaft danken wir für eine teilweise finanzielle Förderung.

Literatur

1. Bayley, R. T., L. Holzapfel und J. Lehmann, Naturwiss. **47**, 464 (1960).
2. Holzapfel, L., Staub-Heft **47**, 481 (1956).
3. Seidl, F., Acta Physica Austriaca **10**, 169 (1957).
4. Lautout, M. und J. Duclaux, C. rd de L'Ac. **238**, 2409 (1954).
5. Ewles, J. und R. F. Youell, Trans. Farad. Soc. **30**, 1060 (1951).
6. Greenberg und Wright, Nature 657 (1954).
7. King, E. J., G. P. Mohanty, C. V. Harrison und G. Nagelschmidt, Brit. Journal of Industrial medicine **10**, 9 (1953).

Zur Röntgenkleinwinkelstreuung verdünnter kolloider Systeme VI.*

Die Berechnung der Streukurven von elliptischen Zylindern und Hohlzylindern

Von

P. Mittelbach und **G. Porod****

Aus dem Institut für physikalische Chemie der Universität Graz

Mit 14 Abbildungen

(*Eingegangen am 31. Januar 1961*)

1. Einleitung und Problemstellung

Wie schon an verschiedenen Stellen darauf hingewiesen wurde, gibt es bisher keine Methode, aus einem Röntgenkleinwinkeldiagramm eines verdünnten homodispersen Systems — nur auf solche müssen wir unsere Betrachtung beschränken — auf eindeutig analytischem Wege die Form der dispergierten Teilchen zu gewinnen. Legt man der Auswertung theoretisch berechnete Streukurven regelmäßiger Körper zugrunde, gilt es die Frage zu klären, bis zu welchem Feinheitsgrad — hinreichendes Auflösungsvermögen der Röntgenkamera vorausgesetzt — man eine solche Gestaltsbestimmung vernünftigerweise treiben kann. Eine erste Möglichkeit, dieser Frage näherzutreten, besteht wohl darin, die Streukurven verschiedenster regelmäßiger Körper zu berechnen und miteinander zu vergleichen, vor allem jene der einfachsten dreiachsigen Körper wie Parallelepipede, elliptische Zylinder und dreiachsige Ellipsoide.

Obwohl eine große Anzahl von Steukurven, berechnet von verschiedenen Autoren [1] bis [13], bereits vorliegt, kann dieses Material noch immer nicht als umfassend genug angesehen werden. Einerseits liegt dies daran, daß der Streuwinkelbereich, für den die Berechnung durchgeführt wurde, zu klein ist, um die gestaltsbestimmenden Merkmale der Streukurve genügend zu erfassen. Soweit andererseits vor allem mittels elektronischer Rechenmaschinen bis zu großen Streuwinkeln

* Vorhergehende Mitt., vgl. 2, 3, 5, 7, 14.

** Jetzt Physikalisches Institut der Universität Graz.

gerechnet werden konnte, betraf es bisher nur Körper mit einem einzigen Formparameter, wie Kreiszylinder und Rotationsellipsoide [12], [13]. Um zu allgemeineren Richtlinien für die Formbestimmung zu gelangen, reichen diese Fälle nicht aus.

In einer vorausgegangenen Arbeit wurde die Streuung der Parallelepipede behandelt. Die vorliegende ergänzt das Material um die Streukurven elliptischer Zylinder und Hohlzylinder. Einer weiteren Arbeit soll die Berechnung der Streuung von Ellipsoiden vorbehalten bleiben.

Die Berechnungen wurden an einer elektronischen Rechenmaschine der Type IBM-650 durchgeführt.

2. Theorie

Unter der schon eingangs erwähnten Voraussetzung, daß das betrachtete kolloide System homodispers und genügend verdünnt ist, wurde in der vorausgegangenen Arbeit [14] für die Streuung von Teilchen prismenförmiger Gestalt folgende Formel abgeleitet:

$$\phi = \int_0^{\pi/2} \phi_Q\,(s\,D\sin\alpha)\cdot\left[\frac{\sin\left(\frac{s\,H}{2}\cdot\cos\alpha\right)}{\frac{s\,H}{2}\cdot\cos\alpha}\right]^2\cdot\sin\alpha\,d\alpha \qquad (1)$$

Dabei ist H die Höhe des Prismas (oder Zylinders) und D eine Bezugslänge des Querschnitts. s steht für $(4\pi/\lambda)\sin\vartheta$ (ϑ halber Abbeugungswinkel). Unter der Funktion ϕ_Q, Querschnittsfunktion benannt, verstanden wir die Streuung einer Fläche Q, in welcher die Strahlensymmetrale liegt, gemittelt über alle Azimutlagen relativ zu dieser. Unsere Aufgabe besteht in erster Linie darin, diese Funktion für einen Kreisring und eine Ellipse anzugeben.

a) Kreisringfunktion

Ein Flächenelement eines Kreises, dessen Radiusvektor ϱ vom Kreismittelpunkt den Winkel φ mit der Strahlensymmetrale einschließt, liefert einen Beitrag zur Streuung der Größe

$$d_1\mathfrak{A} = e^{i\,s\,\varrho\cos\varphi}\,\varrho\,d\varrho\,d\varphi \qquad (2)$$

Integrieren wir in (2) φ von 0 bis 2π, so erhalten wir die Amplitude eines sehr schmalen Kreisrings vom Radius ϱ und der Dicke $d\varrho$. Wegen

$$I_0(x) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e^{i\,x\cos\varphi}\,d\varphi$$

(Integraldarstellung der Bessel-Funktion 0-ter Ordnung) ergibt sich hierfür

$$d_2\mathfrak{A} = 2\pi\,\varrho\,d\varrho\,I_0(s\,\varrho) \qquad (3)$$

Die Amplitude eines Kreisringes endlicher Dicke (Innenradius r_i und Außenradius r_a) folgt aus (3) durch Integration über ϱ von r_i bis r_a.

Um sie für den Streuwinkel 0 auf 1 zu normieren, müssen wir noch durch die Fläche des Kreisrings $\pi({r_a}^2 - {r_i}^2)$ dividieren. Somit bekommen wir

$$\mathfrak{A} = \frac{2}{{r_a}^2 - {r_i}^2} \int_{r_i}^{r_a} \varrho\, I_0(s\,\varrho)\, d\varrho = \frac{2}{(s\,r_a)^2 - (s\,r_i)^2} \int_{s r_i}^{s r_a} x\, I_0(x)\, dx$$

und schließlich wegen $\int_0^x t\, I_0(t)\, dt = x\, I_1(x)$ die gesuchte Gesamtamplitude

$$\mathfrak{A} = \frac{2}{(s\,r_a)^2 - (s\,r_i)^2} [s\,r_a\, I_1(s\,r_a) - s\,r_i\, I_1(s\,r_i)] \tag{4}$$

Die Querschnittsfunktion des Kreisrings ist das Quadrat dieses Ausdrucks. Führt man das Radienverhältnis $\gamma = r_i/r_a$ ein, läßt sie sich in der folgenden Form schreiben:

$$\phi_{Q,\,\text{Kreisring}} = \left\{ \frac{1}{1-\gamma^2} \frac{2}{s\,r_a} [I_1(s\,r_a) - \gamma\, I_1(s\,r_i)] \right\}^2 \tag{5}$$

Für den Vollkreis ($r_i = 0$) spezialisiert sich (5) zu

$$\phi_{Q,\,\text{Vollkreis}} = \left[\frac{2}{s\,r} I_1(s\,r) \right]^2 = {\Lambda_1}^2(s\,r) \tag{5 a}$$

Dieses Ergebnis bzw. das entsprechende Integral (1) wurde schon von Fournet angegeben [15]. Für den anderen Grenzfall des unendlich dünnen Kreisringes ($r_i = r_a$) haben wir in normierter Form nach (2)

$$\phi_{Q,\,\text{Peripherie}} = {I_0}^2(s\,r) \tag{5 b}$$

b) Ellipsenfunktion

Wie Hosemann bemerkt hat, streut ein Ellipsoid in bestimmter Lage zum Strahlengang wie die zu ihm affine Kugel zwischen den beiden Tangentialebenen senkrecht auf die Strahlensymmetrale n. Der analoge Sachverhalt gilt selbstverständlich auch für den ebenen Fall der Ellipse und dem zugehörigen affinen Kreis (Äquivalenzkreis, siehe Abb. 1). Es können sich die affinen Flächenstreifen von Kreis und Ellipse (senkrecht auf n) ja nur um einen konstanten Faktor gleich dem Verhältnis der Gesamtflächen unterscheiden. Da wir nur mit normierten Funktionen (gleiche integrale Elektronenbelegung) zu tun haben, ist dies für die Amplitude ohne Belang.

Schließt die große Halbachse a der Ellipse den Winkel φ mit der Strahlensymmetrale ein, so ergibt eine elementare Rechnung für den Radius des Äquivalenzkreises

$$p^2 = a^2 \cos^2\varphi + b^2 \sin^2\varphi \tag{6}$$

Eine Mittelung des Ausdrucks ${\Lambda_1}^2(s \sqrt{a^2 \cos^2\varphi + b^2 \sin^2\varphi})$ über den gesamten Lagenbereich liefert uns somit die gesuchte Querschnittsfunktion der Ellipse. Führen wir das Achsenverhältnis $\varepsilon = b/a$ ein, ersetzen in (6)

$\sin^2\varphi$ und $\cos^2\varphi$ durch Funktionen des doppelten Winkels und schreiben schließlich für 2φ einfach wieder φ, so erhalten wir für die Ellipsenfunktion den folgenden Ausdruck:

$$\phi_{Q,\,\text{Ellipse}} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} J_1^2\left(s\,a\sqrt{\frac{1+\varepsilon^2}{2} - \frac{1-\varepsilon^2}{2}\cos\varphi}\right) d\varphi \qquad (7)$$

3. Durchführung der Rechnung

Genau so wie bei den Parallelepipeden zerfällt die Berechnung der Streuung von Hohlzylindern und elliptischen Zylindern den Formeln (1), (5) und (7) entsprechend in zwei Teile: erstens die Aufstellung einer Tabelle der Querschnittsfunktion ϕ_Q und zweitens die allen prismatischen Körpern gemeinsame Auswertung des Integrals (1). Bevor wir hierauf näher eingehen, seien die folgenden Festsetzungen erwähnt. Als Bezugslänge des Körpers wählten wir die größte Querschnittsabmessung (D), was den Vorteil hat, daß dann die Nebenmaxima insbesondere von längeren Zylindern an derselben Stelle liegen. Statt der Höhe des Zylinders H führten wir den Streckungsgrad $\nu = H/D$ ein. Bis auf wenige Ausnahmen sehr langer Streckungsgrade führten wir die Rechnung einheitlich bis zu einem Streuargument $\mu = s\,D = 25$ durch. Von den flachen Zylindern, Scheiben und Lamellen, die ohnehin kein sonderliches Interesse beanspruchen, abgesehen kommt man damit auf einen Abfall der Streuintensität auf größenordnungsmäßig 10^{-4}, was für den augenblicklichen Stand der Experimentiertechnik sicherlich genügend ist.

Der Umfang der ϕ_Q-Tabelle betrug jeweils 250 Funktionswerte, äquidistant auf das Intervall (0–25) verteilt. Bei den Hohlzylindern war es sehr einfach, die Querschnittsfunktion zu berechnen, da für die Bessel-Funktion erster Ordnung allen Genauigkeitsanforderungen genügende Funktionentafeln zur Verfügung standen[1]. Die Ellipsenfunktion allerdings mußte durch eine eigene numerische Integration nach (7) gewonnen werden (analog wie bei den Rechteckfunktionen). Der Integrand von (7) wurde aus der ϕ_Q-Tabelle quadratisch interpoliert. Die Integration selbst erfolgte mit der Simpsonschen Regel. Mit nur 20 Integrationsintervallen konnte bereits eine Genauigkeit von etwa sechs Stellen im gesamten betrachteten Bereich erzielt werden. Für die numerische Durchführung empfahl sich die Transformation $\varphi = \pi \cdot u$, damit die obere Grenze gleich 1 wird.

Setzt man in (1) $\cos\varphi = \sigma$, so erhält man wieder ein Integral, das von 0 bis 1 geht. Bei Ausführung dieser Integration, welche uns die Streuung der Zylinder lieferte, wurde der erste Faktor ϕ_Q des Integranden aus der Tabelle quadratisch interpoliert, der Sinusfaktor hin-

[1] Tables of the Bessel-Functions of the First Kind of Orders, Harvard University Press. 1947–51.

gegen direkt berechnet. Integriert wurde wieder mit der SIMPSONschen Formel. Je nach der Größe von $s\,D \cdot v$ waren hierzu 20 bis 80 Integrationsintervalle nötig, um eine Endgenauigkeit von vier Stellen zu erhalten.

4. Ergebnisse und Diskussion

Es wurden die Streukurven folgender Körper berechnet:

a) Elliptische Zylinder ($\varepsilon = b/a$, $v = H/2\,a$)

$\varepsilon = 0{,}75$: $v = 0; 1/3; 0{,}5; 0{,}6; 0{,}75; 0{,}9; 1; 1{,}1; 1{,}2; 1{,}5; 2; 3; 5;$

$\varepsilon = 2/3$: $v = 0; 0{,}2; 1/3; 0{,}5; 0{,}6; 2/3; 0{,}75; 0{,}9; 1; 1{,}2; 1{,}5; 2; 3; 5; 10;$

$\varepsilon = 0{,}5$: $v = 0; 1/3; 0{,}5; 0{,}75; 1; 1{,}5; 2; 3; 5;$

$\varepsilon = 0{,}25$: $v = 1; \varepsilon = 0: v = 1;$

b) Hohlzylinder ($r_i/r_a = \gamma$, $H/2\,r_a = v$)

$\gamma = 0.2$: $v = 0{,}75; 1; 1{,}2; 1{,}3; 1{,}5;$

$\gamma = 0{,}3$: $v = 0; 0{,}2; 1/3; 0{,}5; 0{,}6; 0{,}75; 0{,}9; 1; 1{,}2; 1{,}3; 1{,}5; 2; 3; 5;$

$\gamma = 0{,}5$: $v = 0; 0{,}2; 0{,}4; 0{,}6; 0{,}75; 1; 1{,}2; 1{,}4; 1{,}6; 2; 3; 5;$

$\gamma = 1$: $v = 0; 0{,}5; 0{,}75; 1; 1{,}5; 3.$

Die von MALMON berechneten Streukurven von Kreiszylindern wurden von uns um einige weitere ergänzt, nämlich für $v = H/2\,r = 0{,}4$; 0,6; 0,75; 0,9; 1,1; 1,2; 1,3; 1,4; 1,8. Die Kurve $v = 1$ benützten wir dazu, mit der entsprechenden nach MALMON zu vergleichen. Wegen der verschiedenen Bezugslängen konnte dieser Vergleich nur graphisch durchgeführt werden. Er lieferte beste Übereinstimmung.

Bei der Diskussion der Streuung von Parallelepipeden stellte es sich heraus, daß es zum ersten Verständnis des charakteristischen Verlaufs der Streukurven genügt, gewisse Extremlagen des Teilchens herauszugreifen und nur die diesen Lagen zugehörigen Intensitäten zu mitteln. Mit einigen Einschränkungen sind diese Überlegungen auch auf die elliptischen Zylinder anwendbar. Insbesondere zur Diskussion der Ellipsenfunktionen können wir ganz ähnliche Betrachtungen anstellen, wie wir sie bei den Rechtecken bereits ausführlich dargelegt haben. Diesen gemäß — die Ausgangsfunktion $\Lambda_1^2(x)$ und $[(\sin x)/x]^2$ sind ja vom gleichen Typus — leuchtet es ein, daß beim Übergang vom Kreis zu gestreckteren Ellipsen das Nebenmaximum vorübergehend stark verwischt wird. Die Analogie mit den Rechtecken hat natürlich ihre Grenzen. So ist bei schwacher Anisometrie das Nebenmaximum der Ellipsenfunktion immer stärker ausgeprägt als bei der Querschnittsfunktion des Rechtecks entsprechenden Seitenverhältnisses. Auch erfolgt die Einebnung des ursprünglichen Kreisnebenmaximums überhaupt nicht so vollständig, wie es mit dem des Quadrats bei den Rechtecken geschieht.

Bei der Diskussion der Streuung von Zylindern können wir nicht mehr ohne weiteres in derselben Weise vorgehen, wie es bei den Parallelepipeden möglich war (Hauptlagenbetrachtung). Jedoch können wir von

vornherein darauf verzichten, da uns die weitgehende Ähnlichkeit von Ellipsen- und Rechteckfunktion garantiert, daß der Verlauf der Streukurven elliptischer Zylinder nicht sonderlich von dem der Parallelepipede abweichen kann, welcher uns ja schon bekannt ist. Vor allem beim isometrischen Querschnitt (Kreis und Quadrat) ist zu erwarten, daß kleinere Formunterschiede kaum eine Rolle spielen. In der Tat findet man bei den Kreiszylindern ein den Parallelepipeden mit quadratischem Querschnitt außerordentlich ähnliches Streuverhalten, gekennzeichnet durch den gleichen charakteristischen Übergang im Bereiche schwacher Anisometrie. Daß einander entsprechende Kurven nicht genau denselben Werten des Streckungsparameters ε (bzw. c bei den Parallelepipeden) zugeordnet sind, ist nur auf unsere Wahl der Bezugslänge zurückzuführen.

Ist der Querschnitt allgemein eine Ellipse, so ist auf folgende Besonderheit aufmerksam zu machen: Hält man den Querschnitt fest und variiert nur die Höhe des Zylinders, so tritt, falls überhaupt, ein nennenswertes Nebenmaximum nur dann auf, wenn die Zylinderhöhe ungefähr gleich ist der kleineren Ellipsenachse $2\,b$. Dies ist plausibel, denn statt von einem flachen elliptischen Zylinder kann man in diesem Falle genau so gut von einem gestreckten Teilchen mit isometrischem Querschnitt sprechen (Wechsel der Bezugslänge). Ein solches Teilchen liefert immer ein ausgeprägtes Nebenmaximum, es sei denn, es liege jenes kritische Streckungsverhältnis vor, auf welches wir schon oft hingewiesen haben.

Für die langen elliptischen Zylinder gilt genau dasselbe, was bei den Parallelepipeden bereits ausführlich dargelegt wurde: Die Güte der Annäherung an die Funktion $(\pi\, s\, H)\, \phi_0(s\, D)$ hängt etwas vom Querschnitt ab und ist am schlechtesten bei schwacher Anisometrie. Als Beispiel genüge Abb. 8.

Schließlich noch eine Bemerkung zu den Lamellen: Solange die Lamelle eine endliche Dicke besitzt, ist es klar, daß der elliptische Querschnitt gegenüber dem rechteckigen bei unserer Wahl der Bezugslänge einen schwächeren Abfall der Streukurve zur Folge haben muß (s. Abb. 7). Daß die Belegung im Falle, daß die Querschnittsellipse zu einem Strich entartet, im selben Sinne immer noch eine Rolle spielt, war nicht ohne weiteres vorauszusehen.

Bei den Hohlzylindern ist das Streuverhalten überaus leicht zu übersehen. Wir können uns daher kurz fassen: Mit zunehmendem Lochdurchmesser steigt das Nebenmaximum der Kreisringfunktion stetig an. Für den unendlich dünnen Kreisring beträgt es etwa das achtfache des Kreisnebenmaximums. Daraus folgt für die Streuung der Hohlzylinder selbst: Ist der Lochdurchmesser sehr klein, haben wir etwa dasselbe Verhalten wie bei den Vollzylindern vor uns. Ist er hingegen groß, wird die Streuung nur mehr von der Querschnittsfunktion bestimmt. Insbesondere verschwindet dann auch der charakteristische Übergang im Bereiche schwacher Anisometrie.

Tabelle 1. Theoretische Streukurven von Kreiszylindern mit Radius r und Höhe H; $v = H/2r$ (vgl. Abb. 3)

$s \cdot 2r$	$v = 0{,}4$	0,6	0,75	0,9	1
0,5	0,9885	0,9872	0,9858	0,9841	0,9828
1,0	0,9549	0,9495	0,9441	0,9376	0,9325
1,5	0,9011	0,8896	0,8781	0,8644	0,8542
2,0	0,8307	0,8114	0,7925	0,7702	0,7539
2,5	0,7476	0,7198	0,6931	0,6623	0,6401
3,0	0,6568	0,6205	0,5865	0,5484	0,5215
3,5	0,5630	0,5190	0,4790	0,4358	0,4064
4,0	0,4707	0,4204	0,3764	0,3309	0,3013
4,5	0,3838	0,3291	0,2834	0,2387	0,2111
5,0	0,3053	0,2483	0,2034	0,1621	0,1383
5,5	0,2372	0,1801	0,1379	0,1023	0,08359
6,0	0,1805	0,1251	0,08744	0,05881	0,04557
6,5	0,1352	0,08303	0,05103	0,02985	0,02172
7,0	0,1004	0,05270	0,02684	0,01273	0,008814
7,5	0,07487	0,03225	0,01250	0,004414	0,003513
8,0	0,05679	0,01958	0,005416	0,001946	0,002776
8,5	0,04440	0,01254	0,003130	0,002734	0,004171
9,0	0,03600	0,009175	0,003533	0,004779	0,005994
9,5	0,03014	0,007884	0,005007	0,006735	0,007259
10,0	0,02570	0,007489	0,006463	0,007874	0,007579
10,5	0,02192	0,007239	0,007309	0,007975	0,006988
11,0	0,01838	0,006752	0,007355	0,007163	0,005764
11,5	0,01494	0,005946	0,006691	0,005756	0,004266
12,0	0,01164	0,004909	0,005560	0,004125	0,002818
12,5	0,008596	0,003819	0,004250	0,002595	0,001647
13,0	0,005984	0,002856	0,003013	0,001388	0,0008600
14,0	0,002456	0,001745	0,001347	0,0002446	0,0003736
15,0	0,001160	0,001707	0,0008611	0,0004108	0,0006981
16,0	0,001228	0,002046	0,0009586	0,0009495	0,001024
17,0	0,001572	0,002040	0,001006	0,001150	0,000971
18,0	0,001569	0,001501	0,0008162	0,0009084	0,000624
19,0	0,001228	0,000750	0,0005004	0,0004684	0,000267
20,0	0,000888	0,000216	0,0003222	0,0001419	0,000110
21,0	0,000798	0,000084	0,0003177	0,0000664	0,000160
22,0	0,000926	0,000231	0,0003812	0,0001703	0,000273
23,0	0,001055	0,000406	0,0003836	0,0002872	0,000303
24,0	0,001006	0,000445	0,0002853	0,0002989	0,000222
25,0	0,000767	0,000358	0,0001497	0,0002082	0,000111

Fortsetzung auf Seite 412

Fortsetzung von Seite 411

$s \cdot 2r$	$v = 1{,}1$	1,2	1,3	1,4	1,8
0,5	0,9813	0,9798	0,9781	0,9762	0,9676
1,0	0,9272	0,9213	0,9149	0,9081	0,8769
1,5	0,8428	0,8308	0,8180	0,8045	0,7449
2,0	0,7362	0,7176	0,6982	0,6781	0,5944
2,5	0,6167	0,5926	0,5679	0,5431	0,4473
3,0	0,4941	0,4666	0,4394	0,4128	0,3198
3,5	0,3773	0,3491	0,3223	0,2974	0,2196
4,0	0,2731	0,2471	0,2235	0,2028	0,1470
4,5	0,1862	0,1644	0,1461	0,1310	0,09678
5,0	0,1183	0,1022	0,08966	0,08039	0,06262
5,5	0,06921	0,05880	0,05175	0,04722	0,03898
6,0	0,03665	0,03126	0,02836	0,02693	0,02239
6,5	0,01739	0,01564	0,01526	0,01522	0,01118
7,0	0,007751	0,008091	0,008666	0,008767	0,004518
7,5	0,004276	0,005299	0,005728	0,005320	0,001567
8,0	0,004101	0,004820	0,004573	0,003600	0,001154
8,5	0,005159	0,005099	0,004164	0,002937	0,001956
9,0	0,006187	0,005333	0,004026	0,002946	0,002889
9,5	0,006600	0,005245	0,003978	0,003314	0,003372
10,0	0,006298	0,004848	0,003939	0,003734	0,003326
10,5	0,005452	0,004263	0,003832	0,003934	0,002953
11,0	0,004337	0,003609	0,003584	0,003755	0,002481
11,5	0,003207	0,002959	0,003146	0,003187	0,002021
12,0	0,002238	0,002345	0,002532	0,002358	0,001571
12,5	0,001513	0,001781	0,001818	0,001476	0,001109
13,0	0,001039	0,001281	0,001128	0,0007375	0,0006549
14,0	0,0006679	0,0005748	0,0002374	0,0000991	0,0000913
15,0	0,0006782	0,0003666	0,0002206	0,0003460	0,0002087
16,0	0,0007355	0,0005269	0,0006043	0,0006630	0,0004804
17,0	0,0006926	0,0006913	0,0007557	0,0006277	0,0004576
18,0	0,0005258	0,0006059	0,0005275	0,0003913	0,0003032
19,0	0,0003227	0,0003294	0,0002016	0,0001979	0,0001761
20,0	0,0001787	0,0000940	0,0000491	0,0001088	0,0000607
21,0	0,0001360	0,0000459	0,0000874	0,0000892	0,0000261
22,0	0,0001626	0,0001384	0,0001734	0,0001149	0,0000971
23,0	0,0001936	0,0002243	0,0001951	0,0001557	0,0001452
24,0	0,0001853	0,0002078	0,0001482	0,0001596	0,0001095
25,0	0,0001393	0,0001150	0,0000889	0,0001073	0,0000604

Tabelle 2. Theoretische Streukurven von elliptischen Zylindern. Halbachsen der Ellipse a und b mit $b:a = 0{,}75$, Höhe des Zylinders H, $v = H/2\,a$ (vgl. Abb. 4)

$s \cdot 2a$	$v = 0$	1/3	0,5	0,6	0,75	0,9
0,5	0,9919	0,9911	0,9902	0,9894	0,9880	0,9863
1,0	0,9680	0,9650	0,9612	0,9583	0,9528	0,9463
1,5	0,9295	0,9229	0,9147	0,9083	0,8967	0,8828
2,0	0,8782	0,8669	0,8530	0,8423	0,8230	0,8002
2,5	0,8167	0,7998	0,7794	0,7638	0,7361	0,7043
3,0	0,7477	0,7248	0,6975	0,6768	0,6411	0,6009
3,5	0,6741	0,6450	0,6109	0,5856	0,5428	0,4963
4,0	0,5989	0,5638	0,5234	0,4942	0,4460	0,3959
4,5	0,5249	0,4840	0,4385	0,4063	0,3550	0,3042
5,0	0,4543	0,4084	0,3588	0,3248	0,2727	0,2243
5,5	0,3890	0,3389	0,2865	0,2520	0,2016	0,1579
6,0	0,3303	0,2769	0,2232	0,1894	0,1426	0,1056
6,5	0,2791	0,2231	0,1695	0,1374	0,09594	0,06668
7,0	0,2354	0,1778	0,1255	0,09597	0,06088	0,03950
7,5	0,1991	0,1406	0,09066	0,06434	0,03610	0,02202
8,0	0,1696	0,1109	0,06405	0,04134	0,01986	0,01194
8,5	0,1462	0,08775	0,04451	0,02552	0,01029	0,007036
9,0	0,1278	0,07000	0,03072	0,01539	0,005524	0,005369
9,5	0,1134	0,05660	0,02141	0,009460	0,003912	0,005393
10,0	0,1021	0,04650	0,01536	0,006437	0,004086	0,006009
10,5	0,09312	0,03882	0,01157	0,005235	0,005017	0,006540
11,0	0,08574	0,03281	0,009239	0,005024	0,006012	0,006663
11,5	0,07944	0,02793	0,007761	0,005222	0,006674	0,006311
12,0	0,07385	0,02379	0,006740	0,005465	0,006845	0,005579
12,5	0,06874	0,02017	0,005937	0,005564	0,006534	0,004636
13,0	0,06398	0,01693	0,005228	0,005457	0,005850	0,003655
14,0	0,05534	0,01143	0,003992	0,004726	0,003964	0,002076
15,0	0,04792	0,007246	0,003072	0,003697	0,002237	0,001290
16,0	0,04177	0,004383	0,002534	0,002758	0,001166	0,001077
17,0	0,03681	0,002637	0,002270	0,002014	0,0007214	0,001025
18,0	0,03278	0,001681	0,002088	0,001435	0,0006481	0,0008892
19,0	0,02945	0,001212	0,001859	0,0009909	0,0007020	0,0006670
20,0	0,02660	0,001024	0,001563	0,0006851	0,0007413	0,0004569
21,0	0,02420	0,0009971	0,001244	0,0005238	0,0007128	0,0003426
22,0	0,02214	0,001045	0,0009457	0,0004759	0,0006135	0,0003240
23,0	0,02034	0,001095	0,0006844	0,0004788	0,0004669	0,0003389
24,0	0,01872	0,001094	0,0004643	0,0004739	0,0003121	0,0003234
25,0	0,01725	0,001038	0,0003028	0,0004420	0,0001965	0,0002625

Fortsetzung auf Seite 414

Fortsetzung von Seite 413

$s \cdot 2a$	$v = 1$	1,1	1,2	1,5	2	3	5
0,5	0,9850	0,9836	0,9820	0,9765	0,9648	0,9324	0,8391
1,0	0,9413	0,9358	0,9299	0,9094	0,8674	0,7625	0,5403
1,5	0,8723	0,8609	0,8488	0,8078	0,7291	0,5634	0,3430
2,0	0,7834	0,7654	0,7464	0,6849	0,5772	0,3976	0,2455
2,5	0,6811	0,6569	0,6319	0,5548	0,4355	0,2854	0,1780
3,0	0,5726	0,5437	0,5145	0,4305	0,3188	0,2127	0,1299
3,5	0,4647	0,4332	0,4027	0,3212	0,2311	0,1590	0,09555
4,0	0,3631	0,3318	0,3026	0,2319	0,1681	0,1152	0,06848
4,5	0,2726	0,2438	0,2184	0,1634	0,1225	0,08104	0,04876
5,0	0,1959	0,1716	0,1514	0,1134	0,08790	0,05647	0,03363
5,5	0,1343	0,1155	0,1012	0,07810	0,06061	0,03869	0,02243
6,0	0,08756	0,07449	0,06561	0,05331	0,03944	0,02519	0,01456
6,5	0,05417	0,04630	0,04175	0,03569	0,02417	0,01537	0,008850
7,0	0,03199	0,02821	0,02654	0,02297	0,01424	0,009070	0,005210
7,5	0,01847	0,01742	0,01721	0,01387	0,008433	0,005328	0,002860
8,0	0,01111	0,01145	0,01156	0,007742	0,005206	0,002989	0,001493
8,5	0,007694	0,008347	0,008087	0,004114	0,003345	0,001590	0,0008642
9,0	0,006475	0,006733	0,005879	0,002473	0,002222	0,001059	0,0005589
9,5	0,006211	0,005777	0,004455	0,002175	0,001663	0,001075	0,0005568
10,0	0,006145	0,005059	0,003584	0,002539	0,001598	0,001178	0,0006170
10,5	0,005912	0,004432	0,003139	0,002998	0,001842	0,001204	0,0006891
11,0	0,005421	0,003885	0,003006	0,003210	0,002110	0,001249	0,0007643
11,5	0,004736	0,003444	0,003047	0,003082	0,002176	0,001316	0,0007505
12,0	0,003983	0,003118	0,003115	0,002705	0,001995	0,001275	0,0007255
12,5	0,003279	0,002881		0,002243	0,001681	0,001104	0,0006482
13,0	0,002698	0,002685	0,002902	0,001834	0,001382	0,0009189	0,0005477
14,0	0,001960	0,002220	0,002079	0,001334	0,001008	0,0006494	0,0003537
15,0	0,001570	0,001561	0,001132	0,0009939	0,0006541	0,0003592	0,0002157
16,0	0,001237	0,0009023	0,0005848	0,0005984	0,0003469	0,0002591	0,0001399
17,0	0,0008646	0,0005001	0,0004900	0,0003430	0,0003009	0,0001687	0,0001030
18,0	0,0005459	0,0004047	0,0005384	0,0003284	0,0002742	0,0001633	0,0000845
19,0	0,0003808	0,0004547	0,0004873	0,0003552	0,0001897	0,0001259	0,0000742
20,0	0,0003654	0,0004709	0,0003496	0,0002834	0,0001878	0,0001247	0,0000680
21,0	0,0004084	0,0003984	0,0002533	0,0002025	0,0001861		
22,0	0,0004137	0,0002918	0,0002452	0,0001976			
23,0	0,0003454	0,0002177	0,0002599	0,0002057			
24,0	0,0002345	0,0001887	0,0002252	0,0001570			
25,0	0,0001443	0,0001778	0,0001495	0,0000938			
16,5					0,0002999	0,0002101	
17,5					0,0003016	0,0001604	
18,5					0,0002276	0,0001481	
19,5					0,0001786	0,0001206	
20,5					0,0001955		

Tabelle 3. Theoretische Streukurven von elliptischen Zylindern. Halbachsen der Ellipse b und a mit $b:a = 2:3$, Höhe des Zylinders H, $v = H/2a$ (vgl. Abb. 5)

$2a$	$v = 0$	0,2	1/3	0,5	0,6	2/3	0,75	0,9
,5	0,9925	0,9922	0,9917	0,9908	0,9900	0,9894	0,9886	0,9869
,0	0,9704	0,9693	0,9674	0,9636	0,9606	0,9584	0,9552	0,9486
,5	0,9347	0,9323	0,9281	0,9199	0,9134	0,9086	0,9018	0,8878
,0	0,8871	0,8830	0,8757	0,8618	0,8509	0,8428	0,8315	0,8086
,5	0,8297	0,8236	0,8127	0,7921	0,7763	0,7645	0,7484	0,7162
,0	0,7651	0,7567	0,7419	0,7142	0,6933	0,6779	0,6571	0,6164
,5	0,6959	0,6850	0,6663	0,6315	0,6058	0,5870	0,5621	0,5147
,0	0,6247	0,6114	0,5887	0,5474	0,5174	0,4959	0,4680	0,4165
,5	0,5540	0,5383	0,5119	0,4649	0,4316	0,4083	0,3786	0,3259
,0	0,4858	0,4680	0,4383	0,3867	0,3513	0,3271	0,2970	0,2462
,5	0,4221	0,4023	0,3697	0,3149	0,2786	0,2544	0,2254	0,1790
,0	0,3639	0,3424	0,3076	0,2509	0,2150	0,1918	0,1650	0,1251
,5	0,3122	0,2892	0,2528	0,1956	0,1611	0,1398	0,1162	0,08382
,0	0,2672	0,2430	0,2056	0,1492	0,1171	0,09818	0,07835	0,05395
,5	0,2289	0,2038	0,1658	0,1114	0,08233	0,06626	0,05048	0,03363
,0	0,1968	0,1710	0,1330	0,08142	0,05598	0,04287	0,03109	0,02079
,5	0,1704	0,1441	0,1065	0,05843	0,03681	0,02665	0,01852	0,01338
,0	0,1489	0,1223	0,08537	0,04131	0,02353	0,01610	0,01110	0,009571
,5	0,1316	0,1047	0,06874	0,02894	0,01484	0,009805	0,007279	0,007890
,0	0,1175	0,09054	0,05574	0,02028	0,009544	0,006496	0,005755	0,007244
,5	0,1060	0,07904	0,04555	0,01439	0,006609	0,005108	0,005499	0,006922
,0	0,09652	0,06959	0,03751	0,01048	0,005204	0,004818	0,005774	0,006539
,5	0,08853	0,06169	0,03109	0,007948	0,004703	0,005034	0,006107	0,005956
,0	0,08167	0,05494	0,02586	0,006333	0,004660	0,005371	0,006244	0,005192
,5	0,07565	0,04908	0,02155	0,005310	0,004785	0,005611	0,006095	0,004343
,0	0,07030	0,04388	0,01794	0,004666	0,004919	0,005654	0,005678	0,003527
,0	0,06115	0,03516	0,01235	0,004005	0,004924	0,005158	0,004357	0,002315
,0	0,05361	0,02817	0,008420	0,003731	0,004510	0,004158	0,002964	0,001788
,0	0,04734	0,02251	0,005703	0,003538	0,003785	0,003025	0,001914	0,001654
,0	0,04201	0,01788	0,003835	0,003241	0,002886	0,002000	0,001282	0,001514
,0	0,03740	0,01403	0,002534	0,002770	0,001960	0,001206	0,0009544	0,001200
,0	0,03338	0,01082	0,001645	0,002187	0,001168	0,0006982	0,0007971	0,0007773
,0	0,02993	0,008230	0,001116	0,001622	0,0006389	0,0004795	0,0007167	0,0004247
,0	0,02699	0,006244	0,0009116	0,001186	0,0004094	0,0004823	0,0006599	0,0002614
,0	0,02462	0,004796	0,0009549	0,0009047	0,0004116	0,0005870	0,0005956	0,0002769
,0	0,02266	0,003754	0,001114	0,0007327	0,0005157	0,0006702	0,0005104	0,0003655
,0	0,02097	0,002964	0,001253	0,0006032	0,0006005	0,0006571	0,0004093	0,0004146
,0	0,01945	0,002317	0,001301	0,0004895	0,0006149	0,0005549	0,0003221	0,0003837

Fortsetzung auf Seite 416

Fortsetzung von Seite 415

$s \cdot 2a$	$v = 1$	1,2	1,5	2	3	5	10
0,5	0,9856	0,9826	0,9771	0,9654	0,9330	0,8397	0,5574
1,0	0,9436	0,9322	0,9117	0,8696	0,7645	0,5419	0,2828
1,5	0,8773	0,8537	0,8126	0,7336	0,5672	0,3457	0,1815
2,0	0,7917	0,7544	0,6925	0,5841	0,4031	0,2491	0,1273
2,5	0,6929	0,6431	0,5652	0,4445	0,2921	0,1822	0,09272
3,0	0,5876	0,5286	0,4432	0,3294	0,2202	0,1346	0,06841
3,5	0,4824	0,4190	0,3355	0,2425	0,1670	0,1006	0,05046
4,0	0,3827	0,3203	0,2470	0,1798	0,1234	0,07360	0,03696
4,5	0,2931	0,2365	0,1785	0,1341	0,08913	0,05375	0,02674
5,0	0,2163	0,1691	0,1279	0,09903	0,06413	0,03834	0,01903
5,5	0,1537	0,1177	0,09145	0,07090	0,04570	0,02672	0,01324
6,0	0,1052	0,08040	0,06523	0,04861	0,03140	0,01833	0,00896
6,5	0,06958	0,05450	0,04598	0,03202	0,02065	0,01205	0,00589
7,0	0,04485	0,03712	0,03154	0,02070	0,01339	0,007812	0,00376
7,5	0,02872	0,02564	0,02072	0,01351	0,008711	0,004886	0,00233
8,0	0,01886	0,01799	0,01293	0,009010	0,005503	0,002986	0,00142
8,5	0,01327	0,01274	0,007793	0,006022	0,003334	0,001890	
9,0	0,01019	0,009003	0,004857	0,003948	0,002155	0,001195	0,00055
9,5	0,008452	0,006331	0,003519	0,002623	0,001663	0,0008877	
10,0	0,007286	0,004497	0,003113	0,001984	0,001395	0,0007265	0,00033
10,5	0,006292	0,003365	0,003059	0,001842	0,001174	0,0006527	
11,0	0,005327	0,002798	0,002981	0,001892	0,001078	0,0006484	0,00030
11,5	0,004402	0,002627	0,002735	0,001875	0,001093	0,0006074	
12,0	0,003585	0,002663	0,002362	0,001708	0,001067	0,0005934	0,00028
12,5	0,002942	0,002734	0,001982	0,001467	0,0009515	0,0005521	
13,0	0,002501	0,002719	0,001695	0,001271	0,0008415	0,0004996	0,00024
14,0	0,002130	0,002283	0,001473	0,001120	0,0007281	0,0004016	0,00019
15,0	0,002041	0,001571	0,001334	0,0009157	0,0005339	0,0003215	0,00015
16,0	0,001807	0,001049	0,0009831	0,0006306	0,0004487	0,0002540	
17,0	0,001335	0,0008428	0,0006349	0,0005160	0,0003127	0,0001889	
18,0	0,0008103	0,0007376	0,0004800	0,0003909	0,0002372	0,0001277	
19,0	0,0004431	0,0005496	0,0003924	0,0002134	0,0001388		
20,0	0,0003118	0,0003201	0,0002539	0,0001568	0,0001027		
21,0	0,0003381	0,0001926	0,0001532	0,0001485			
22,0	0,0003898	0,0002110	0,0001711	0,0001213			
23,0	0,0003826	0,0002820	0,0002247	0,0001411			
24,0	0,0003147	0,0002951	0,0002126	0,0001555			
25,0	0,0002412	0,0002387	0,0001628	0,0001220			
11,25						0,0006287	
11,75						0,0005975	
13,5				0,001170	0,0007871		
14,5				0,001046	0,0006270		
15,5				0,0007592	0,0004867		
16,5					0,0003829		
17,5					0,0002695		
18,5					0,0001893		
19,5					0,0001118		
20,5				0,0001561			
21,5				0,0001326			
24,5				0,0001392			

Tabelle 4. Theoretische Streukurven von elliptischen Zylindern. Halbachsen der Ellipse b und a mit $b:a = 0{,}5$, Höhe des Zylinders H, $v = H/2a$ (vgl. Abb. 6)

$s \cdot 2a$	$v = 0$	1/3	0,5	0,75	1	1,5
0,5	0,9935	0,9927	0,9918	0,9896	0,9866	0,9781
1,0	0,9744	0,9713	0,9676	0,9591	0,9475	0,9155
1,5	0,9434	0,9367	0,9285	0,9103	0,8857	0,8206
2,0	0,9020	0,8905	0,8764	0,8458	0,8056	0,7054
2,5	0,8519	0,8346	0,8137	0,7693	0,7129	0,5830
3,0	0,7952	0,7715	0,7432	0,6847	0,6135	0,4652
3,5	0,7342	0,7036	0,6678	0,5961	0,5135	0,3607
4,0	0,6708	0,6333	0,5903	0,5074	0,4181	0,2743
4,5	0,6073	0,5630	0,5135	0,4222	0,3312	0,2067
5,0	0,5454	0,4947	0,4396	0,3433	0,2556	0,1561
5,5	0,4865	0,4300	0,3706	0,2727	0,1928	0,1187
6,0	0,4318	0,3702	0,3077	0,2117	0,1427	0,09094
6,5	0,3820	0,3160	0,2518	0,1607	0,1044	0,06969
7,0	0,3375	0,2678	0,2033	0,1196	0,07624	0,05290
7.5	0,2981	0,2256	0,1620	0,08752	0,05631	0,03950
8,0	0,2638	0,1893	0,1275	0,06335	0,04252	0,02902
8,5	0,2342	0,1582	0,09931	0,04577	0,03303	0,02119
9,0	0,2087	0,1319	0,07655	0,03339	0,02631	0,01567
9,5	0,1867	0,1097	0,05843	0,02494	0,02128	0,01198
10,0	0,1677	0,09096	0,04417	0,01926	0,01721	0,009508
10,5	0,1513	0,07518	0,03305	0,01545	0,01372	0,007715
11,0	0,1369	0,06185	0,02447	0,01280	0,01066	0,006219
11,5	0,1243	0,05059	0,01792	0,01083	0,008022	0,004851
12,0	0,1132	0,04109	0,01298	0,009236	0,005847	0,003616
12,5	0,1034	0,03310	0,009342	0,007849	0,004171	0,002599
13,0	0,09472	0,02645	0,006749	0,006599	0,002992	0,001871
14,0	0,08035	0,01653	0,003911	0,004480	0,001887	0,001246
15,0	0,06935	0,01026	0,003138	0,002968	0,001768	0,001142
16,0	0,06095	0,006622	0,003371	0,002094	0,001847	0,001004
17,0	0,05441	0,004670	0,003805	0,001717	0,001727	0,0008617
18,0	0,04906	0,003632	0,003958	0,001616	0,001415	0,0008487
19,0	0,04445	0,003015	0,003692	0,001594	0,001100	0,0008305
20,0	0,04037	0,002586	0,003109	0,001527	0,0009047	0,0006738
21,0	0,03669	0,002271	0,002404	0,001363	0,0008116	0,0004777
22,0	0,03345	0,002049	0,001739	0,001111	0,0007262	0,0003761
23,0	0,03058	0,001884	0,001196	0,0008147	0,0005851	0,0003342
24,0	0,02803	0,001741	0,0007939	0,0005393	0,0004052	0,0002595
25,0	0,02576	0,001603	0,0005356	0,0003489	0,0002618	0,0001721

Fortsetzung auf Seite 418

Fortsetzung von Seite 417

Tabelle 5. Theoretische Streukurven von elliptischen Zylindern. Halbachsen der Ellipse b und a mit $b/a = \varepsilon$, Höhe des Zylinders H, $v = H/2a = 1$ (vgl. Abb. 7)

$s \cdot 2a$	$v = 2$	3	5	$\varepsilon = 0{,}25$	0
0,5	0,9664	0,9340	0,8406	0,9876	0,9879
1,0	0,8733	0,7680	0,5447	0,9513	0,9526
1,5	0,7412	0,5736	0,3502	0,8939	0,8966
2,0	0,5957	0,4122	0,2551	0,8194	0,8240
2,5	0,4598	0,3034	0,1895	0,7329	0,7397
3,0	0,3476	0,2332	0,1429	0,6400	0,6492
3,5	0,2627	0,1813	0,1096	0,5462	0,5576
4,0	0,2013	0,1384	0,08298	0,4561	0,4697
4,5	0,1561	0,1044	0,06322	0,3736	0,3891
5,0	0,1208	0,07920	0,04764	0,3012	0,3184
5,5	0,09199	0,06017	0,03560	0,2403	0,2588
6,0	0,06848	0,04493	0,02660	0,1910	0,2104
6,5	0,05024	0,03300	0,01956	0,1525	0,1726
7,0	0,03697	0,02438	0,01448	0,1234	0,1439
7,5	0,02768	0,01826	0,01066	0,1018	0,1226
8,0	0,02107	0,01360	0,007859	0,08585	0,1068
8,5	0,01603	0,01001	0,005895	0,07395	0,09500
9,0	0,01203	0,007504	0,004393	0,06469	0,08573
9,5	0,008934	0,005814	0,003359	0,05703	0,07801
10,0	0,006731	0,004505	0,002566	0,05032	0,07120
10,5	0,005259	0,003402	0,001960	0,04421	0,06495
11,0	0,004227	0,002582	0,001523	0,03855	0,05912
11,5	0,003365	0,002029	0,001144	0,03337	0,05372
12,0	0,002560	0,001580	0,0008764	0,02872	0,04882
12,5	0,001856	0,001164	0,0006575	0,02466	0,04447
13,0	0,001346	0,0008536	0,0004892	0,02122	0,04070
14,0	0,0009233	0,0005781	0,0003005	0,01604	0,03481
15,0	0,0007602	0,0004151	0,0002445	0,01253	0,03054
16,0	0,0006287	0,0004412	0,0002472	0,009903	0,02714
17,0	0,0006778	0,0004226	0,0002539	0,007673	0,02412
18,0	0,0006785	0,0004272	0,0002419	0,005729	0,02135
19,0	0,0005449	0,0003594	0,0002126	0,004172	0,01896
20,0	0,0004610	0,0003062		0,003070	0,01702
21,0	0,0003892	0,0002328		0,002355	0,01549
22,0	0,0002776			0,001865	0,01421
23.0				0,001457	0,01304
24,0				0,001083	0,01194
25,0				0,0007986	0,01139
15,5		0,0004177			
16,5		0,0004379			
17,5		0,0004244			

Tabelle 6. Theoretische Streukurven von Hohlzylindern. Innenradius r_i, Außenradius r_a mit $r_i : r_a = 0{,}3$; Höhe des Zylinders H, $v = H/2\,r_a$ (vgl. Abb. 11)

$s \cdot 2r_a$	$v = 0$	0,2	1/3	0,5	0,6	0,75	0,9
0,5	0,9887	0,9884	0,9879	0,9870	0,9862	0,9848	0,9831
1,0	0,9556	0,9545	0,9526	0,9488	0,9459	0,9405	0,9340
1,5	0,9027	0,9004	0,8962	0,8882	0,8819	0,8705	0,8568
2,0	0,8335	0,8296	0,8226	0,8091	0,7987	0,7800	0,7579
2,5	0,7522	0,7464	0,7362	0,7167	0,7018	0,6755	0,6452
3,0	0,6636	0,6558	0,6422	0,6167	0,5975	0,5642	0,5269
3,5	0,5724	0,5627	0,5458	0,5148	0,4919	0,4531	0,4112
4,0	0,4832	0,4717	0,4520	0,4164	0,3906	0,3484	0,3047
4,5	0,4000	0,3869	0,3648	0,3258	0,2984	0,2550	0,2126
5,0	0,3257	0,3113	0,2874	0,2463	0,2185	0,1763	0,1379
5,5	0,2622	0,2469	0,2218	0,1800	0,1528	0,1139	0,08146
6,0	0,2105	0,1944	0,1687	0,1275	0,1020	0,06783	0,04240
6,5	0,1703	0,1538	0,1279	0,08823	0,06511	0,03664	0,01844
7,0	0,1408	0,1240	0,09833	0,06091	0,04059	0,01803	0,006399
7,5	0,1204	0,1034	0,07818	0,04344	0,02607	0,009104	0,002814
8,0	0,1071	0,09002	0,06538	0,03347	0,01895	0,006858	0,004365
8,5	0,09896	0,08181	0,05777	0,02864	0,01671	0,008513	0,008250
9,0	0,09408	0,07680	0,05336	0,02681	0,01711	0,01177	0,01238
9,5	0,09085	0,07340	0,05050	0,02628	0,01842	0,01497	0,01545
10,0	0,08804	0,07035	0,04795	0,02583	0,01944	0,01709	0,01686
10,5	0,08487	0,06692	0,04495	0,02472	0,01952	0,01770	0,01655
11,0	0,08082	0,06269	0,04117	0,02270	0,01846	0,01684	0,01487
11,5	0,07601	0,05763	0,03659	0,01984	0,01640	0,01482	0,01232
12,0	0,07051	0,05193	0,03145	0,01641	0,01370	0,01213	0,009441
12,5	0,06465	0,04591	0,02609	0,01281	0,01075	0,009240	0,006685
13,0	0,05877	0,03995	0,02090	0,009399	0,007949	0,006549	0,004359
14,0	0,04813	0,02934	0,01218	0,004199	0,003737	0,002666	0,001459
15,0	0,04002	0,02150	0,006502	0,001687	0,001807	0,0009550	0,0005440
16,0	0,03433	0,01624	0,003477	0,001122	0,001358	0,0005628	0,0005363
17,0	0,03018	0,01259	0,001980	0,001258	0,001278	0,0005211	0,0006133
18,0	0,02666	0,009724	0,001091	0,001282	0,0009860	0,0003998	0,0004806
19,0	0,02368	0,007328	0,0004878	0,001070	0,0005469	0,0002589	0,0002605
20,0	0,02119	0,005476	0,0002408	0,0008664	0,0002719	0,0002676	0,0001529
21,0	0,01924	0,004289	0,0004087	0,0008409	0,0003026	0,0004324	0,0002222
22,0	0,01789	0,003606	0,0008215	0,0009170	0,0005065	0,0005987	0,0003731
23,0	0,01674	0,003108	0,001171	0,0008969	0,0006460	0,0006120	0,0004586
24,0	0,01555	0,002534	0,001240	0,0006805	0,0005968	0,0004497	0,0004026
25,0	0,01424	0,001840	0,001053	0,0003615	0,0004221	0,0002266	0,0002519

Fortsetzung auf Seite 420

Fortsetzung von Seite 419

$s \cdot 2r_a$	$v = 1$	1,2	1.3	1,5	2	3	5
0,5	0,9818	0,9788	0,9771	0,9734	0,9617	0,9294	0,8362
1,0	0,9291	0,9178	0,9114	0,8974	0,8557	0,7517	0,5316
1,5	0,8465	0,8234	0,8107	0,7832	0,7060	0,5436	0,3292
2,0	0,7416	0,7058	0,6866	0,6463	0,5424	0,3704	0,2277
2,5	0,6232	0,5764	0,5522	0,5035	0,3914	0,2530	0,1571
3,0	0,5007	0,4470	0,4204	0,3698	0,2689	0,1773	0,1074
3,5	0,3827	0,3273	0,3015	0,2556	0,1790	0,1225	0,07273
4,0	0,2764	0,2247	0,2024	0,1660	0,1171	0,07965	0,04650
4,5	0,1866	0,1431	0,1261	0,1014	0,07512	0,04829	0,02864
5,0	0,1160	0,08314	0,07207	0,05845	0,04594	0,02783	0,01613
5,5	0,06470	0,04315	0,03739	0,03200	0,02538	0,01495	0,008046
6,0	0,03100	0,01954	0,01769	0,01692	0,01171	0,006735	0,003480
6,5	0,01188	0,008013	0,008346	0,008980	0,004118	0,002192	0,001026
7,0	0,003663	0,004336	0,005292	0,005289	0,001409	0,0007815	0,0003595
7,5	0,002601	0,004949	0,005461	0,004132	0,001818	0,001204	0,0005330
8,0	0,005380	0,007249	0,006860	0,004538	0,003506	0,002147	0,001156
8,5	0,009417	0,009615	0,008395	0,005856	0,005183	0,003125	0,001938
9,0	0,01298	0,01125	0,009581	0,007503	0,006318	0,004091	0,002498
9,5	0,01514	0,01192	0,01026	0,008917	0,006903	0,004800	0,002885
10,0	0,01564	0,01172	0,01041	0,009653	0,007065	0,004951	0,002951
10,5	0,01468	0,01087	0,01004	0,009493	0,006838	0,004590	0,002768
11,0	0,01271	0,009605	0,009178	0,008492	0,006182	0,003995	0,002429
11,5	0,01022	0,008101	0,007898	0,006929	0,005129	0,003307	0,001946
12,0	0,007688	0,006506	0,006335	0,005169	0,003860	0,002524	0,001472
12,5	0,005424	0,004938	0,004675	0,003548	0,002635	0,001727	0,001014
13,0	0,003612	0,003498	0,003121	0,002269	0,001662	0,001080	0,0006324
14,0	0,001453	0,001332	0,0009362	0,0008453	0,0005930	0,0003673	0,0001650
15,0	0,0007245	0,0003216	0,0002003	0,0003642	0,0001739	0,0000510	0,0000253
16,0	0,0005754	0,0001819	0,0002772	0,0002027	0,0000841	0,0000945	0,0000350
17,0	0,0004751	0,0003106	0,0003725	0,0001726	0,0001734	0,0000801	0,0000513
18,0	0,0002840	0,0003058	0,0002385	0,0001768	0,0001320	0,0000761	0,0000328
19,0	0,0001180	0,0001689	0,0000708	0,0001230	0,0000270	0,0000156	0,00000789
20,0	0,0001070	0,0000899	0,0000607	0,0000691	0,0000473	0,0000279	0,00000979
21,0	0,0002474	0,0001589	0,0001848	0,0001208	0,0001138	0,0000600	
22,0	0,0004069	0,0002933	0,0003027	0,0002375	0,0001653	0,0001203	
23,0	0,0004456	0,0003554	0,0003166	0,0002846	0,0002005	0,0001274	
24,0	0,0003332	0,0002874	0,0002323	0,0002130	0,0001595	0,0001013	
25,0	0,0001649	0,0001502	0,0001249	0,0001013	0,0000716	0,0000460	

Tabelle 7. Theoretische Streukurven von Hohlzylindern. Innenradius r_i, Außenradius r_a mit $r_i : r_a = 0{,}5$; Höhe des Zylinders H, $v = H/2\,r_a$ (vgl. Abb. 12)

$s \cdot 2\,r_a$	$v = 0$	0,2	0,4	0,6	0,75	1
0,5	0,9871	0,9868	0,9860	0,9846	0,9832	0,9802
1,0	0,9492	0,9481	0,9449	0,9395	0,9342	0,9228
1,5	0,8890	0,8867	0,8798	0,8684	0,8571	0,8334
2,0	0,8109	0,8070	0,7954	0,7766	0,7582	0,7205
2,5	0,7201	0,7144	0,6976	0,6709	0,6453	0,5943
3,0	0,6224	0,6149	0,5930	0,5587	0,5266	0,4656
3,5	0,5238	0,5145	0,4879	0,4472	0,4104	0,3478
4,0	0,4298	0,4189	0,3883	0,3430	0,3035	0,2367
4,5	0,3448	0,3326	0,2989	0,2510	0,2113	0,1495
5,0	0,2718	0,2587	0,2232	0,1747	0,1371	0,08410
5,5	0,2131	0,1993	0,1628	0,1157	0,08181	0,04016
6,0	0,1688	0,1546	0,1180	0,07377	0,04475	0,01499
6,5	0,1381	0,1237	0,08768	0,04719	0,02353	0,004571
7,0	0,1194	0,1047	0,06962	0,03326	0,01476	0,004329
7,5	0,1099	0,09512	0,06099	0,02865	0,01462	0,009833
8,0	0,1070	0,09199	0,05872	0,02994	0,01938	0,01736
8,5	0,1079	0,09255	0,05987	0,03399	0,02583	0,02419
9,0	0,1101	0,09434	0,06196	0,03828	0,03154	0,02871
9,5	0,1118	0,09547	0,06312	0,04107	0,03501	0,03032
10,0	0,1116	0,09472	0,06222	0,04142	0,03560	0,02916
10,5	0,1091	0,09149	0,05882	0,03914	0,03343	0,02587
11,0	0,1041	0,08582	0,05310	0,03461	0,02910	0,02131
11,5	0,09707	0,07815	0,04562	0,02860	0,02349	0,01631
12,0	0,08867	0,06920	0,03721	0,02198	0,01754	0,01157
12,5	0,07970	0,05980	0,02875	0,01562	0,01203	0,007578
13,0	0,07091	0,05073	0,02098	0,01078	0,007517	0,004519
14,0	0,05616	0,03575	0,009552	0,003389	0,002315	0,001365
15,0	0,04669	0,02641	0,004333	0,001831	0,001395	0,001012
16,0	0,04167	0,02168	0,003540	0,003001	0,002332	0,001758
17,0	0,03877	0,01909	0,004295	0,004185	0,003038	0,002288
18,0	0,03598	0,01660	0,004548	0,004060	0,002772	0,002110
19,0	0,03254	0,01351	0,003781	0,002834	0,001886	0,001419
20,0	0,02862	0,01017	0,002535	0,001411	0,001020	0,0006903
21,0	0,02514	0,007250	0,001512	0,0004852	0,0005208	0,0002603
22,0	0,02237		0,001017	0,0001745	0,0003440	0,0001459
23,0	0,02025	0,003713	0,0008885	0,0002026	0,0002808	0,0001593
24,0	0,01829	0,002703	0,0008359	0,0002694	0,0001948	0,0001394
25,0	0,01673	0,001900	0,0007122	0,0002649	0,0000932	0,0000725

Fortsetzung auf Seite 422

Fortsetzung von Seite 421

$s \cdot 2 r_a$	$v = 1{,}2$	1,4	1,6	2	3	5
0,5	0,9772	0,9737	0,9696	0,9600	0,9278	0,8347
1,0	0,9115	0,8984	0,8837	0,8497	0,7462	0,5271
1,5	0,8105	0,7845	0,7562	0,6942	0,5335	0,3221
2,0	0,6852	0,6468	0,6065	0,5248	0,3566	0,2187
2,5	0,5488	0,5016	0,4548	0,3694	0,2370	0,1468
3,0	0,4141	0,3639	0,3179	0,2446	0,1602	0,09661
3,5	0,2917	0,2450	0,2064	0,1546	0,1055	0,06211
4,0	0,1893	0,1513	0,1239	0,09430	0,06384	0,03676
4,5	0,1108	0,08423	0,06849	0,05528	0,03466	0,02032
5,0	0,05631	0,04124	0,03483	0,02998	0,01706	0,009608
5,5	0,02331	0,01744	0,01654	0,01388	0,007383	0,003533
6,0	0,007302	0,007149	0,008034	0,004908	0,002419	0,0009873
6,5	0,003149	0,005126	0,005323	0,001836	0,0009542	0,0004150
7,0	0,005954	0,007337	0,005954	0,003109	0,002213	0,001359
7,5	0,01172	0,01110	0,008482	0,006664	0,004712	0,002777
8,0	0,01764	0,01489	0,01189	0,01051	0,007069	0,004244
8,5	0,02209	0,01793	0,01527	0,01337	0,008811	0,005461
9,0	0,02443	0,01986	0,01779	0,01481	0,009944	0,006090
9,5	0,02466	0,02054	0,01884	0,01498	0,01031	0,006245
10,0	0,02315	0,01991	0,01822	0,01419	0,009753	0,005863
10,5	0,02042	0,01806	0,01616	0,01266	0,008473	0,005109
11,0	0,01700	0,01525	0,01319	0,01055	0,006890	0,004159
11,5	0,01332	0,01189	0,009929	0,008091	0,005255	0,003098
12,0	0,009765	0,008451	0,006902	0,005612	0,003658	0,002133
12,5	0,006606	0,005373	0,004420	0,003467	0,002240	0,001302
13,0	0,004044	0,002977	0,002591	0,001886	0,001189	0,0006793
14,0	0,001058	0,0005945	0,0006803	0,0004242	0,0002115	0,0000766
15,0	0,0005738	0,0005715	0,0004199	0,0003325	0,0001623	0,0000948
16,0	0,001306	0,001252	0,0009631	0,0007715	0,0005496	0,0003209
17,0	0,001906	0,001608	0,001434	0,001150	0,0007390	0,0004515
18,0	0,001792	0,001450	0,001329	0,001040	0,0006893	0,0004028
19,0	0,001182	0,0009830	0,0008324	0,0006440	0,0004223	0,0002504
20,0	0,0005563	0,0004838	0,0003753	0,0003070	0,0001926	0,0001053
21,0	0,0001921	0,0001624	0,0001375	0,0000965	0,0000441	
22,0	0,0000847	0,0000591	0,0000600	0,0000230	0,0000190	
23,0	0,0000955	0,0000670	0,0000521	0,0000439	0,0000186	
24,0	0,0001026	0,0000739	0,0000547	0,0000463	0,0000266	
25,0	0,0000703	0,0000523	0,0000412	0,0000208	0,0000113	

Tabelle 8. Theoretische Streukurven von Hohlzylindern. Innenradius r_i, Außenradius r_a mit $r_i = r_a = r$; Höhe des Zylinders H, $v = H/2r$ (vgl. Abb. 14)

$s \cdot 2r$	$v = 0$	0,5	0,75	1	1,5	3
0,5	0,9794	0,9776	0,9755	0,9725	0,9641	0,9203
1,0	0,9197	0,9132	0,9050	0,8938	0,8629	0,7207
1,5	0,8276	0,8138	0,7970	0,7743	0,7142	0,4884
2,0	0,7129	0,6906	0,6640	0,6291	0,5426	0,2977
2,5	0,5872	0,5564	0,5207	0,4756	0,3736	0,1723
3,0	0,4625	0,4242	0,3816	0,3306	0,2280	0,09685
3,5	0,3495	0,3056	0,2591	0,2072	0,1184	0,04919
4,0	0,2562	0,2088	0,1618	0,1139	0,04808	0,01908
4,5	0,1871	0,1383	0,09359	0,05311	0,01271	0,004388
5,0	0,1431	0,09435	0,05376	0,02231	0,003142	0,001829
5,5	0,1216	0,07362	0,03783	0,01495	0,008850	0,005567
6,0	0,1177	0,07027	0,03881	0,02249	0,02059	0,01102
6,5	0,1249	0,07716	0,04881	0,03632	0,03183	0,01625
7,0	0,1364	0,08730	0,06055	0,04932	0,03903	0,02016
7,5	0,1466	0,09495	0,06857	0,05683	0,04110	0,02158
8,0	0,1514	0,09644	0,06981	0,05699	0,03847	0,02012
8,5	0,1489	0,09047	0,06376	0,05037	0,03242	0,01658
9,0	0,1393	0,07787	0,05196	0,03920	0,02450	0,01215
9,5	0,1243	0,06106	0,03724	0,02645	0,01624	0,007713
10,0	0,1067	0,04324	0,02281	0,01494	0,009031	0,003888
10,5	0,08991	0,02753	0,01141	0,006669	0,003899	0,001299
11,0	0,07637	0,01629	0,004736	0,002570	0,001389	0,0002890
11,5	0,06778	0,01066	0,003183	0,002460	0,001467	0,0006685
12,0	0,06456	0,01047	0,005940	0,005321	0,003550	0,001930
12,5	0,06598	0,01440	0,01131	0,009687	0,006681	0,003575
13,0	0,07042	0,02045	0,01735	0,01405	0,009796	0,005159
14,0	0,08016	0,03047	0,02452	0,01839	0,01276	0,006556
15,0	0,08051	0,02919	0,02063	0,01484	0,009955	0,004955
16,0	0,06904	0,01780	0,01009	0,007218	0,004459	0,002089
17,0	0,05402	0,006306	0,002090	0,001694	0,0007513	0,0002325
18,0	0,04565	0,003261	0,001783	0,001565	0,0009747	0,0004895
19,0	0,04731	0,008666	0,006928	0,005296	0,003779	0,001979
20,0	0,05375	0,01540	0,01137	0,008571	0,005983	0,003078
21,0					0,005513	
22,0					0,002995	

Tabelle 9 (Ergänzungen) Theoretische Streukurven von Hohlzylindern. Innenradius r_i, Außenradius r_a mit $r_i : r_a = 0{,}2$; Höhe des Zylinders H, $v = H/2\,r_a$ (vgl. Abb. 10)

$s \cdot 2\,r_a$	$v = 0{,}75$	1	1,2	1,3	1,5
0,5	0,9854	0,9824	0,9794	0,9777	0,9739
1,0	0,9425	0,9311	0,9197	0,9134	0,8994
1,5	0,8747	0,8507	0,8275	0,8147	0,7872
2,0	0,7869	0,7484	0,7123	0,6930	0,6525
2,5	0,6852	0,6325	0,5853	0,5609	0,5118
3,0	0,5765	0,5122	0,4578	0,4308	0,3795
3,5	0,4673	0,3957	0,3393	0,3129	0,2659
4,0	0,3637	0,2900	0,2369	0,2139	0,1763
4,5	0,2704	0,1999	0,1546	0,1369	0,1109
5,0	0,1909	0,1280	0,09332	0,08148	0,06660
5,5	0,1267	0,07469	0,05140	0,04495	0,03849
6,0	0,07805	0,03852	0,02556	0,02315	0,02159
6,5	0,04389	0,01674	0,01173	0,01169	0,01184
7,0	0,02215	0,005903	0,005892	0,006673	0,006456
7,5	0,01022	0,002504	0,004634	0,005136	0,003804
8,0	0,005328	0,003377	0,005432	0,005156	0,002980
8,5	0,004869	0,006015	0,006699	0,005667	0,003377
9,0	0,006645	0,008696	0,007627	0,006185	0,004432
9,5	0,009003	0,01045	0,007954	0,006535	0,005574
10,0	0,01088	0,01095	0,007724	0,006653	0,006322
10,5	0,01174	0,01028	0,007096	0,006496	0,006396
11,0	0,01148	0,008792	0,006229	0,006032	0,005777
11,5	0,01029	0,006908	0,005244	0,005261	0,004670
12,0	0,008513	0,005008	0,004221	0,004249	0,003385
12,5	0,006519	0,003362	0,003219	0,003122	0,002210
13,0	0,004626	0,002111	0,002293	0,002037	0,001324
14,0	0,001891	0,0008200	0,0008784	0,0005194	0,0004813
15,0	0,0007425	0,0005891	0,0002385	0,0001190	0,0003090
16,0	0,0005299	0,0006323	0,0002133	0,0003048	0,0002454
17,0	0,0005119	0,0005288	0,0003370	0,0004138	0,0002030
18,0	0,0003947	0,0002819	0,0003165	0,0002541	0,0001804
19,0	0,0002467	0,0000906	0,0001694	0,0000618	0,0001201
20,0	0,0002813	0,0000953	0,0000903	0,0000542	0,0000727
21,0	0,0004801	0,0002793	0,0001782	0,0002084	0,0001408
22,0	0,0006864	0,0004853	0,0003502	0,0003639	0,0002868
23,0	0,0007404	0,0005578	0,0004512	0,0004053	0,0003635
24,0	0,0006047	0,0004589	0,0004010	0,0003317	0,0003037
25,0	0,0003807	0,0002832	0,0002541	0,0002195	0,0001843

Zusammenfassung

Die Berechnung der Streukurven von elliptischen Zylindern und Hohlzylindern wurde nach derselben prinzipiellen Methode, gegründet auf bloße Interferenzbetrachtungen, wie bei den Parallelepipeden durchgeführt. Die für die Berechnung nötigen Querschnittsfunktionen wurden bei den hohlen Kreiszylindern durch die Amplitude bei den elliptischen Zylindern durch Mittelung über die affinen Kreisfunktionen hergestellt. Alle numerischen Integrationen wurden mit Hilfe der SIMPSONschen Formel durchgeführt, wobei eine Genauigkeit von etwa vier Stellen gesichert ist. Das allgemeine Streuverhalten der elliptischen Zylinder entspricht im wesentlichen dem der Parallelepipede. Die Hohlzylinder unterscheiden sich diesbezüglich von den Vollzylindern durch die bedeutend stärkere Ausbildung der Nebenmaxima.

Für die Anregung und unermüdliche Förderung dieser Arbeit sind wir Herrn Prof. Dr. O. KRATKY, Vorstand des Instituts für physikalische Chemie zu großem Dank verpflichtet. Die numerische Berechnung wurde am Mathematischen Labor der Technischen Hochschule Wien durchgeführt. Unser aufrichtiger Dank gebührt Herrn Prof. Dr. R. INZINGER, Vorstand des III. Mathematischen Instituts, sowie Herrn Prof. Dr. W. KNÖDEL und Herrn Dr. V. SCHEIBER für die Überlassung der elektronischen Rechenmaschine zu diesem Zweck und die Unterstützung bei der Durchführung der Rechnung. Ferner danken wir Fräulein B. MÜLLER für freundliche Hilfe beim Zeichnen der Kurven.

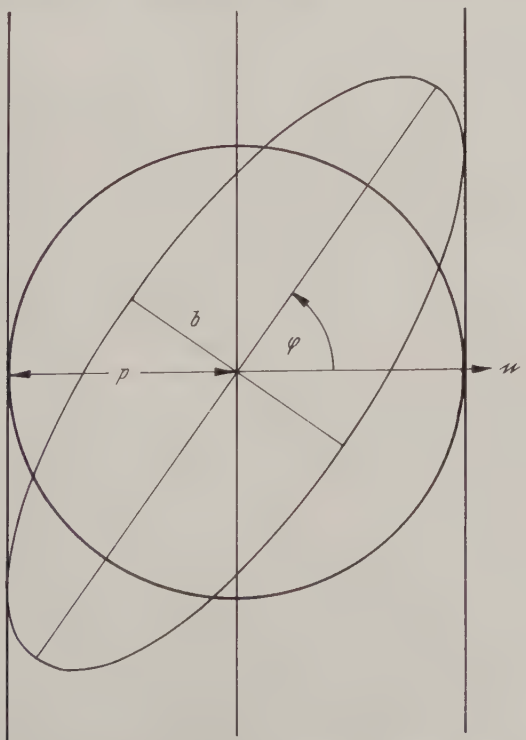


Abb. 1. Zusammenhang zwischen Ellipse und affinem Kreis

Abb. 2. Querschnittsfunktionen elliptischer Zylinder vom Achsenverhältnis ε

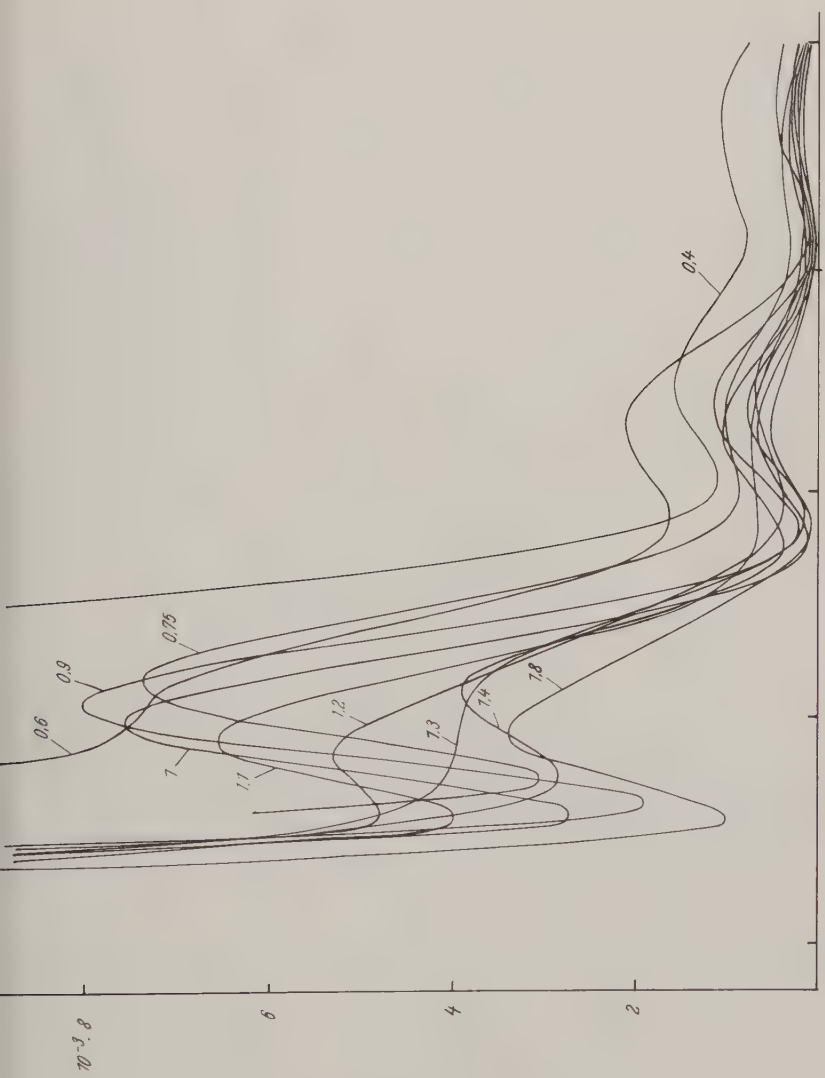


Abb. 3. Streukurven von Vollzylindern (Streckungsverhältnis v)

Abb. 4. Streukurven elliptischer Zylinder mit Achsenverhältnis $\varepsilon = 0{,}75$ und Streckungsverhältnis v

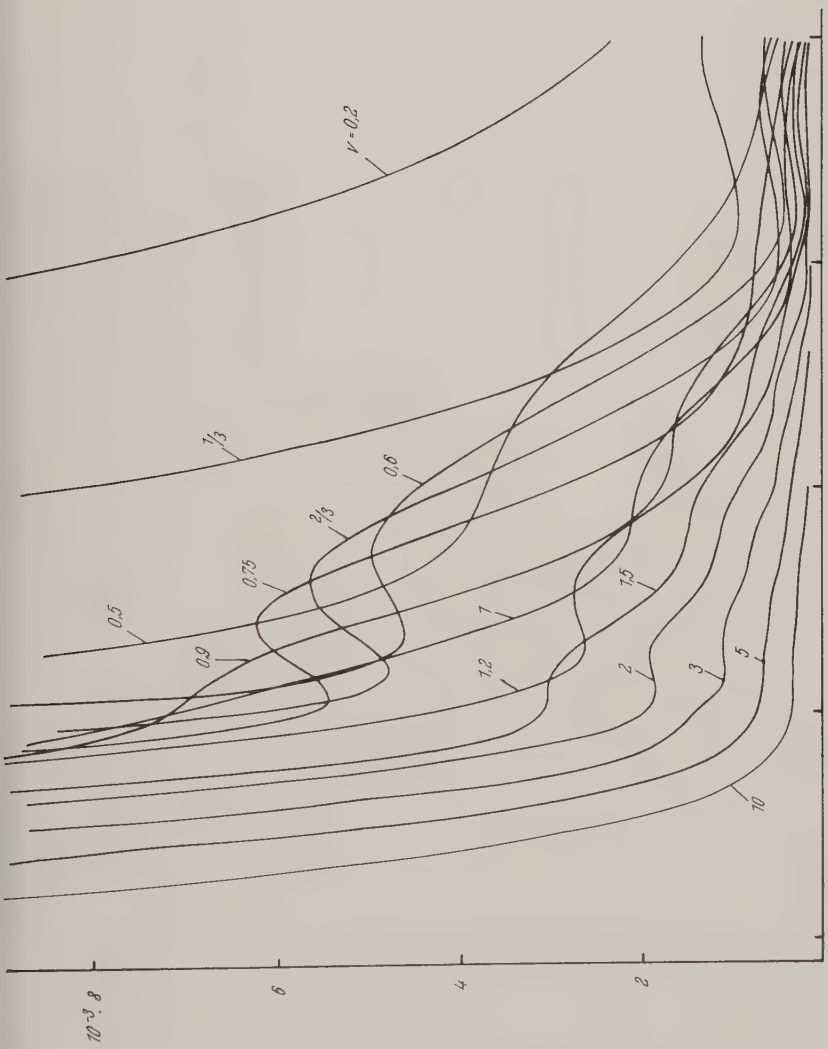


Abb. 5. Streukurven elliptischer Zylinder mit Achsenverhältnis $\varepsilon = 2/3$ und Streckungsverhältnis ν

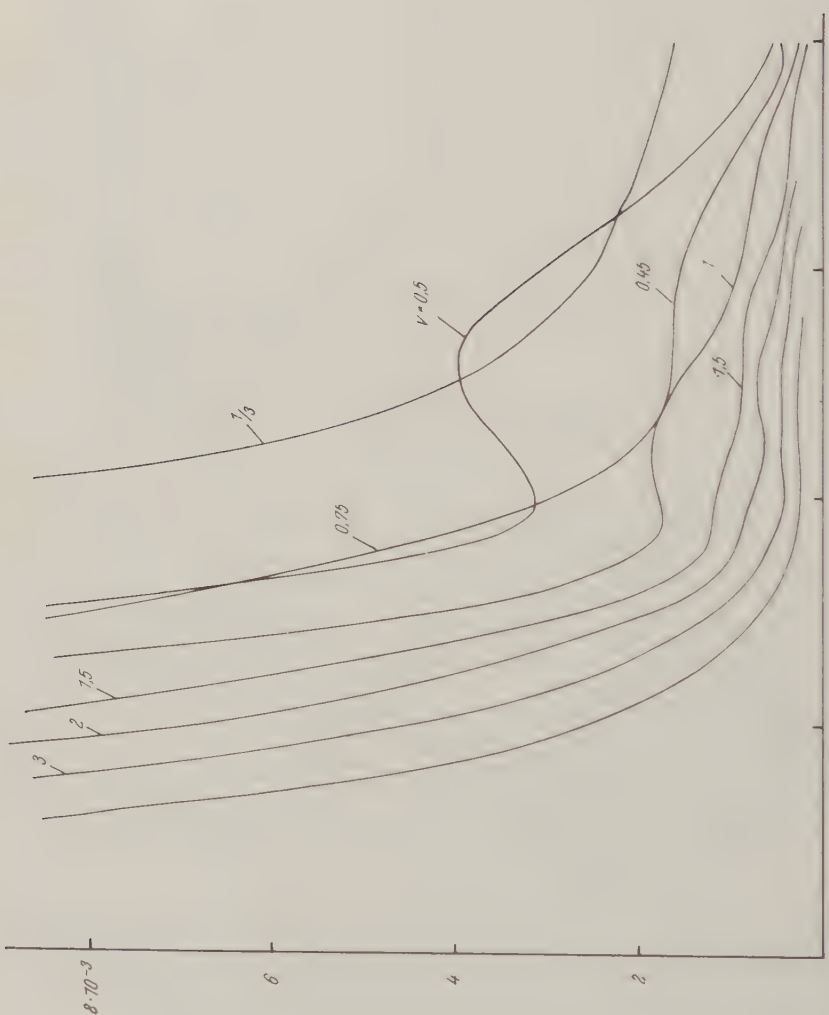


Abb. 6. Streukurven elliptischer Zylinder mit Achsenverhältnis $\varepsilon = 0{,}5$ und Streckungsverhältnis ν (Lies 0,75 statt 0,45)

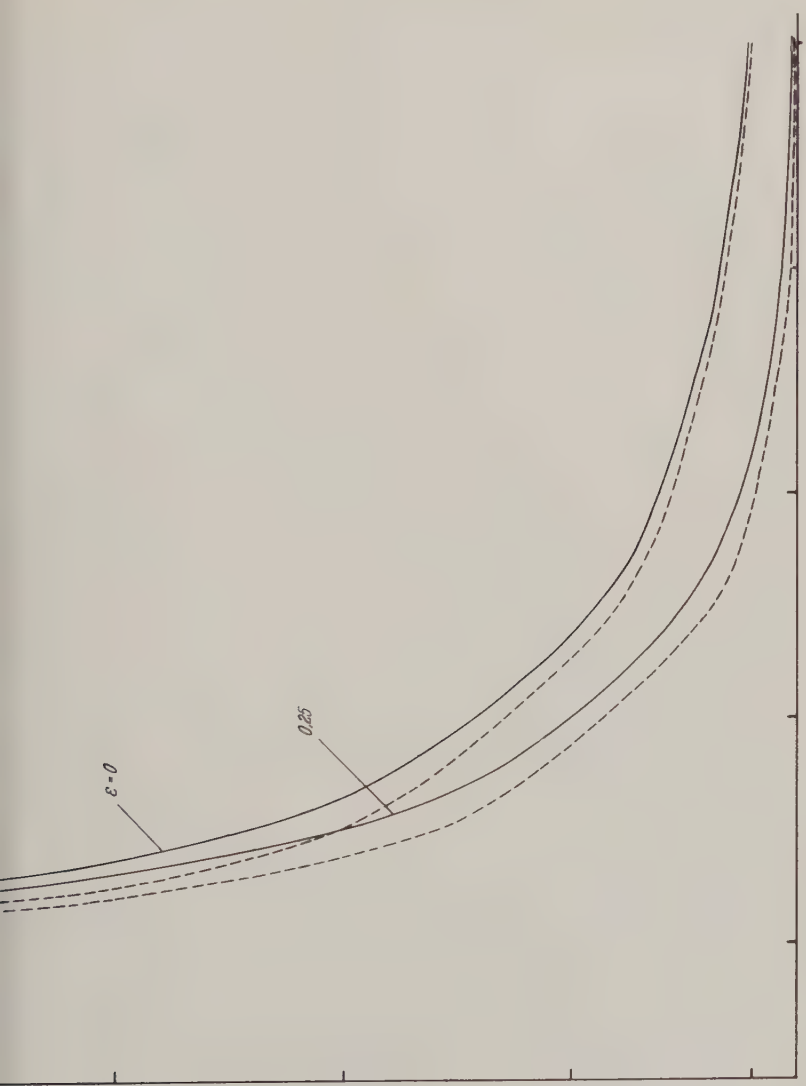


Abb. 7. Streukurven elliptischer Zylinder vom Achsenverhältnis ε und Streckungsverhältnis $v = 1$ (Lamellen). Dazu die Streukurven der Lamellen mit rechteckigem Querschnitt vom Seitenverhältnis ε (strichliert)

Abb. 8. Pseudoquerschnittsfunktionen $s\,H/\pi\,\Phi$ von elliptischen Zylindern mit Achsenverhältnis $\varepsilon = 2/3$ und Streckungsverhältnis ν

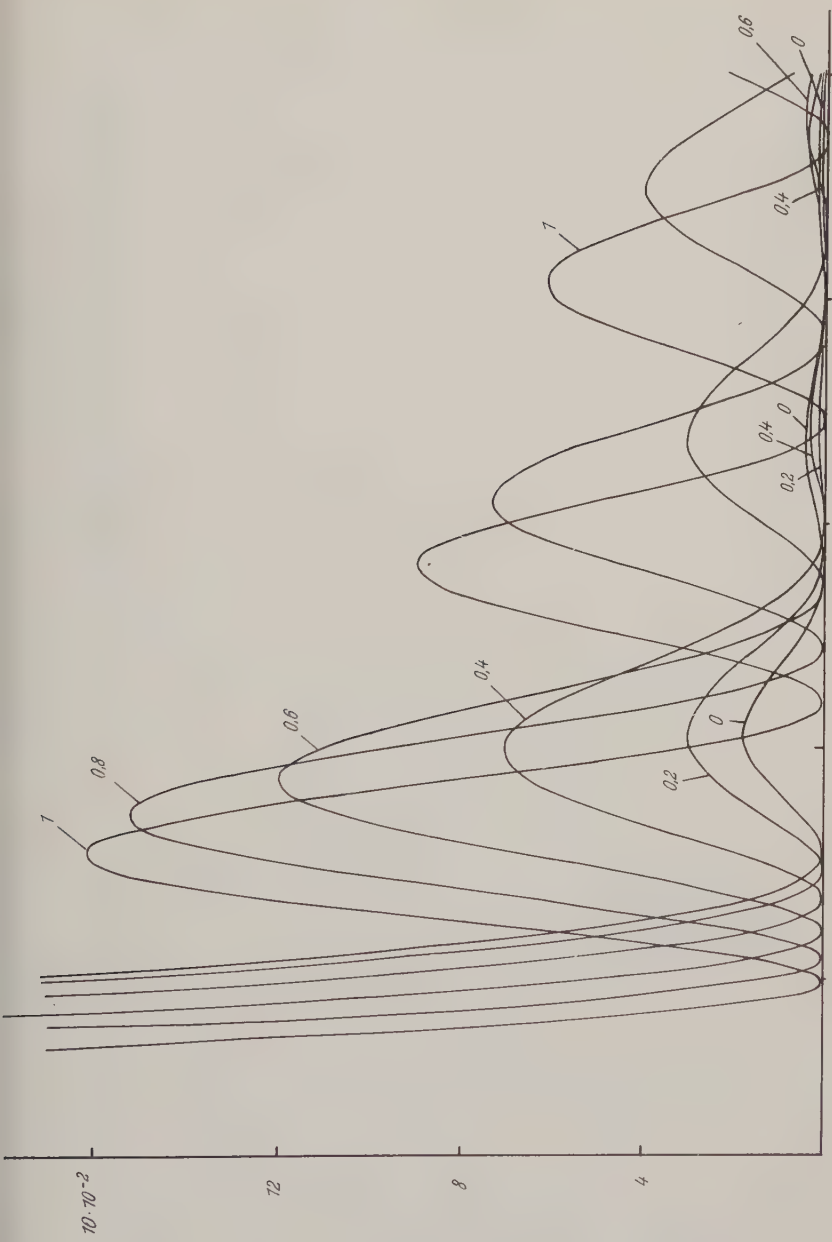


Abb. 9. Querschnittsfunktionen von Hohlzylindern (Öffnungsverhältnis γ)

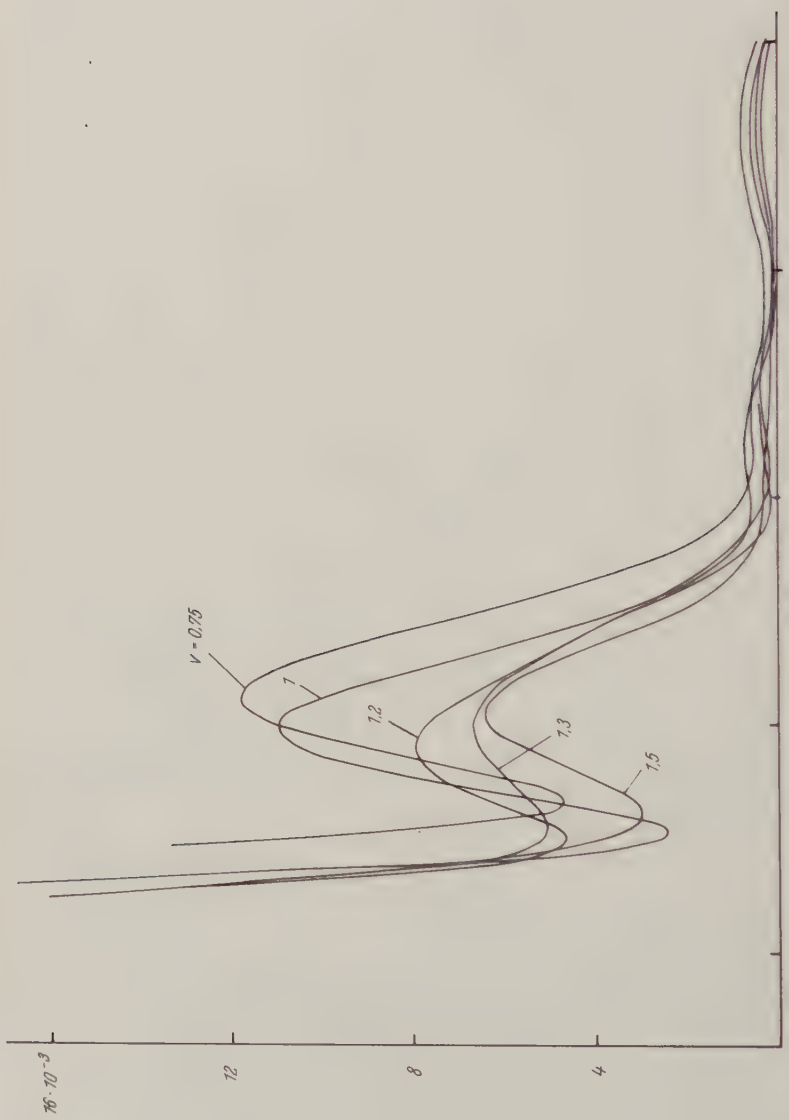


Abb. 10. Streukurven von Hohlzylindern mit Öffnungsverhältnis $\gamma = 0{,}2$ und Streckungsverhältnis ν

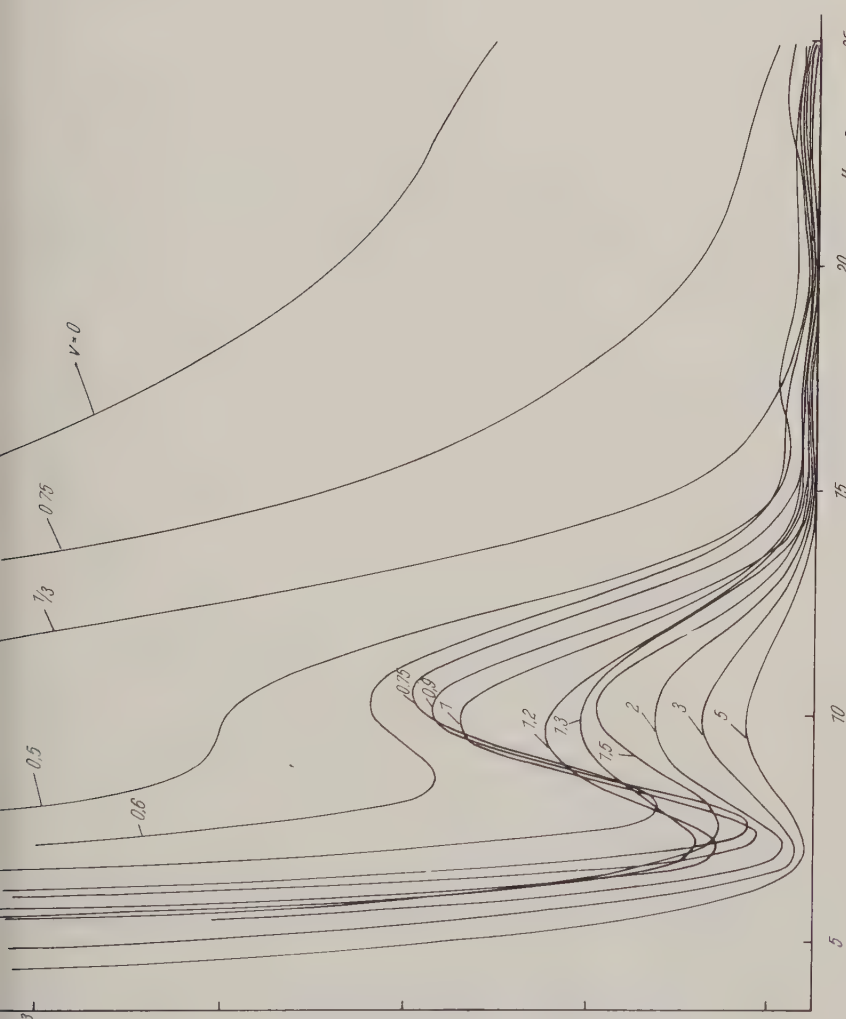


Abb. 11. Streukurven von Hohlzylindern mit Öffnungsverhältnis $\gamma = 0{,}3$ und Streckungsverhältnis ν

Abb. 12. Streukurven von Hohlzylindern mit Öffnungsverhältnis $\gamma = 0.5$ und Streckungsverhältnis $\varepsilon < 1$

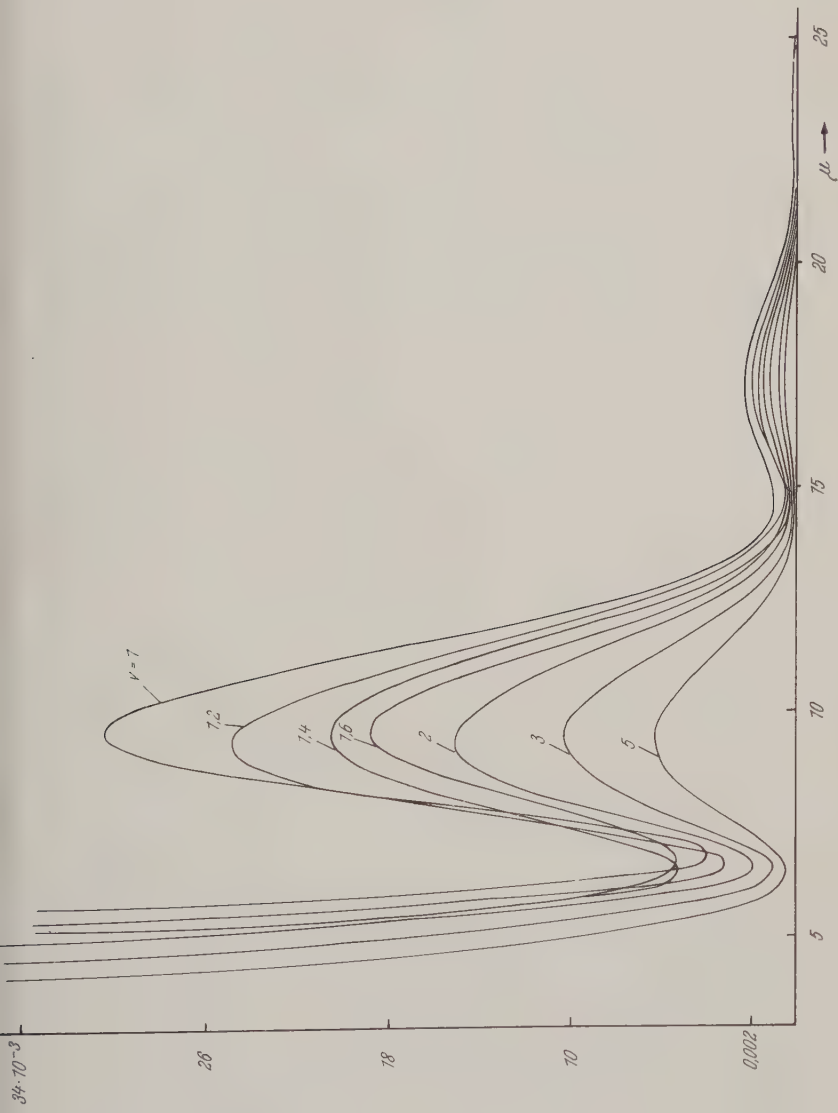


Abb. 13. Streukurven von Hohlzylindern mit Öffnungsverhältnis $\gamma = 0{,}5$ und Streckungsverhältnis $\nu > 1$

Abb. 14. Streukurven von Hohlzylindern mit Öffnungsverhältnis $\gamma = 1$ und Streckungsverhältnis ν (Zylindermantel)

Literatur

1. A. Guinier, Thèses, Serie A, 1854 (1939).
2. O. Kratky und A. Sekora, Naturwiss. **31**, 46 (1943).
3. O. Kratky, Mh. Chem. **76**, 325 (1946).
4. C. G. Shull und L. C. Roess, J. applied Physics **18**, 308 (1947).
5. O. Kratky und G. Porod, Acta Physica Austriaca **2**, 133 (1948).
6. O. Kratky, J. Polymer. Sci. **3**, 195 (1948).
7. G. Porod, Acta Physica Austriaca **2**, 255 (1948).
8. B. R. Leonard jr., Thesis University of Wisconsin (1951).
9. G. Oster und D. P. Riley, Acta crystallogr. **5**, 1 (1952).
10. P. W. Schmidt, Acta crystallogr. **8**, 772 (1955).
11. G. Beidl, M. Bischof, G. Glatz, G. Porod, J. Ch. v. Sacken und H. Wawra, Z. Elektrochem. **61**, 1311 (1957).
12. A. G. Malmon, Acta crystallogr. **10**, 639 (1957).
13. P. W. Schmidt und R. Hight, J. applied Physics **30**, 866 (1959).
14. P. Mittelbach und G. Porod, Acta Physica Austriaca, **14**, 185 (1961)
15. G. Fournet, Bull. soc. franc. mineral. et crist. **74**, 39 (1951).

Eine Methode zur h-Bestimmung mit geringem experimentellem Aufwand

Von

F. Aussenegg

Physikalisches Institut der Universität Graz

Mit 5 Abbildungen

(*Eingegangen am 7. Februar 1961*)

Zusammenfassung

Es wird ein Verfahren zur Bestimmung des PLANCKschen Wirkungsquantums angegeben, bei dem die elektromotorische Kraft einer Photozelle durch Aufladen eines Kondensators und ballistischer Ladungsmessung bestimmt wird. Dieses Verfahren hat den Vorteil, daß es mit relativ unempfindlichen Meßinstrumenten durchgeführt werden kann und dennoch gute Ergebnisse liefert; es dürfte in erster Linie für den Physikunterricht von Interesse sein.

Bekanntlich läßt sich das PLANCKsche Wirkungsquantum h aus dem lichtelektrischen Effekt in einfacher Weise bestimmen, wenn man den Photostrom durch eine Gegenspannung kompensiert. Entsprechend der Beziehung $h\nu = A + \frac{1}{2} m v^2$ ergibt sich für jede Frequenz eine Gegenspannung U aus $eU = \frac{1}{2} m v^2$. Damit erhält man h aus den für zwei Frequenzen ν_1 und ν_2 bestimmten Kompensationsspannungen U_1 und U_2 mit $h = e(U_1 - U_2)/(\nu_1 - \nu_2)$. Eine unmittelbare Messung der elektromotorischen Kraft einer Photozelle, bei welcher der Photozelle Strom entnommen wird, verbietet sich von selbst, da der innere Spannungsabfall $U_i = R_i \cdot I$ von der Strahlungsintensität der Lampe abhängt und dadurch auch die gemessene Klemmenspannung außer von der Lichtfrequenz ν von der Strahlungsintensität abhängig wird. Erschwerend wirkt noch der Umstand, daß der Innenwiderstand R_i von Hochvakuumphotozellen, die als einzige für diese Messungen in Betracht kommen, auch bei intensiver Bestrahlung mit Spektrallampen herkömmlicher Art nicht wesentlich unter 10 MΩ absinkt.

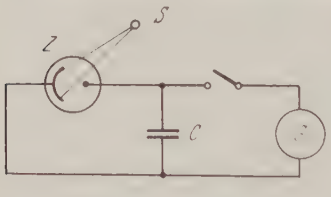


Abb. 1. Prinzipschaltung

Für die übliche Kompensationsmessung der Spannung benötigt man Null-Instrumente mit Empfindlichkeiten bis zu 10^{-13} A/Skt. Solche

Instrumente sind meist sehr empfindlich gegen elektrische Störungen und für Unterrichtszwecke wenig geeignet.

Es soll hier eine Meßmethode gezeigt werden, die diese Schwierigkeit durch zeitliche Integration der zur Verfügung stehenden Meßleistung zu bewältigen versucht.

Bei der in Abb. 1 skizzierten Anordnung lädt die durch die Spektrallampe S belichtete Photozelle Z den Kondensator C auf. Nach genügend langer Aufladezeit hat die Spannung am Kondensator praktisch die elektromotorische Kraft der Photozelle erreicht. Die am Kondensator sitzende Ladungsmenge Q bzw. Spannung U wird nun nach Abdunkeln der Lichtquelle ($R_i = \infty$) mit dem Galvanometer G ballistisch gemessen.

Bei der angeführten Methode wird also tatsächlich nur die der Lichtfrequenz ν proportionale elektromotorische Kraft gemessen, während sich verschiedene Lichtintensitäten nur durch verschieden lange Mindestladezeiten äußern.

Man kann annehmen, daß bei gleichzeitiger Bestrahlung der Zelle mit mehreren Spektrallinien der Ladevorgang wie folgt vor sich geht: Bis zum Erreichen der Endspannung der längstwelligen Linie wird der Ladestrom durch Licht aller eingestrahlten Linien hervorgerufen. Nach Erreichen dieser Spannung fällt die zugehörige Linie für die Stromlieferung aus, ein Vorgang, der sich für alle folgenden Linien der Reihe nach wiederholt. Als Endspannung am Kondensator wird sich also diejenige Spannung einstellen, die der höchstfrequenten Linie des Spektrums zugeordnet ist. Daraus ist ersichtlich, daß kein kürzerwelliges Licht als das der zu messenden Linie zur Zelle gelangen darf, während längerwelliges Licht die Messung nicht stört. Es genügt für Meßzwecke daher ein Filter mit entsprechend steiler Absorptionskante, welches von einer bestimmten Wellenlänge an alle höherfrequenten Linien absorbiert. Es ist jedoch ratsam, die Wirksamkeit der verwendeten Filter an Hand eines Spektralapparates zu prüfen. Eine Lichtzerlegung mit dem Prisma scheidet aus, da sich hierbei wegen der damit verbundenen großen Intensitätsverluste zu große Ladezeiten ergeben. Bei der weiter unten beschriebenen Anordnung ergaben sich Ladezeiten zwischen einigen Sekunden und Minuten.

Es sei noch erwähnt, daß der Innenwiderstand der Zelle während des Ladevorganges nicht konstant ist und daher der zeitliche Verlauf der Spannung am Kondensator nur annähernd der Idealkurve $U = U_0 (1 - e^{-t/RC})$ entspricht.

Beschreibung der Versuche

1. Optische Anordnung (Abb. 2)

Als Lichtquelle diente eine Quecksilber-Spektrallampe (Osram 220 V mgY). Mittels eines Kondensors K ($f = 13{,}5$ cm, $\varnothing = 13{,}5$ cm) wurde die Lichtquelle S zirka 5 cm vor der Irisblende B so abgebildet,

daß die Kathodenschicht *Ks* der Photozelle *Z* (Pressler Photozelle, 515 SUMU, GRV, VQ 0332, bezogen durch die Firma Leybold, Köln) mit möglichst großer Intensität gleichmäßig ausgeleuchtet wurde. Die Irisblende wurde so gestellt, daß auf den Anodenring *A* der Zelle kein direktes Licht fiel. Im Strahlengang befand sich ferner eine Küvette *F* (Lichte Weite 10 mm) mit einer entsprechenden Filterflüssigkeit.

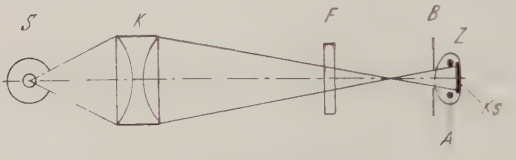


Abb. 2. Optische Anordnung

2. *Elektrische Anordnung*

An den Klemmen der Photozelle *Z* lag der Kondensator *C* (Rollblock Kondur $C = 0{,}2\ \mu F$), dessen Isolation zuvor geprüft wurde und den Anforderungen entsprach. Gemessen wurde mit einem auf Spannung geeichten Spiegelgalvanometer (Hartmann & Braun 1189) mit einer ballistischen Empfindlichkeit von $3{,}0 \cdot 10^{-9}$ As/(mm/m).

3. *Vorbehandlung der Zelle*

Wenn die Photozelle einige Stunden bestrahlt wurde, hat sich auf der Anode eine Schicht von aus der Kathode geschlagenen Metallatomen abgesetzt, so daß ein gegenläufiger Effekt von der Anode einsetzt, her-

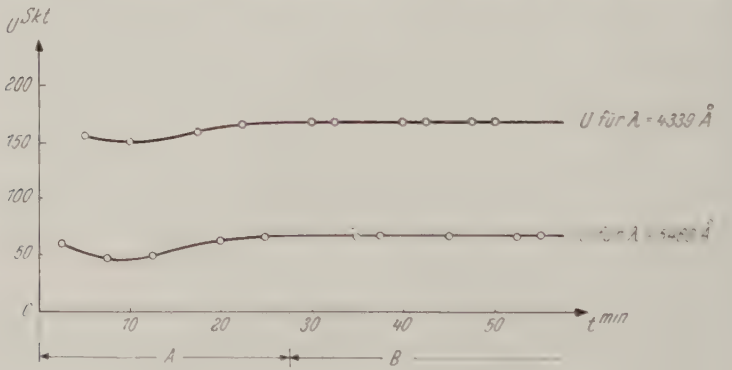


Abb. 3. Zeitlicher Verlauf der Endspannung nach dem Ausglühen

vorgerufen durch das nie ganz ausschaltbare Streulicht, bzw. durch Licht, das von der Kathode reflektiert wird. Dies stört natürlich die exakte Messung. Es muß daher das Alkalimetall von der Anode durch Ausglühen von dieser entfernt werden. Das Ausglühen erfolgte laut Angabe der Lieferfirma. Nach diesem Ausglühen ist die Zelle aber noch nicht für exakte Messungen geeignet. Vermutlich wird beim Ausglühen das Vakuum durch aus der Anode austretendes Gas verschlechtert.

Reproduzierbare Werte erhält man erst wieder, wenn die Zelle eine bestimmte Zeit hindurch bestrahlt wurde. Die Abb. 3 zeigt den zeitlichen Verlauf der elektromotorischen Kraft für die blaue und grüne Quecksilberlinie nach dem Ausglühen. Dabei wurde die Zelle dauernd mit der blauen Linie bestrahlt. Nur für Messungen der zur grünen Linie gehörigen elektromotorischen Kraft wurde diese Bestrahlung kurzzeitig unterbrochen. Es lassen sich deutlich zwei Bereiche unterscheiden. Bereich A: Die Zellenspannung sinkt zunächst ab, die Meßwerte streuen stark; die Aufladezeiten sind groß gegenüber Bereich B. Bereich B: Es stellt sich eine konstante Spannung ein, die Meßwerte streuen um maximal $\pm 0{,}5\%$. Nur diese Werte kommen für die Berechnung von h in Frage.

Nach drei bis vier Stunden Bestrahlungsdauer beginnen die Werte wieder merklich zu streuen ($\pm 3\%$); die Anode muß erneut ausgeglüht werden.

4. Die Messung

Stehen gute Filter zur Aussonderung einer gewünschten Linie aus dem Spektrum zur Verfügung, so wird sich nach genügend langer Ladezeit eine konstante Endspannung einstellen. Aber auch dann, wenn

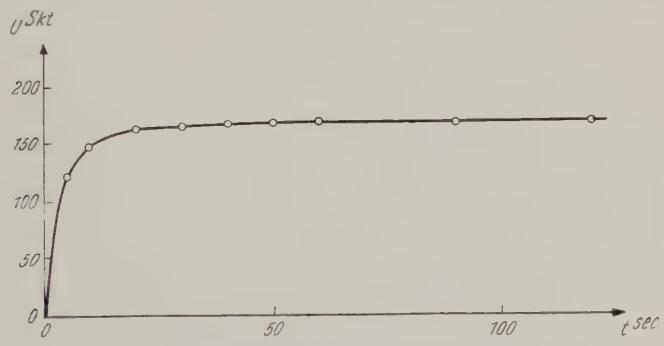


Abb. 4. Spannungsverlauf für Hg-Licht mit $\lambda \geqslant 4339$ Å

das Licht mehrere Spektrallinien enthält, wird sich ein konstanter Endwert einstellen, welcher, wie oben ausgeführt, durch die höchstfrequente „Grenzlinie" bedingt ist. Als Beispiel dazu wird auf die Abb. 4 verwiesen. Man wird also die Zelle so lange belichten (bei der beschriebenen Anordnung etwa 60 bis 120 Sekunden), bis ein konstanter Endwert erreicht ist.

Die besten Ergebnisse wurden bei Verwendung folgender Linien aus dem Quecksilberspektrum erzielt: $\lambda = 4339$ Å und größer, und $\lambda = 5460$ Å und größer.

„Grenzlinie" $\lambda = 4339$ Å, $\nu = 6{,}93 \cdot 10^{14}$ Hz (blau). Linien kleinerer Wellenlänge wurden durch eine 1%ige Chinosollösung absorbiert. Bei der „blauen Quecksilberlinie" handelt es sich bekanntlich

um ein Linientripel. Daher muß die Linie mit der größten Frequenz in Rechnung gesetzt werden, auch wenn deren Intensität geringer ist, als die der anderen Linien. Meßergebnisse: 168, 167, 168, 168, 167, 167, 167, 167 Skt. Mittel: 167,4 Skt.

„Grenzlinie" $\lambda = 5460$ Å, $\nu = 5{,}50 \cdot 10^{14}$ Hz (grün). Linien mit kleinerer Wellenlänge wurden durch eine $0{,}8^{0}{}_{0}$ige Kaliumbichromatlösung absorbiert.

Meßergebnisse: 67, 67, 66, 67, 67, 66, 67, 66, 66 Skt. Mittel: 66,6 Skt.

Zwecks Überprüfung der Reproduzierbarkeit erfolgten beide Male zwischendurch Messungen für andere Spektralbereiche.

Aus obigen Daten erhält man bei Kenntnis des Skalenwertes in Volt (1 V = 170 Skt)

$$h = \frac{e(U_1 - U_2)}{\nu_1 - \nu_2} = \frac{1{,}60 \cdot 10^{-19} \cdot 100{,}8}{170 \cdot 1{,}43 \cdot 10^{14}} = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Ws}^2.$$

Der maximale Fehler kann für diese Meßreihe mit etwa $\pm 1\%$ angenommen werden.

Mit der Natrium-Spektrallampe wurde kein konstanter Endwert erhalten (s. Abb. 5), da für die Unterdrückung der Linie mit $\lambda < 5889$ Å kein geeignetes Filter zur Verfügung stand.

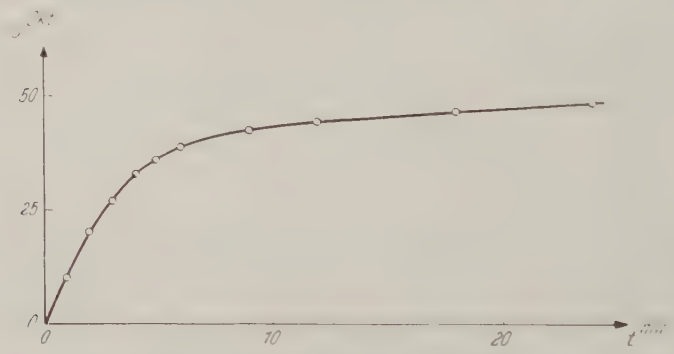


Abb. 5. Spannungsverlauf für Natriumlicht

Wenn man bedenkt, daß der zunächst rasche Spannungsanstieg durch die intensive Linie $\lambda = 5889$ Å, das weitere allmähliche Ansteigen durch die schwache Linie $\lambda = 5154$ Å bedingt ist, könnte man durch Extrapolation des linearen Anstieges auf die Ordinate in ganz grober Näherung den Endwert der längerwelligen Linie ermitteln. Begreiflicherweise sind aus solchen Verfahren gewonnene Endwerte zur Berechnung von h weniger geeignet.

Nicht zum Ziele führten Versuche, die gelbe Doppellinie des Quecksilberspektrums zu verwenden, da die verwendeten Filter die grüne Linie zu unvollkommen unterdrückten.

Versuche mit der violetten Quecksilberlinie $\lambda = 4047$ Å ergaben zu niedrige Endwerte, weil vermutlich durch diese energiereichere Strahlung bereits ein gegenläufiger Photoeffekt von der Anode aus eintritt.

A Composite Model for the Photon*

By

P. G. O. Freund

Institute for Theoretical Physics, University of Vienna, Vienna, Austria

(*Received February 14, 1961*)

Summary

By the Bethe-Salpeter equation method it is proved that the photon can be conceived as a bound $e^+ - e^-$ state in consequence of the universal Fermi interaction. The electromagnetic coupling constant is computed and turns out to be of the correct order of magnitude.

Recently the idea has been advanced [1] that electromagnetic and strong interactions are high energy effects of the universal Fermi interaction (U.F.I.). Using a method of solution of the Bethe-Salpeter equation in the extreme relativistic limit [2] it has been shown in ref. [1] that by means of the U.F.I. an extreme relativistic nucleon-antinucleon pair can form a bound state with all the symmetry properties of the π-meson, its mass and showing up the necessary strong interaction with the primary nucleons. In the present paper we want, by using the same method, to carry through an analogous program for the electromagnetic interactions i.e. to prove that by means of the U.F.I. an extreme relativistic $e^- - e^+$ pair can bind into a state possessing all the symmetry and coupling properties of the photon [3].

Using the fact that the photon behaves like a vector under space reflections and has odd charge parity, one easily finds that the Bethe-Salpeter (B.S.) wave function $\varphi_{q\mu}$ of a photon with momentum q and polarization μ, defined by the relation

$$\langle 0|\, T\, \psi(x)\, \bar{\psi}(x')\, |q,\mu\rangle = \chi_{q\mu}(x, x') = e^{-iq\frac{x+x'}{2}}\, \varphi_{q\mu}(x - x') \tag{1}$$

(where ψ is the electron field) satisfies the relations

$$\varphi_{q\mu}(x) = g_{\mu\mu}\gamma_0 \varphi_{q,\mu}(x_r)\, \gamma_0 \tag{2}$$

$$\varphi_{q\mu}(x) = -\, C\, \varphi^T_{q\mu}(-\, x)\, C^{-1} \tag{3}$$

* Extracted from a thesis submitted to the University of Vienna in partial fulfillment of the requirements for the Doctor of Philosophy degree.

where the notations of ref. [1] are used and in the r.h.s. of (2) there is not to be summed over μ. Hence the most general form of $\varphi_{q\mu}$ is

$$\varphi_{q\mu}(x) = \gamma_\mu f_1(x^2) + x_\mu f_2(x^2) + x_\mu(\gamma x) f_3(x^2) + O(q) \tag{4}$$

where the terms containing q have been neglected since for the photon $q^2 = 0$.

Writing the B.S. equation and making use of (4) one obtains the system

$$\left.\begin{aligned} (p^2 - m^2) f_1 &= -2 i \lambda^2 f_1 \Delta_f(x, M^2) \\ -2 f_1 + 2 m f_2 - (p^2 + m^2) f_3 &= 2 i \lambda^2 f_3 \Delta_f(x, M^2) \\ 2 m f_1 - (p^2 + m^2) f_2 + 2 m p^2 f_3 &= -4 i \lambda^2 f_2 \Delta_f(x, M^2) \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

where as in ref. [1] a heavy vector boson of mass M has been supposed to mediate the U.F.I., m is the electron mass and λ the coupling constant of the electron to the heavy boson. Since the first eq. (5) contains only f_1, it can be solved directly. We shall limit our further investigations to a solution of the form

$$\varphi_{q\mu}(x) = \gamma_\mu f_1(x^2) \tag{6}$$

since this already has to lead to a correct order of magnitude for the electromagnetic coupling constant. Since the first eq. (5) has the same form (up to some constant factors) as the B.S. equation discussed in ref. [1] we can write directly the eigenvalue condition and the solution to which it leads. Former is

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 = M^2(1 - \sqrt{\varepsilon}) + O(\varepsilon \ln \varepsilon) \tag{7}$$

with $\varepsilon = m^2/M^2$. One would expect λ to be dimensionless. That λ comes out with the dimension of a mass is due to the fact that as in ref. [1] we used the "regularization" $\Delta(x, M^2) \to \partial\,\partial M^2\, \Delta(x, M^2)$ which leads to the appearence of a supplementary mass-dimension in λ in order to preserve the dimensional correctness of the B.S. equation. The solution of the first equation (5) is

$$\varphi_{q\mu}(x) = \tag{8}$$

$$= \gamma_\mu N \left[\Delta_f(x, M^2) - (1 - \sqrt{\varepsilon}) \int_{1+2\sqrt{\varepsilon}}^{\infty} \frac{dc}{c(c+\varepsilon)} \frac{c - 1 + 2\varepsilon}{c - 1 - \dfrac{2\varepsilon}{c-1}} \Delta_f(x, (c+\varepsilon) M^2) \right.$$

N being a normalization factor that we shall immediately determine. The FOURIER transform of (8) is

$$\varphi_{q\mu}(p) = N \gamma_\mu \frac{M^2}{(-p^2 + m^2)^2} \ln \left[\frac{M^2 + 2 m M}{M^2 + 2 m M - p^2 + m^2} \right] \tag{9}$$

In order to determine N we use the vector generalization of formula (22) of ref. [1] which reads

$$\langle q, \mu \,|\, T\, \psi(x)\, \bar{\psi}(x') \,|\, q, \mu \rangle \cong i \int dz\, dz'\, \chi_{-q\mu}(x, z)\, S_f^{-1}(z - z')\, \chi_{q\mu}(z'\, x') \tag{10}$$

The expectation value of the spin density projection along the direction of the momentum (which we chose as x_3 axis) for a photon with right circular polarization (i.e. in our reference system a B.S. function $\infty \gamma_1 + i\gamma_2/\sqrt{2}$) is then

$$\langle k, \frac{1+i2}{\sqrt{2}} | S_3(x) | k, \frac{1+i2}{\sqrt{2}} \rangle =$$

$$= \langle k, \frac{1+i2}{\sqrt{2}} | T\, \bar{\psi}(x)\, \gamma_0\, \sigma_3\, \psi(x) | k, \frac{1+i2}{\sqrt{2}} \rangle = \tag{11}$$

$$= Sp \left\{ \langle k, \frac{1+i2}{\sqrt{2}} | T\, \psi(x)\, \bar{\psi}(x) | k, \frac{1+i2}{\sqrt{2}} \rangle \gamma_0 \sigma_3 \right\}$$

Now using the normalization condition

$$\int d^3x \langle k, \frac{1+i2}{\sqrt{2}} | S_3(x) | k, \frac{1+i2}{\sqrt{2}} \rangle = 1 \tag{12}$$

one obtains in the same way as in ref. [1] the value

$$N = \frac{2\pi\sqrt{2}}{(q_0 V)^{1/2}} |\ln \varepsilon|^{-1/2} \tag{13}$$

for the normalization factor.

The renormalized electromagnetic coupling constant e is the coefficient of γ_μ in the electron-photon vertex on the mass-shell

$$\Gamma_\mu(p, p)|_{p^2=m^2} = (\gamma p - m)\, \varphi_{q\mu}(p)\, (\gamma p - m) \sqrt{q_0 V}|_{p^2=m^2} \tag{14}$$

Inserting here (9) and (13) one finds the value

$$e \cong \frac{2\pi\sqrt{2}}{\sqrt{\ln \frac{M^2}{m^2}}} \tag{15}$$

which is of the correct order of magnitude for M determined from (7) corresponding to the weak coupling constant. Because of $m_{\text{electron}} < m_{\text{nucleon}}$ and because of the difference of a factor 2 in the eigenvalue condition (7) in this paper and (19) in ref. [1] at any rate $e < g_{\pi N}$ as it ought to be. It is finally to be remarked that both in the present paper and in ref. [1], one fits with the aid of one parameter (M) two requirements: i) correct order of magnitude for the photon (pion) mass; ii) correct order of magnitude for the electromagnetic ($\pi - N$) coupling constant.

In conclusion I wish to express my thanks to Prof. W. Thirring, Prof. B. F. Touschek and Dr. K. Baumann for valuable discussions.

References

1. K. Baumann, P. G. O. Freund, W. Thirring, Nuovo Cimento **18**, 906 (1960).
2. K. Baumann, W. Thirring, Nuovo Cimento **18**, 357 (1960).
3. From a completely different point of view the consistency of a neutrino theory of the photon has been recently discussed by N. Rosen, P. Singer, Bull. Res. Counc. Israel **8 F**, 51 (1959).

An Approach to the Unification of Classical, Quantum and Relativistic Formulations of Electromagnetics and Dynamics

By

A. Kyrala

Goodyear, Arizona, USA.

(*Received April 8, 1961*)

Table of Contents

I. Introduction 448
II. The experimental origin of physical laws 449
III. A new derivation of mechanics 451
IV. The generalization of the mass-energy concept in the presence of electromagnetic fields 453
V. A unified relativistic quantum theory of electromagnetics and dynamics 455
VI. The connection with EINSTEIN's general theory of relativity 457
Appendix: A Variational Description of the Electromagnetic Field 458

Summary

An approach to the problem of unifying electromagnetics and dynamics in a *single conceptual system* is presented from the viewpoints of classical quantum and relativistic physics. Starting from a consideration of the role of linear differential forms in the search for *unique* theoretical formulations a *new derivation* of special relativistic *dynamics* (including NEWTONIAN dynamics) *is given* in which the concept of mass-energy density as an integrating factor of a PFAFFIAN form is introduced. The homogeneous differential equations satisfied by this mass-energy density are the equations of dynamics and the corresponding non-homogeneous differential equations satisfied by a generalization of the mass-energy density lead to a description of electrical charge and electromagnetic fields in terms of this generalized mass-energy density. A wave-mechanical DIRAC type translation of the special relativistic argument then provides a quantum-mechanical formulation. Finally the relationship of the theory here presented to that of general relativity is briefly examined.

I. Introduction

In this paper an attempt is made to draw together the classical, quantum and relativistic formulations of dynamics and electromagnetics into a single conceptual system. Unlike the arguments of relativity which emphasize quadratic differential forms, the present investigation centers about the properties of linear differential forms which are

however intimately related to the corresponding quadratic forms of relativity theory. By going over to the linear differential forms a more intimate connection with experimental procedures is revealed and the important question of uniqueness of scientific formulations can be examined quantitatively. According to the argument here propounded the connection between electromagnetics and dynamics is expressed by the relationship of a non-homogeneous system to the corresponding homogeneous system. According to the view here presented the genesis of electrical charge and electromagnetic fields is to be found in the way in which mass-energy is distributed in space-time. In the quantum formulation here given the probability of localization of mass-energy is introduced in a way consistent with the accepted results of the DIRAC electron theory.

The argument covers a broad area connecting NEWTON's mechanics, MAXWELL's electromagnetics, DIRAC's (special) relativistic quantum theory and abuts on EINSTEIN's general theory of relativity. In spite of the wide range of subjects the reader will find that the prerequisites for understanding the contents of this article are not so much background in formal manipulations as reflection upon the physical significance of the conceptual argument, i.e., what is here needed is *thinking* not merely formal manipulation. It is the author's belief that the arguments here presented will exercise a decisive influence upon current scientific thought regardless of whether they are accepted or rejected in their *present* form by the scientific community.

The starting point of the argument is a *new derivation* of classical mechanics which shows *not merely* how classical mechanics *could have been* formulated, but how it *must necessarily* be formulated in order to possess the validity over large distances and long times (i.e., integral rather than differential validity) which is so *consistently sought* in theoretical formulations in science.

II. The Experimental Origin of Physical Laws

It is well to recall that the information which forms the basis of any formulation of a physical law is obtained primarily by observation and is generally approached in the following way.

One first selects an appropriate set of independent variables in terms of which the phenomenon in question may be quantitatively described. In the case of classical dynamics these could be vectorial position $\bar{R}$ and time t.

Next, one performs laboratory experiments in which one *measures changes* in some *dependent* variable incident upon deliberate *perturbation* of the *independent* variables one at a time. If the assumption be made that the changes in the dependent variable are locally linear in the changes in the independent variables one has a linear differential (PFAFFIAN) form. If the dependent variable be called F, the independent variables t, x, y, z and the corresponding measured coefficients A, B_x,

B_y, B_z, the results of these experiments may be expressed in the mathematical form

$$dF = A\,dt + B_x\,dx + B_y\,dy + B_z\,dz \tag{1}$$

or introducing the vectorial notation $\overline{dR} = (dx, dy, dz)$ and $\bar{B} = (B_x, B_y, B_z)$ in the somewhat more convenient form

$$dF = A\,dt + \bar{B} \cdot \overline{dR} \tag{2}$$

which is of course only a first order description of the phenomenon in question since it involves only the first order differentials dt, $\overline{dR}$.

In the case of classical mechanics time and position suffice as independent variables and in the following these will be used as such although it may be noted that the same type of argument may be applied to other variables and other phenomena than those of mechanics.

Now it is *very* important to recognize that although the *experiments of science are carried out over infinitesimal regions of spacetime* (i.e., infinitesimal ranges dt, $\overline{dR}$) theoretical *science seeks correlations* which are *valid over large regions of space-time*. Differential formulations of scientific theory valid only locally within small regions of space-time are *not* what is *desired* in scientific theory and should be ultimately accepted only when integral formulations are not possible. The recognition of this point is essential to a proper understanding of the connection between *experimental* and *theoretical* science. There can be no theory without experiment and there can be no significance to experiments without theoretical correlation of the results. However in theory an attempt is made to extrapolate over large regions of space-time the results of experiments performed in infinitesimal regions of space-time. It cannot be a priori expected that this attempt will *always succeed* simply by virtue of desire so a mathematical method to effect such an extrapolation whenever possible must be introduced into scientific methodology.

In terms of the linear differential form (2) the above argument means that a mathematical condition must be fulfilled by the coefficients A, $\bar{B}$ if the integration of dF is to lead to a *unique result regardless of what path in space-time is traversed in the integration*. If such a condition is not fulfilled it will not be certain that experiments performed along a particular space-time path will lead to the same function F as those performed along a *different* space-time path with the same endpoints.

An alternative way of expressing such a condition is to require that the integral of dF about any path closed in space-time vanish. This may be recognized as a simple four-dimensional generalization of the condition for the existence of a unique scalar potential function of position in 3-space. Mathematical forms of the condition for unique integrability of (2) may then be written

$$\oint dF = 0 \rightleftharpoons \nabla A - \partial_t \bar{B} = \bar{0} = \nabla \times \bar{B} \tag{3}$$

where the path of integration is *closed in space-time*.

III. A New Derivation of Mechanics

The special theory of relativity may be initially based upon consideration of the quadratic form

$$ds^2 = c^2\,dt^2 - \overline{dR}\cdot\overline{dR} \tag{4}$$

and ALBERT EINSTEIN based his general theory of relativity upon consideration of the more general four-dimensional quadratic form

$$ds^2 = g_{ba}\,dx^a\,dx^b \tag{5}$$

just as GAUSS and RIEMANN established the general theory of surfaces starting with the consideration of a three-dimensional quadratic form related to (5).

The consideration of these quadratic forms will *not* be emphasized here, but rather the corresponding linear forms will be investigated because of their more intimate connection with experimental procedures as explained in the preceding section. In order to derive a linear differential form from (4) one divides (4) by the differential of proper time (Eigenzeit) $d\tau = dt/\beta$ where

$$\frac{1}{\beta^2} = 1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2 \tag{6}$$

obtaining

$$dP = \frac{ds^2}{d\tau} = \beta\,c^2\,dt - \beta\,\bar{v}\cdot\overline{dR} \tag{7}$$

with

$$\bar{v} = \frac{\overline{dR}}{dt}$$

If one applies the condition (3) for unique integrability of (7) one obtains

$$\oint dP = 0 \rightleftharpoons \partial_t(\beta\,\bar{v}) + \nabla(\beta\,c^2) = 0 = \nabla\times(\beta\,\bar{v}) \tag{8}$$

In the classical approximation $\beta \approx 1$ (8) becomes

$$\partial_t\bar{v} = 0 = \nabla\times\bar{v} \tag{9}$$

which states that the velocity $\bar{v}$ is irrotational and stationary and is clearly related to NEWTON's *first* law. It is however *known from experiments* that the conditions (9) are *not generally fulfilled*. Therefore even though (7) is a LORENTZ-invariant linear differential form integration of it will *not generally* lead to a unique result.

To arrive at a uniquely integrable formulation one may attempt to multiply dP by an integrating factor m_0 so chosen as to render $m_0\,dP$ uniquely integrable. If such an integrating factor exists then the condition (3) applied to $dG = m_0\,dP$ may be written

$$\oint dG = 0 \rightleftharpoons \left\{\begin{aligned} &\partial_t(\beta\,m_0\,\bar{v}) + \nabla(\beta\,m_0\,c^2) = 0 \qquad (10)\\ &\nabla(\beta\,m_0\,\bar{v}) = 0 \qquad (11)\end{aligned}\right\}$$

Now the *decisive* step is taken of identifying this integrating factor m_0 with the rest density associated with the density m, the momentum density $\bar{p}$ and the mass-energy density E by the relations

$$m = \beta m_0 \tag{12}$$

$$\bar{p} = m\bar{v} = \beta m_0 \bar{v} \tag{13}$$

$$E = m c^2 = \beta m_0 c^2 \tag{14}$$

More precisely the relations (12), (13), (14) are taken to be *definitions* of m, $\bar{p}$ and E in terms of β and m_0. Incidentally one should *not* fall into the *error* of imagining m_0 to be constant simply because it is LORENTZ-invariant.

In terms of the definitions (12), (13), (14) one may now rewrite (10) and (11) as

$$\partial_t \bar{p} + \nabla E = 0 \tag{15}$$

$$\nabla \times \bar{p} = 0 \tag{16}$$

or as

$$\partial_t (E\bar{v}) + c^2 \nabla E = 0 \tag{17}$$

$$\nabla \times (E\bar{v}) = 0 \tag{18}$$

which evidently imply NEWTON's *second* law by the following argument. Define

$$T = \frac{\bar{p}\cdot\bar{p}}{2m} \tag{19}$$

so that since $\bar{p} \times (\nabla \times \bar{p}) = 0$

$$(\bar{v}\cdot\nabla)\bar{p} = \frac{\nabla(\bar{p}\cdot\bar{p})}{2m} = \nabla T + \frac{T}{E}\nabla E = \frac{\nabla(E\,T)}{E} \tag{20}$$

Then (15) may be written

$$D\bar{p}/Dt = \partial_t \bar{p} + (\bar{v}\cdot\nabla)\bar{p} = \nabla(E\,T)/E - \nabla E \tag{21}$$

But the definitions of T, E, E_0 imply that $E^2 = {E_0}^2 + 2\,E\,T$ and $E\,\nabla E = E_0 \nabla E_0 + \nabla(E\,T)$ so (21) may be written

$$\beta \frac{D\bar{p}}{Dt} = -\nabla E_0 \tag{22}$$

In the classical approximation $\beta \approx 1$ and $T \approx E - E_0$ or $E_0 \approx E - T$ so that a *definition* of V $E - T$ would yield the classical form of (22)

$$\frac{D\bar{p}}{Dt} = -\nabla V \tag{23}$$

It may be objected that this definition of V requires a functional relationship between T and V which is foreign to the classical notion of kinetic and potential energy densities, but it should be noted that substitution of $E = T + V$ into $E^2 = {E_0}^2 + 2\,E\,T$ yields

$$V^2 = {E_0}^2 + T^2 \tag{24}$$

so that

$$\frac{\partial V}{\partial T} = \frac{T}{V} = \frac{T}{E - T} \approx 0 \tag{25}$$

in the classical approximation.

In retrospect one may now discern in (15), (16) the only possible outcome of the demand for unique integrability. Thus the equations of dynamics (15), (16) are linear homogeneous differential equations by means of which the quantities m and E may be characterized. Furthermore if the additional assumption of conservation of mass-energy be made, i.e.,

$$\partial_t E + \nabla \cdot (E\,\bar{v}) = 0 \tag{26}$$

$\bar{v}$ may be eliminated between (17) and (26) to yield

$$\Delta E - \frac{1}{c^2}\,\partial_t{}^2 E = (\Delta - \partial_{ct}{}^2)\,E = 0 \tag{27}$$

which shows that the mass-energy density satisfies the wave equation or equivalently that the D'ALEMBERTIAN operator $(\Delta - \partial_{ct}{}^2)$ annihilates (in a mathematical sense) the mass-energy density.

Finally one should note that all of the results of this section have been obtained under the implicit assumption of the absence of electromagnetic fields. It is known from experiments that an irrotational momentum cannot possibly yield NEWTON's second law in the presence of a magnetic field so that one may expect to be required to modify (15), (16) and (17), (18) in such a case. How this may be done will be discussed in the next section.

IV. The Generalization of the Mass-Energy Concept in the Presence of Electromagnetic Fields

As has been indicated in the last section, the mass-energy density E may be regarded as defined (via m_0) by the equations (17), (18) (plus appropriate boundary and/or initial conditions) *if no electromagnetic fields are present.* In seeking a generalization of (17), (18) valid in the presence of electromagnetic fields it is reasonable to require that this generalization reduce to (17), (18) in the special case when these fields vanish. Thus one is led to the view that the generalization of (17), (18) must be the corresponding non-homogeneous differential equations for E, i.e., E must now satisfy the non-homogeneous equations corresponding to (17), (18). The simplest non-homogeneous extensions of (17), (18) which would reduce to (17), (18) in the absence of electromagnetic fields are those obtained by replacing the zeros on the right sides of (17), (18) by quantities proportional to the electric and magnetic intensities $\bar{E}$ and $\bar{H}$. When one tries the generalization (for homogeneous, stationary susceptibilities)

$$\partial_t(E\,\bar{v}) + c^2\,\nabla E = \bar{E} \tag{28}$$

$$-\nabla \times (E\,\bar{v}) = \bar{B} \tag{29}$$

one obtains the MAXWELL equations

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0 \tag{30}$$

$$\nabla \times \bar{E} + \partial_t \bar{B} = 0 \tag{31}$$

$$\nabla \cdot \bar{D} = q \tag{32}$$

$$\nabla \times \bar{H} = \bar{J} + \partial_t \bar{D} \tag{33}$$

provided only that electrical charge density q and current density $\bar{J}$ be defined by

$$q = \varepsilon \left[\partial_t \nabla \cdot (E\,\bar{v}) + c^2 \Delta E\right] \tag{34}$$

$$-\bar{J} = \varepsilon \left[\partial_t^2 (E\,\bar{v}) + c^2 \partial_t \nabla E\right] + \frac{\nabla \times (\nabla \times \bar{p})}{\mu} \tag{35}$$

and that $\bar{B} = \mu \bar{H}$ and $\bar{D} = \varepsilon \bar{E}$. Since the vectors $\bar{E}$, $\bar{D}$, $\bar{B}$, $\bar{H}$ all occur in differentiated form in MAXWELL's equations one might inquire if it were not possible that vectors differing from $\bar{E}$ and $\bar{B}$ by constants (vectors) occur on the right sides of (28), (29) instead of $\bar{E}$ and $\bar{B}$ as shown. This may be excluded by observing that if such constant vectors were non-vanishing (28), (29) would not reduce to (17), (18) for $\bar{E} = \bar{B} = 0$. No use has been made of scalar or vector potentials in this argument but it is of interest to note that E and $E\,\bar{v}$ occur in (28), (29) in the same way that the scalar and vector potentials occur in the HERTZ solution of MAXWELL's equations.

It should further be noted that direct computation of $\partial_t q$ and $\nabla \cdot \bar{J}$ from (34), (35) shows that

$$\partial_t q + \nabla \cdot \bar{J} = 0 \tag{36}$$

which means that charge is conserved. This should not be interpreted as contradicting experimental evidence for charge annihilation since it merely describes the relationship between q and $\bar{J}$ *if* q *exists*. If conditions *contradictory to the existence of* q occur one may then observe charge annihilation.

Since E now satisfies (28), (29) instead of (17), (18) it will now be called the *generalized mass-energy density*. If the additional assumption be made that the generalized mass-energy is conserved so that

$$\partial_t E + \nabla \cdot (E\,\bar{v}) = 0 \tag{37}$$

one may eliminate $\bar{v}$ between (37) and (34) to obtain

$$q = \varepsilon\,(c^2 \Delta E - \partial_t^2 E) = \varepsilon\, c^2\,(\Delta - \partial_{ct}^2)\, E \tag{38}$$

which means that charge density is proportional to the D'ALEMBERTIAN of mass-energy density.

It should be observed that (28), (29) provide at once a description of the electromagnetic field associated with a given space-time distribution of generalized mass-energy and also a means of discovering the space-time distribution of generalized mass-energy by means of measurements of $\bar{E}$ and $\bar{B}$. One notes that $\bar{v}$ may be interpreted as a flow velocity of energy density. Furthermore the problem of electromagnetic action at a distance is resolved by observing that the generalized mass-energy density may be annihilated by the D'ALEMBERTIAN operator in certain regions of space-time without (28) and (29) necessarily vanishing. Finally (38) is consistent with the existence of uncharged particles with mass, but not consistent with the existence of charged massless particles which is as it should be.

Of course one may object that the generalization (28), (29) is obtained precisely at the expense of sacrificing unique integrability of $m_0\,dP$ or $E_0\,dP$. To this the reply may be made that the argument shows that the electromagnetic field *with one important exception* is a phenomenon susceptible only to a local description. The exception is the case of *photons* or *propagating* electromagnetic waves for which ds is identically zero along the trajectories so that the integral of any multiple of ds around a path closed in space-time is here trivially zero. This agrees then with the unique role of electromagnetic signals in the special theory of relativity as indeed it must since (7) was derived from (4).

The formulation presented in this section now constitutes a unified special relativistic theory of electromagnetics and dynamics which reduces to a theory of dynamics in the absence of electromagnetic fields. The next object of investigation will be the quantization of these notions via a wave mechanical translation.

V. A Unified Relativistic Quantum Theory of Electromagnetics and Dynamics

A wave-mechanical DIRAC type translation of the preceding theory may be attained by replacing E by a *probability density of localization of generalized mass-energy* expressed in terms of a complex vector wave function $\bar{u}$ satisfying the DIRAC type equation

$$(i\,\hbar\,\partial_t - \hbar\,c\,\gamma_4\,(\bar{h}\cdot\nabla) - \gamma_4\,E_0)\,\bar{u} = 0 \tag{39}$$

where $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ are the usual CLIFFORD numbers of DIRAC theory and $\bar{h}$ is the hypercomplex vector $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ while $\hbar$ is PLANCK's constant divided by 2π. One should especially note that $(\bar{u}^*\cdot\bar{u})$ is now the probability density of localization of generalized mass-energy *not that of charge* as in the DIRAC theory. The translations for E and $E\,\bar{v}$ are then

$$E = m\,c^2 \rightarrow (\bar{u}^*\cdot\bar{u}) \tag{40}$$

$$E\,\bar{v} = \bar{p}\,c^2 \rightarrow i\,c\,(\bar{u}^*\,\gamma_4\,\bar{h}\,\bar{u}) \tag{41}$$

while those of $\bar{D}, \bar{E}, \bar{B}, \bar{H}, q, \bar{J}$ follow from (28), (29), (34), (35) as

$$\bar{D} = \varepsilon\,\bar{E} \rightarrow i\,c\,\varepsilon\,\partial_t(\bar{u}^*\,\gamma_4\,\bar{h}\,\bar{u}) + \varepsilon\,c^2\,\nabla\,(\bar{u}^*\cdot\bar{u}) \tag{42}$$

$$-\bar{B} = -\mu\,\bar{H} \rightarrow i\,c\,\nabla\times(\bar{u}^*\,\gamma_4\,\bar{h}\,\bar{u}) \tag{43}$$

$$q \rightarrow i\,c\,\varepsilon\,\partial_t\,\nabla\cdot(\bar{u}^*\,\gamma_4\,\bar{h}\,\bar{u}) + \varepsilon\,c^2\,\Delta\,(\bar{u}^*\cdot\bar{u}) \tag{44}$$

$$-\bar{J} \rightarrow i\,c\,\varepsilon\,\partial_t^2\,(\bar{u}^*\,\gamma_4\,\bar{h}\,\bar{u}) + \varepsilon\,c^2\,\partial_t\,\nabla\,(\bar{u}^*\cdot\bar{u}) + \frac{i\,c\,\nabla\times\nabla\times(\bar{u}^*\,\gamma_4\,\bar{h}\,\bar{u})}{\mu} \tag{45}$$

Alternatively if generalized mass-energy is conserved the translation for q may be written

$$q \rightarrow \varepsilon\,[c^2\,\Delta\,(\bar{u}^*\cdot\bar{u}) - \partial_t^2\,(\bar{u}^*\cdot\bar{u})] \tag{46}$$

or

$$q \rightarrow \varepsilon\,c^2\,(\Delta - \partial_{ct}^2)\,(\bar{u}^*\cdot\bar{u}) \tag{47}$$

This system of translations then yields a unified quantum-mechanical description of electromagnetics and dynamics in terms of the complex vector wave function $\bar{u}$. However, a more convenient description is attained by introducing an *additional complex vector wave function* $\bar{w}$ such that $(\bar{w}^* \cdot \bar{w})$ represents the *probability density of charge localization*. The equation of charge conservation (36) then shows that a consistent choice for the translation of q and $\bar{J}$ may be taken to be

$$q \to (\bar{w}^* \cdot \bar{w}) \tag{48}$$

$$\bar{J} \to i\,c\,(\bar{w}^* \gamma_4 \bar{h}\,\bar{w}) \tag{49}$$

Naturally (44), (45) cannot obtain simultaneously with (48), (49) unless a consistent connection between $\bar{u}$ and $\bar{w}$ exists, but such a relationship is given by

$$\bar{w} = \sqrt{\varepsilon}\,(i\,\partial_t - c\,\gamma_4\,(\bar{h} \cdot \nabla)\,\bar{u} \tag{50}$$

which thus assures consistency with (47) so that

$$(\bar{w}^* \cdot \bar{w}) = (\Delta - \partial_{ct}^2)\,(\bar{u}^* \cdot \bar{u}) \tag{51}$$

One also notes that by virtue of (39)

$$\bar{w} = \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\hbar}\,\gamma_4 E_0\,\bar{u} \tag{52}$$

where it should perhaps be mentioned again that E_0 is *not* generally constant. (52) is also consistent with the accepted view that no charge need be associated with photons since in their case one expects E_0 to be zero. From (52) and (51) one concludes that

$$(\bar{w}^* \cdot \bar{w}) = \frac{\varepsilon}{\hbar^2}\,|E_0|^2\,(\bar{u}^* \cdot \bar{u}) = (\Delta - \partial_{ct}^2)\,(\bar{u}^* \cdot \bar{u}) \tag{53}$$

and from (52) and (39) one obtains the differential equation satisfied by $\bar{w}$ if $E_0 \neq 0$

$$(i\,\hbar\,\partial_t - \hbar\,c\,\gamma_4\,(\bar{h} \cdot \Gamma) - \gamma_4 E_0)\begin{pmatrix} E_0\,\gamma_4\,\bar{w} \\ E_0 \end{pmatrix} = 0 \tag{54}$$

so that $(E_0\,\gamma_4\,\bar{w})/|E_0|$ is also a solution of (39) which checks with (48) since

$$\bar{w}^* \gamma_4{}^* \frac{E_0{}^* E_0}{|E_0|^2}\,\gamma_4\,\bar{w} = \bar{w}^* \gamma_4{}^2\,\bar{w} = \bar{w}^* \cdot \bar{w} \tag{55}$$

Now it is known from DIRAC theory that a spin may be associated with *each* of the vector wave functions $\bar{u}$ and

$$\frac{E_0\,\gamma_4\,\bar{w}}{|E_0|}$$

and it is apparent that the former should be considered to be *mechanical spin* while the latter should be associated with *magnetic moment*. The condition (53) then serves to determine the *ratio of mechanical and magnetic moments*.

The systematic DIRAC-type translations of this section afford the basis of a complete quantum-mechanical formulation of a unified dynamic-electromagnetic theory.

VI. The Connection with Einstein's General Theory of Relativity

If one retraces the arguments of sections III and IV in the tensor notation of general relativity the results may be extended as follows.

Starting from the first fundamental (quadratic) form

$$ds^2 = g_{ba}\, dx^a\, dx^b \tag{56}$$

one may pass to a linear differential form by rewriting (56) in the form

$$ds = g_{ba}\, v^a\, dx^b \tag{57}$$

where v^a is defined to be dx^a/ds. Now the condition for unique integrability of (57) is

$$\oint ds = 0 \rightleftharpoons \nabla_{[c}\,(g_{b]a}\, v^a) = 0 \tag{58}$$

The question of whether (58) can be satisfied now becomes the question of whether the *metric* g_{ba} *can be so chosen as to satisfy* (58). In the special relativistic argument previously given the metric was chosen a priori and so (58) could not then be generally satisfied. If one were to adopt the empirical approach of attempting to determine g_{ba} by recording photon trajectories it is not obvious that (58) would be satisfied by the metric so determined. If on the other hand one assumes that g_{ba} will be determined by conditions extraneous to the uniqueness argument and that therefore (58) does *not* hold generally one may attempt to introduce a scalar integrating factor m as in III. The condition for unique integrability of the resulting form $m\, ds$ will then be

$$\oint m\, ds = 0 \rightleftharpoons \nabla_{[c}\,(m\, g_{b]a}\, v^a) = 0 \tag{59}$$

and will constitute the dynamical equations.

If one does not after all succeed in making $m\, ds$ uniquely integrable in space-time the concept of mass-energy density must be generalized from a solution of (59) to the solution of the corresponding non-homogeneous equation

$$\nabla_{[c}\,(m\, g_{b]a}\, v^a) = F_{cb} \tag{60}$$

where F_{cb} may be interpreted as the electromagnetic field tensor satisfying the MAXWELL equations

$$\nabla_s F_{cb} + \nabla_b F_{sc} + \nabla_c F_{bs} = 0 \tag{61}$$

if the charge-current vector J_c be defined by

$$J_c = \nabla^b F_{cb} \tag{62}$$

The connection between charge-current and mass-energy is then given by

$$J_c = \nabla^b \nabla_{[c}\,(m\, g_{b]a}\, v^a) \tag{63}$$

and the entire system constitutes a unified theory of dynamics and electromagnetics.

Now in point of fact if the gravitational field were used to determine g_{ba} it would apparently not be possible to satisfy (58) and one would seem to be forced to introduce the mass-energy concept via (59).

Furthermore no attempt to satisfy (60) with a solution of (59) could possibly be successful in the presence of electromagnetic fields since this would amount to an attempt to satisfy a non-homogeneous equation by a solution of its corresponding homogeneous equation.

A mathematical Ansatz for (60) which would preserve a connection between mass and curvature of space-time (which EINSTEIN desired) could be

$$m\, g_{ba} = R_{ba} \tag{64}$$

which would then yield

$$F_{cb} = R_{a[b} \nabla_{c]} v^a - 2 \nabla_k \nabla_{[b} \nabla_{c]} v^k + R^k_{bca} \nabla_k v^a \tag{65}$$

but (64) by the above argument could not be expected to satisfy (59).

A more systematic approach to this general relativistic problem is being investigated and will form the subject of a later paper.

Appendix I

A Variational Description of the Electromagnetic Field

There is an interesting connection between the foregoing introduction of the electromagnetic field and its description by means of a variational argument.

In the dynamical case (no electromagnetic field)

$$\oint m\, ds = 0$$

so that between any two given point-events in space-time there exist an infinity of paths along which

$$\int_c^{\cdot} m\, ds$$

has the same unique value. Now consider the electromagnetic case where

$$\oint m\, ds \neq 0.$$

Here one may generate a WEIERSTRASSIAN field of extremals by demanding

$$\int_c^{\cdot} m\, ds = \text{extremum}$$

for a given fixed point-event as initial integration limit and a variable final integration limit. This WEIERSTRASSIAN extremal field will then permit a unique vector w^α to be associated with every point of a (simplyconnected) four-dimensional region not containing the initial point-event. Within this latter region of space-time it will still be true that

$$\oint m\, ds \neq 0$$

but one can construct a related integrand for which the integral around a closed path within the region is zero by using the method of the invariant integral of

HILBERT. Thus one defines μ to be the function obtained from m by replacing $v^\alpha = dx^\alpha/ds$ by w^α so that the line integral is replaced by

$$\int_C \mu\, ds + (dx^\alpha - w^\alpha\, ds)\, \bar{V}_\alpha \mu$$

where $\bar{V}_\alpha$ indicates covariant differentiation with respect to w^α. Along the extremals E this HILBERT line integral coincides with the value of

$$\int_E m\, ds = \int_E \mu\, ds + (dx^\alpha - w^\alpha\, ds)\, \bar{V}_\alpha \mu$$

since $\mu = m$ and $w^\alpha = dx^\alpha/ds$ along the extremals while now about a closed space-time path one has

$$\oint \mu\, ds + (dx^\alpha - w^\alpha\, ds)\, \bar{V}_\alpha \mu = 0$$

or

$$\oint [\mu + (v^\alpha - w^\alpha)\, \bar{V}_\alpha \mu]\, ds = 0$$

so that $\mu + (v^\alpha - w^\alpha)\, \bar{V}_\alpha \mu$ may be regarded as a generalization of m *uniquely integrable within non-singular portions of the Weierstrassian field.* This generalization is still *local* insofar as the WEIERSTRASSIAN field was only locally generated and the *uniqueness* of the generalization is only with respect to paths in the non-singular portion of this local field.

Buchbesprechungen.

Recherches sur la Notion de Système Physique. Von F. Aeschlimann. Paris: Gauthier-Villars, Editeur. 1960. $ 8.50, 40 NF.

Das vorliegende Buch befaßt sich mit dem physikalischen System als einer der Gundbegriffe der Physik überhaupt. Dasselbe charakterisiert das betrachtete Objekt in den verschiedenen Theorien, speziell in der Quantentheorie. Der Verfasser zeigt an Hand der historischen Entwicklung der theoretischen Physik, daß sie eine ununterbrochene Folge von Bemuhungen darstellt, den primitiven Begriff des mechanischen Systems der Newtonschen Mechanik materieller Punkte und starker Körper zu erweitern. Es wird aber auch eine andere Strömung der theoretischen Physik aufgezeigt und kritische Untersuchungen, nämlich die kosmologische — wie er sie selbst bezeichnet —, welche darin besteht, daß man das Universum in seiner Gesamtheit betrachtet und die materiellen Punkte unter der Einwirkung eines Feldes verfolgt, das vom Universum erzeugt wird. Dem künstlichen Begriff des materiellen Punktes als Darstellung eines Partikels wird eine ausführliche Betrachtung gewidmet und aufgezeigt, daß er eigentlich eine geometrische Darstellung gibt, die durch eine physikalische Darstellung ergänzt werden muß, etwa in Form einer Funktion. Dadurch wird man veranlaßt, eine Theorie des Funktionals aufzustellen, was den Versuchen Louis de Broglie entspricht in seiner Theorie der doppelten Lösung. Auch wird darauf hingewiesen, daß die nichtlineare Theorie von W. Heisenberg auch eine allerdings andere Realisierung einer Funktionaltheorie darstellt.

Im letzten und vierten Abschnitt wird, im Gegensatz zu den drei ersten, die vorwiegend rein mechanischen Fragen gewidmet sind, das nichtlineare elektromagnetische Feld und die Photonen behandelt. Das Werk regt ungemein zu kritischen Überlegungen an und zeigt dem Leser in eleganter Weise die Schwierigkeiten in der Betrachtungsweise der heutigen theoretischen Physik.

P. Urban, Graz

Ionization Phenomena in Gases. Von Gordon Francis. Mit zahlr. Abb., VII, 300 S. London: Butterworths Scientific Publications. 1960. Geb. 60 s.

Der Verfasser, jetzt im Forschungszentrum für Atomenergie Harwell, hat 10 Jahre im Clarendon Laboratorium mit A. v. Engel zusammen gearbeitet, von dem vor 5 Jahren auch ein Buch „Ionisierte Gase" erschienen ist. Die beiden Bücher uberschneiden sich aber nur wenig (in den Abschnitten über die Grundprozesse), da Francis nicht die besser bekannten Erscheinungen: Bogen, Funken, Glimmentladung (über letztere hat er im Handbuch der Physik Bd. 22, 1956, einen Artikel geschrieben) behandelt, sondern die Darstellung auf diejenigen Erscheinungen in ionisierten Gasen beschränkt, die in anderen Gebieten der Physik eine Rolle spielen: Entladung im elektrischen Wechselfeld, Ionisation und Anregung in der oberen Atmosphäre, Starkstromentladungen, Plasmaschwingungen und -Wellen. Es werden die allerneuesten Arbeiten über diese Erscheinungen nicht nur sehr vollständig zitiert — für das Kapitel Hochfrequenzentladungen allein

245 Zitate —, sondern auch in übersichtlicher, klarer Weise dargestellt. Im einzelnen sei hervorgehoben: der Abschnitt über den Durchschlag im hochfrequenten Feld, über die Mikrowellen-Untersuchungen zur Bestimmung der Elektronenkonstanten, ferner die kurze, besonders für den Nichtspezialisten willkommene Übersicht über die Ergebnisse der Messungen betreffend den Ionisationszustand der Ionosphäre, seine Beeinflussung durch starke Wellen und die auftretenden Unregelmäßigkeiten. Aus der Literatur über die Hochstromentladungen zur Erzielung thermonuklearer Reaktionen bringt FRANCIS eine sorgfältige Auswahl: die Entstehung der PINCH-Entladung, die Zeta-, Spiegel-Maschine, der Stellarator werden beschrieben. Der Abschnitt über Schwingungen und Wellen in Plasmen gewährt einen interessanten Überblick über die neueren Theorien.

Da also in dem Buch von FRANCIS überaus aktuelle Probleme erstmalig zusammenfassend behandelt werden, ist anzunehmen, daß es viele dankbare Leser finden wird. A. SZÉKELY, Graz

Handbuch der Physik — Encyclopedia of Physics Herausgegeben von S. FLÜGGE. Band III/Teil 1: Prinzipien der klassischen Mechanik und Feldtheorie. Mit 106 Figuren, VIII, 920 S. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer-Verlag. 1960. Ganzleinen DM 198.—. (Bei Abnahme des gesamten Handbuches Subskriptionspreis DM 158.40.)

Der Band III/1 ist den Prinzipien der klassischen Mechanik und Feldtheorie gewidmet. Er umfaßt zwei große Artikel: Der erste die klassische Dynamik von J. L. SYNGE und der zweite die klassische Feldtheorie von C. TRUESDELL und R. A. TOUPIN, mit einem Anhang über Tensorfelder von J. L. ERICKSEN.

Die klassische Dynamik zerfällt in die NEWTONsche Dynamik, die relativistische Dynamik und die Quantendynamik. Letztere kann einerseits in die nichtrelativistische oder NEWTONsche Quantendynamik und andererseits in die relativistische Dynamik eingeteilt werden. Der vorliegende Artikel befaßt sich ausschließlich mit der klassischen Theorie. Er gliedert sich wie allgemein üblich in die Kinematik, die Dynamik des Partikels, die Dynamik von Partikelsystemen und der starren Körper. Infolge des großen Umfanges sei es dem Referenten gestattet in seiner Besprechung einiges herauszugreifen.

So sei auf die besonders schöne Darstellung der LAGRANGEschen, sowie der HAMILTONschen Theorie hingewiesen, die im Hinblick auf die modernen Anwendungen der Quantenmechanik entwickelt wird. Die Bewegungsgleichung eines starren Körpers wird allgemein abgeleitet, wobei das Kreiselproblem in sehr übersichtlicher Weise dargestellt wird. Die verschiedenen Darstellungsräume, wie Ortsraum, Phasenraum, Impuls-, Energieraum usw. werden ausführlich erörtert und unter Benützung der differentialgeometrischen Bezeichnungsweise zusammengefaßt. Auch die kanonische Transformation und ihre erzeugende Funktion werden an Beispielen erörtert und die Invarianz der POISSON- und LAGRANGE-Klammern bewiesen. Mit Rücksicht auf die Quantenmechanik werden die Winkelvariablen und Wirkungsvariablen eingeführt und an Hand von Schwingungsproblemen demonstriert. Dabei muß auf die sehr schöne Matrizendarstellung hingewiesen werden, die die Rechnungen sehr durchsichtig gestaltet. Die relativistische Dynamik wird in ihrer Auswirkung auf die Punktmechanik entwickelt und am Beispiel des KEPLER-Problems vorgeführt. Eine ausführliche Übersicht der neueren Literatur gestattet die Einarbeitung in spezielle Kapitel.

Der zweite Artikel, welcher sich mit den klassischen Feldtheorien befaßt, besteht aus sieben voneinander unabhängigen Kapiteln und einem Anhang über Tensorfelder.

Durch Einbeziehung der ganzen Hydrodynamik und der Elastizität ist nach meiner Auffassung der Umfang etwas zu groß ausgefallen. Allerdings muß berücksichtigt werden, daß es sich um einen Handbuchartikel handelt, der nicht allein als Nachschlagwerk für den reinen Physiker dient, sondern eben auch für Hydrodynamiker und Physiker anderer Fachrichtungen. Bewundernswert ist auf jeden Fall die Verarbeitung einer so umfangreichen Literatur, die man ansonsten schwer überblicken kann.

Sehr interessant ist die Darstellung der Oberflächenwellen mit ihrer Geometrie und Kinematik, sowie ihrer Gleichgewichtsbedingungen. Es wird das Transporttheorem auf ein Gebiet angewendet, welches eine singuläre Oberfläche besitzt.

Im Anschluß daran wird das entsprechende Gleichgewicht definiert und das Kotchinesche Theorem abgeleitet. Auch die Impulsbilanz wird aufgestellt und verallgemeinert eingeführt. Weiters möchte ich noch den Abschnitt V über Variationsprinzipe herausgreifen, der zum Kapitel D (Druck) gehört.

In diesem wird zuerst das Prinzip der virtuellen Arbeit von Lagrange und D'Alembert eingeführt, mit allen seinen Feinheiten, wie z. B. besondere Einschränkungen der Variationen, welche zu verschiedenen Formen und Bedingungen Anlaß geben. Das Theorem von Piola mit seinen verschiedenen, eleganten Modifikationen gestattet die Aufstellung von Bedingungen, welche dem ersten und zweiten Gesetz von Cauchy äquivalent sind. Auch interessante Umkehrungen des Prinzipes der virtuellen Arbeit, ferner verschiedene Minimalprinzipe, wie z. B. das von Pratelli, werden klar und verständlich behandelt. Es braucht wohl nicht erwähnt zu werden, daß sämtliche allgemein bekannte Prinzipien von Lagrange und Hamilton nicht vergessen worden sind. Aber auch bei diesen gelingt es den Autoren immer wieder spezielle Feinheiten oder auch Verallgemeinerungen anzugeben, die unter Umständen gebraucht werden können.

Es kann jedenfalls zu diesem Artikel gesagt werden, daß er eine außerordentliche Leistung der Verfasser darstellt und daß es wenig Fachleute geben wird, die eine so enorme historische Übersicht und ein so großes fachliches Wissen besitzen.

Im Anhang behandelt J. L. Ericksen die Tensorfelder, und zwar werden wichtige Beziehungen und praktische Formeln in zwangloser Reihenfolge eingeführt. Dabei bedient sich der Autor der zweckmäßigen Schreibweise der Differentialgeometrie. Hierbei sei besonders auf die verschiedenen Potentialformen hingewiesen, die immer wieder gebraucht werden und anderseits auf die wichtigsten Beziehungen der Tensoren zweiter Stufe mit ihren Invarianten, die bekanntlich bei Aufstellung von Wechselwirkungsansätzen gebraucht werden. Die Übersicht über die Matrizenfunktionen und Zerlegungssätze dürften auch Vielfach Verwendung finden.

Eine große Literaturübersicht zeigt so recht die Größe des behandelten Gebietes und gibt eine genaue Übersicht über das gesamte Schrifttum.

P. Urban, Graz

Isotopentechnik. Zeitschrift für Anwendung radioaktiver und stabiler Isotope. Herausgegeben von der Regierung der Deutschen Demokratischen Republik, Amt für Kernforschung und Kerntechnik. Leipzig: VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie. Preis je Heft: DM 3.—, Jahresabonnement DM 12.—.

Die Zeitschrift Isotopentechnik erscheint ab September 1960 vierteljährlich in Heften von rund 30 Seiten Umfang. Sie hat etwa dieselbe Aufmachung wie die schon einige Jahre in Karlsruhe erscheinende Atompraxis.

Wie bereits der Titel zum Ausdruck bringt, liegt das Schwergewicht der jeweils gebrachten Artikel auf Fragen, die für die Anwendung von Isotopen typisch

sind. Die Zeitschrift soll helfen, neue Verfahren bekanntzumachen und Erfahrungen auszutauschen. Sie wendet sich damit an den großen Kreis der Isotopenbenutzer im Bereich der Technik, Medizin, Land- und Forstwirtschaft, Wasserwirtschaft, Nahrungs- und Genußmittelindustrie, ja eigentlich an alle Bereiche der industriellen Produktion.

Ein großer Leser- und Interessentenkreis dürfte der Isotopentechnik damit sicher sein, auch hier, wo es nicht nötig ist, den Siebenjahresplan erfüllen zu helfen und wo die Verfahren mit Isotopen kein äußerst wichtiges „Hilfsmittel zur sozialistischen Rekonstruktion der Betriebe" sein müssen, zwei Tatsachen, die der Schreiber des Geleitwortes zum ersten Heft besonders hervorhebenswert findet.

H. Neuer, Graz

Spectra and Analysis. Von A. A. Kharkevich. Translated from Russian. New York: Consultants Bureau. 1960. $ 8.75.

Das vorliegende Buch über Spektren und ihre Analyse aus der Feder des bekannten russischen Gelehrten A. A. Kharkevich, liegt nunmehr in englischer Übersetzung vor.

Es befaßt sich im wesentlichen mit einer eingehenden Behandlung des Problems der Fourier Analyse und gibt einen guten Überblick über den derzeitigen Stand dieser Methoden. An Hand von Beispielen aus der Mechanik, werden die einzelnen Verfahren ausführlich erörtert und in eine Form gebracht, die sowohl dem Physiker als auch dem Mathematiker klar verständlich ist. Dabei wird auch auf nichtstationäre Prozesse Rücksicht genommen und die Diskussion von experimentell gefundenen Spektren besprochen. P. Urban, Graz

Technik des Messens radioaktiver Strahlung. Von V. Kment und A. Kuhn. Mit 342 Abb., 48 Tab., XV, 602 S. [Technisch-physikalische Monographien: Band 11.] Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft Geest u. Portig K.G. 1960. Geb. DM 52.—.

Der Messung radioaktiver Strahlen kommt heute nicht nur in der Kernphysik sondern auch in anderen Disziplinen eine ganz wesentliche Bedeutung zu. Dies bringt mit sich, daß ein großes Bedürfnis nach einer entsprechend ausführlichen und zusammenfassenden Behandlung der Meßapparaturen vorhanden ist. Das vorliegende Buch kommt diesem Bedürfnis in einem weiten Maße entgegen, wenn es auch nicht für alle, mit den Fragen der Messung radioaktiver Teilchen befaßte Kreise in gleicher Weise geeignet erscheint. Vor allem scheint es dem Physiker und Elektrotechniker zu entsprechen, doch können auch andere Fachrichtungen, wie etwa Chemiker usw. bei Auslassung verschiedener Abschnitte das Buch nutzbringend verwenden.

Im wesentlichen gliedert sich der Stoff in drei Hauptabschnitte:

1. Detektoren,
2. Elektrische und elektronische Geräte und
3. Meßgeräte und ihre Anwendungen.

Im ersten Teil werden sowohl die physikalischen Grundlagen wie die praktischen Ausführungen der einzelnen Detektoren besprochen (Ionisationskammern, Proportional-, Geiger-Müller- und Funkenzähler; Nebelkammern, Szintillations-, Cerenkov-, Sekundäremissions- und Kristallzähler; Detektoren, die durch radioaktive Strahlung chemische Veränderungen erfahren und Thermodetektoren, zu denen auch die Blasenkammer gehört). Vor allem Empfindlichkeit und Auflösungsvermögen der einzelnen Typen werden dabei sorgfältig diskutiert.

Im zweiten Teil werden die Geräte besprochen, die das von den Detektoren gelieferte Signal weiter verarbeiten sollen. Dabei handelt es sich in den meisten Fällen um elektrische Impulse, deren Vermessung und Weiterverarbeitung eingehend behandelt wird (z. B. Impulsverstärker, Zählgeräte und Spannungsquellen).

Im dritten und letzten Hauptabschnitt werden nun die aus Detektor und einem je nach Messungsart verschiedenen elektronischen Gerät bestehenden Meßgeräte mit ihren Anwendungen behandelt. Dabei verdienen die Hinweise auf die häufigsten Meßfehler und Korrekturnotwendigkeiten besondere Beachtung.

Eine große Zahl von Kurven, schematischen Zeichnungen und Schaltskizzen macht den Stoff in angenehmer Weise anschaulicher und leichter faßlich. Umfangreiche Literaturangaben ermöglichen das rasche Aufsuchen der Originalliteratur für Detailfragen.

Im ganzen stellt das vorliegende Buch weit mehr als einen „bescheidenen Beitrag" zur Technik des Messens der Radioaktivität dar und kann — ähnlich anderen Werken der vorliegenden Reihe — bestens empfohlen werden.

N. Pucker, Graz

Quasikonforme Abbildungen. Von H. P. Künzi. (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete: Neue Folge, Heft 26.) Mit 35 Abb., 182 S. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer-Verlag. 1960. DM 39.—.

Das vorliegende Heft liefert einen Überblick über die Ergebnisse auf einem der modernsten Gebiete der Funktionentheorie, vielfach angereichert mit ausgeführten und skizzierten Beweisen. Es ist dafür besonders zu danken, da bisher ein Lehrbuch der Theorie nur in russischer Sprache existiert.

Das erste Kapitel stellt Sätze aus der Theorie der konformen Abbildungen bereit. Im zweiten werden quasikonforme Homöomorphismen und Abbildungen nach Grötzsch eingeführt und behandelt. Funktionentheoretische Anwendungen werden im dritten Kapitel aufgewiesen, von unmittelbar praktischem Interesse z. B. die Abschnitte „Über den Maximalbetrag einiger ganzer transzendenter Funktionen" oder „Die Lage der a-Stellen". Das vierte Kapitel behandelt zwei umfassendere Definitionen der quasikonformen Homöomorphismen und deren Äquivalenz. V und VI studieren als Erweiterung die quasikonforme Abbildung. Wiederum von direktem praktischen Interesse ist Kapitel VII, in dem unter anderem die Untersuchung elliptischer Differentialgleichungen mit pseudoanalytischen Funktionen nach L. Bers aufgezeigt wird. Schließlich verweist ein Nachtrag auf Übertragungen der Theorie in den R^3.

Das Literaturverzeichnis weist über 150 angesprochene Arbeiten meist aus dem letzten Jahrzehnt nach, die russischen Veröffentlichungen wurden in großer Breite mitberücksichtigt, und man mag dem Werk die spätere Erweiterung zu einem grundlegenden Lehrbuch wünschen.

L. Streit, Graz

Mechanical Radiation. Von R. B. Lindsay. (International Series in Pure and Applied Physics.) Mit Textabb., IX, 415 S. New York-Toronto-London: McGraw-Hill Book Company, Inc. 1960. 77 s. 6 d.

Schon äußerlich ist diesem Buch durch den bekannten grünen Einband der „International Series" eine Vorempfehlung beigegeben. Zuzufügen bleibt, daß es ihr ohne weiteres gerecht wird.

Für Studierende nach den einführenden Vorlesungen aus Physik und Mathematik bestimmt, leitet es ungehemmt durch die sonst üblichen Trennlinien zwischen Mechanik, Akustik, Wärmelehre usw. in das weitverzweigte und vielfach benötigte Gebiet der Wellenerscheinung ein. Dem Titel entsprechend beschränkt

es sich wohl auf das mechanische Phänomen, also auf solche Probleme, bei denen mechanischer Druck und räumliche Deformation die Wellenerscheinung hervorrufen. Das ist aber schon an sich ein recht umfangreicher Problemkreis, zumal akustische Ausbreitungsprobleme genau so einbezogen sind wie etwa Oberflächenwellen bei Flüssigkeiten oder gar Gezeitenwellen. Aber nicht nur die so entfaltete Reichhaltigkeit macht das Buch empfehlenswert, sondern vor allem auch der immer wieder durchbrechende allgemeine Gesichtspunkt, der einen guten Blick für ein paralleles oder nachfolgendes Studium der elektromagnetischen Wellentheorie oder Optik eröffnet.

Die Ausnutzung der anschaulichen mechanischen Vorgänge für das Verständnis stellt überhaupt jenen didaktischen Grundsatz dar, dem der Autor stets treu bleibt, nur die Wellenfilterung als Beispiel zu nennen. Es sind zwar manche elementare physikalische Tatsachen vorausgesetzt (und die Quelle zitiert), aber gerade das und die mit Vorliebe gepflogene Art, die Beschreibung an die Spitze zu setzen und der Mathematik nur eine zweckdienliche Rolle zuzuweisen, verleiht dem Buch seinen flüssigen Stil, den man von der englischen Literatur gewohnt ist und der sich auch immer mehr in deutschen Büchern durchsetzt.

Der Lehrbuchcharakter tritt auch noch durch die vielen ergänzenden und vertiefenden Aufgaben hervor, die sich am Schluß des Buches finden. Der Nachschlagindex ist umfangreich und es läßt auch die Form (der Reihe gemäß) keinen Wunsch offen. Besonders hervorzuheben noch die Kapitel über makrosonics (Schall übermäßiger Stärke, Schockwellen), über Dämpfung und das Verhalten bei tiefen Temperaturen. H. Repp, Graz

Elektromagnetische Felder. Von W. Macke. Ein Lehrbuch der theoretischen Physik. Mit 166 Abb., XVI, 395 S. Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft Geest u. Portig K.G. 1960. DM 29.50.

Nun liegt — endlich möchte man sagen — auch ein dritter Band des neuen Lehrbuches aus theoretischer Physik von Macke vor, dessen bisher erschienene Bände „Wellen" und „Quanten" sich bereits großer Beliebtheit erfreuen. Der Band „Felder" soll nun im Gegensatz zu den bisherigen Bänden nicht nur die vorwiegend an theoretischer Physik interessierten Studenten ansprechen, sondern einen größeren Kreis. Dabei wird der bewährte Stil beibehalten. Der Stoff ist sehr übersichtlich gegliedert und der letzte Teil jedes Kapitels für anspruchsvollere Leser vorbehalten, so daß sowohl die theoretischen Physiker, als auch andere, die Materie in der notwendigen Tiefe erarbeiten können.

Das Kapitel 1 ist dem Begriff „Feld" vorbehalten, wobei die Beschreibung mit Hilfe von Feldern an elektrostatischen und mechanischen Problemen erläutert wird. Im nächsten Kapitel werden die elektromagnetischen Felder im Vakuum beschrieben, hierauf folgt die Elektrizität in Substanzen. Dazwischen ist ein Abschnitt dem Magnetismus gewidmet. Nach der Erklärung der magnetischen Erscheinungen wird der Energieverlust beim Ferromagneten und die Berechnung von Magnetfeldern behandelt.

Das 4. Kapitel ist den magnetischen Wirkungen elektrischer Ströme und das nächste der Induktion vorbehalten. Hierin findet man nicht nur das Induktionsgesetz und den Schwingkreis, sondern auch einen Abschnitt über komplexe Zahlen und ihre Anwendung auf lineare Differentialgleichungen, die für das Verständnis des Ohmschen Gesetzes beim Wechselstrom notwendig sind. Auch das Wesentliche der verschiedenen Beschleunigungsmaschinen wird erläutert.

Das 6. Kapitel ist das Wichtigste, denn hier werden die Maxwellschen Gleichungen gebracht und alles bisherige zusammengefaßt.

Der Schluß ist den bewegten Bezugssystemen vorbehalten und es werden hintereinander Tscherenkowstrahlung, Lorentztransformation, spezielle Relativitätstheorie und die vierdimensionale invariante Darstellung besprochen.

Nette Übungsaufgaben vervollständigen das Gebotene.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß dieser neue Band den bisherigen Standardwerken der Elektrizitätslehre gleichwertig ist. An Hand dieses Buches ist es auch möglich, das Studium der theoretischen Physik bei den Feldern zu beginnen. Dies ist sehr wichtig, da ja derartige Bücher meist als Ergänzungen zu Vorlesungen benutzt werden und es oft nicht möglich ist, zu warten, bis die Vorlesungen wieder bei der Mechanik beginnen. Daneben hat es Macke verstanden, viele moderne Methoden der theoretischen Physik in den Stoff der klassischen Physik hinein zu verarbeiten.

Die üblichen kleinen Unzulänglichkeiten einer Erstauflage müssen noch beseitigt werden. So wird z. B. auf S. 15 von der Elementarladung gesprochen, als sei diese bekannt, aber auf S. 222 wird gesagt, wie groß sie ist. Auch sollten in einem Lehrbuch der theoretischen Physik keine Formeln angegeben werden, die nicht abgeleitet wurden. Hier sollte wenigstens der Weg zu diesen Formeln skizziert oder ein Hinweis auf ihre Literatur vorhanden sein, in der man Näheres findet. Die Einführung des Feldbegriffs in die Physik ist dem Autor wunderbar gelungen.

Der Band ist allen Studierenden wärmstens zu empfehlen. Druck und Ausstattung ist wie immer vorbildlich. H. Zingl, Graz

Aufsätze und Vorträge über Physik und Erkenntnistheorie. [Sammlung „Die Wissenschaft": Band 115.] Von W. Pauli. Mit 7 Abb., 1 Porträt, VII, 183 S. Braunschweig: Friedr. Vieweg & Sohn. 1960. Leinen mit Schutzumschlag DM 19.80.

Der vorliegende Band aus der Sammlung „Die Wissenschaft" beinhaltet eine Reihe von Vorträgen und Artikeln, in denen der im Jahre 1958 so plötzlich verstorbene Prof. Wolfgang Pauli zu Fragen der Physik und Erkenntnistheorie Stellung nahm. Dabei dürfte der Plan zu diesem Bändchen wohl schon einige Jahre feststehen, da eingangs vermerkt wird, daß Prof. Pauli die Auswahl und Reihenfolge noch selbst festlegte. Es scheint mir, daß man ihm dafür in zweifacher Hinsicht Dank schuldet. Einmal weil man an der Hand eines der bedeutendsten Physikers unseres Jahrhunderts eine schöne, ja man kann sagen, faszinierende Wanderung entlang der Marksteine der physikalischen Entwicklung der letzten sechs Jahrzehnte machen darf. Und zum anderen Mal, da die vorliegende Auswahl auch ein anschauliches Bild jenes Wolfgang Pauli entwirft, dem es darum ging, die Ergebnisse physikalischer Forschung auch im Zusammenhang mit dem großen Komplex menschlichen Erkennens überhaupt zu überdenken. In dieser Hinsicht scheint vor allem die unmittelbare Nachbarschaft von C. G. Jung einen entsprechend anregenden Einfluß ausgeübt zu haben. Dies tritt besonders in einem Aufsatz zum 80. Geburtstag von Jung über das Thema „Naturwissenschaftliche und erkenntnistheoretische Aspekte der Idee vom Unbewußten" in den „Dialectica" zutage. Aber auch die kleine Studie „Theorie und Experiment" zeigt deutlich die aus derselben Richtung kommenden Anregungen.

Die Artikel „Die philosophische Bedeutung der Idee der Komplementarität", „Raum, Zeit und Kausalität in der modernen Physik" und „Phänomen und physikalische Realität" sind jeweils erweiterte Fassungen von Vorträgen, die Pauli anläßlich verschiedener internationaler Philosophenkongresse gehalten hat. Es kommt in ihnen so ziemlich alles zur Sprache, was die Entwicklung der Physik in den letzten Jahrzehnten an erkenntnistheoretischer Problematik mit sich gebracht hat.

Die übrigen Aufsätze befassen sich, meist in Form der Würdigung einer damit besonders verbundenen Person mit den entscheidenden Abschnitten im Werdegang der modernen Physik. Die Studien über RYDBERG, EHRENFEST, BOHR, SOMMERFELD und EINSTEIN entwerfen davon ein so überaus lebendiges Bild, daß man sie vor allem den jüngeren Physikern dringend zur Lektüre empfehlen kann!

Dasselbe gilt für die drei letzten Aufsätze: „Das Ausschließungsprinzip und die Quantenmechanik", „Die Verletzung von Spiegelungssymmetrien in den Gesetzen der Atomphysik" und „Zur älteren und neueren Geschichte des Neutrinos". Ersteres ist der am 13. Dezember 1946 in Stockholm gehaltene Nobelvortrag, während letzteres eine im September 1958 erweiterte und ergänzte Fassung eines in der Züricher Naturforschenden Gesellschaft unmittelbar nach Bekanntgabe der ersten Experimente über die Paritätsverletzung gehaltenen Vortrags darstellt.

Man wird nicht fehlgehen, wenn man einem abschließenden Urteil über diesen neuen Band aus der Reihe „Die Wissenschaft" in der Überzeugung, daß derselbe einen großen Freundeskreis verdient, Ausdruck verleiht. N. PUCKER, Graz

Foundations of Electromagnetic Theory. Von J. R. REITZ und F. J. MILFORD. (Addison-Wesley Series in Physics.) Mit zahlreichen Textabb., XI, 387 S. Reading (Mass)-London: Addison-Wesley Publishing Company, Inc. 1960. $ 8.75.

Elektrodynamik ist eine fundamentale Wissenschaft, die gelehrt und gelernt werden will. So erhebt sich nicht nur für den Studenten, sondern auch für den Lehrer die Frage, welchem Leitfaden er folgen soll, um den Bedürfnissen der Ausbildung möglichst gerecht zu werden. Nehmen wir den angehenden Theoretiker, dem SOMMERFELDS Meisterstil noch etwas schwer fällt, oder den Experimentator, der sich an beschreibenden Büchern orientiert, aber daneben eine gewisse, nicht zu kostspielige mathematische Behandlung sucht, oder den Techniker oder sonst einen Interessenten, der dieses Gebiet an sich benötigt. So haben wir den möglichen Leserkreis und den Ausbildungsstand noch etwas genauer beschrieben.

Das vorliegende Buch ist nach Vorlesungen am Case Institut of Technology entstanden. Es zeigt deutlich eine gewisse Ähnlichkeit zu dem seit über fünfzig Jahren fortgeführten Abrahamschen Standardwerk. Daß dieses im deutschen Sprachraum seine Bedeutung beibehalten hat, zeigt, welche solide Basis es besitzt, und das läßt sich aus dem gleichen Aufbau heraus auch für das betrachtete Buch behaupten. Angefangen von der Elektrostatik im leeren und dielektrischen Raum, vom elektrischen Strom und von den magnetischen Eigenschaften baut es die elektromagnetische Theorie auf und endet bei den MAXWELLschen Gleichungen. Es schickt eine Einführung in die Vektorrechnung voraus, mehr referiert als didaktisch ausgeführt, aber dem Zweck entsprechend, und diese mathematische Grundlage wird ob ihrer anerkannt vereinfachenden Wirkung konsequent eingehalten. Daneben werden noch an gegebenem Ort Differentialgleichungen verwendet, so aber, daß sie auch für den Anfänger kaum eine Scheu aufkommen lassen können.

Der ausgewählte Stoff umschließt fast nur Dinge, die zu einem erforderlichen Grundwissen gehören: Statische Probleme, Gleich- und Wechselstromnetze, Wellenreflexion usw., dann aber auch die molekulare Theorie der Polarisation und der magnetischen Eigenschaften, und als Draufgabe eine Theorie der Plasmaerscheinungen. Gegen die Dynamik grenzt es mit der Strahlung einer beschleunigten Punktquelle ab. Nicht behandelt werden Effekte, die mit der Relativitätstheorie zusammenhängen.

Die Darstellung zeichnet sich durch große Klarheit aus. Auch die Gliederung gestattet die beste Übersicht. Beispiele sind am Schluß jedes Kapitels, teilweise sind auch die Lösungen dazu angegeben. Ein angemessener Index, repräsentative Abbildungen und ein gefälliger Druck bestimmen das äußere Bild.

H. Repp, Graz

Norm Ideals of Completely Continuous Operators. Von R. Schatten. [Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete: Neue Folge, Heft 27.] VI, 81 S. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer-Verlag. 1960. DM 23.60.

In Anbetracht der Tatsache, daß das Studium vollstetiger Operatoren im Hilbertschen wie im Banachschen Raum im Laufe der letzten fünf Jahrzehnte große Beachtung gefunden hat, andererseits aber das Interesse an Räumen von solchen vollstetigen Operatoren bisher weniger aufgetreten ist, liefert das vorliegende Werk eine begrüßenswerte Ergänzung über dieses verhältnismäßig neue Gebiet. Viele bei diesen Untersuchungen auftretende Schwierigkeiten rühren davon her, daß es bis heute eine ungelöste Frage ist, ob jeder vollstetige Operator im perfekten Banachraum durch Operatoren von endlichem Rang zu approximieren ist, wie es in den geläufigen Spezialfällen zutrifft. Dies berührt auch das allgemeine Basisproblem.

Den vorliegenden Untersuchungen zugrundegelegt ist ein komplexer Hilbertscher Raum und die Algebra aller Operatoren über ihm. Die betrachteten Banachräume werden von den vollstetigen Operatoren gebildet, wobei aber die Norm des Operators im Sinne allgemeinerer Definitionen in Betracht gezogen ist, und daher von der speziellen Norm des Betrages wohl zu unterscheiden ist, von welcher sie im allgemeinen verschieden ausfällt. Diese Banachräume bilden zweiseitige Ideale in der gesamten Algebra, genügen gewissen Bedingungen für die Norm und bieten daher Anlaß zur Untersuchungen von Normidealen. Der Einfluß der Arbeiten von J. v. Neumann über Eigenwerttheorie und Algebra der Funktionaloperatoren um 1930 auf das Buch ist unverkennbar und wird auch entsprechend gewürdigt, wenn auch so manches schon auf dem Werke Hilberts über Integralgleichungen 1912 fußen mag.

Im besonderen bieten die fünf Kapitel, in die das Buch gegliedert ist: Allgemeinere Klassen von Operatoren mit besonderer Ausführung der Spektraltheorie, die durch gewisse Konvergenzbedingungen der Eigenwerte definierte Schmidt-Klasse und Spurklasse, die sukzessiven konjugierten Räume zum Raum aller vollstetigen Operatoren, sowie genauere Untersuchungen über Normideale unter verschiedener Maßbestimmung.

A. Aigner, Graz

Das Licht im Grundsystem des Kohlenhydratstoffwechsels. Von R. Schenck. Mit 19 Abb., 16 Tab., XIII, 136 S. [Wissenschaftliche Forschungsberichte: Band 67.] Darmstadt: Dr. Dietrich Steinkopff-Verlag. 1960. Brosch. DM 35.–, geb. DM 38.–.

Das vorliegende Buch gibt einen hervorragenden Überblick über die grundsätzlichen Probleme des Kohlenhydratstoffwechsels vom Standpunkt des Physikochemikers aus, wobei besonderes Gewicht auf die Rolle des angeregten Wasserstoffs gelegt ist. Die Behandlung ist umfassend und reicht von der Assimilation und Respiration bis zur Biolumineszenz. Dabei wird durchgehends von einer graphischen Darstellung chemischer Reaktionen Gebrauch gemacht, die in dieser Form wohl neu ist und das Verständnis erleichtert. Überhaupt ist die Klarheit der Darstellung hervorzuheben, die jedoch nirgends auf Kosten der Strenge geht. So werden auch keine Endlösungen angeboten, dafür aber die Problematik des Gebietes herausgearbeitet.

Für Biochemiker und Physikochemiker wird das Buch eine Fülle von Belehrung und Anregung bieten und kann daher bestens empfohlen werden. Auch für reine Physiker könnten manche Stellen von Nutzen sein, doch wird für diese der anspruchsvolle chemische Teil des Buches wahrscheinlich doch ein Hindernis bilden.

G. Porod, Graz

Aerodynamik des Flugzeuges. Von H. Schlichting und E. Truckenbrodt. Band II: Aerodynamik des Tragflügels (Teil II), des Rumpfes, der Flügel-Rumpf-Anordnungen und der Leitwerke. Mit 389 Abb., XVI, 485 S. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer-Verlag. 1960. Geb. DM 61.50.

Während der 1. Band des genannten Werkes die strömungstechnischen Grundlagen und die Theorie des unendlich langen Flügels behandelt, umfaßt der 2. Band die Theorie des endlich langen Flügels, des Flugzeugrumpfes, des Leitwerkes und des Flügels mit Rudern und Klappen. Wie im 1. Band steht auch hier die theoretische Behandlung im Vordergrund. Es muß als besonderes Verdienst der Verfasser angesehen werden, den überaus umfangreichen, in zahlreichen Zeitschriftenaufsätzen verstreuten Stoff gesichtet und in nur einem weiteren Band dargestellt zu haben. Dabei mußten allerdings ausführliche, lehrbuchmäßige Ableitungen übergangen werden. Die mitgeteilten Ergebnisse sind jedoch für den praktisch tätigen Flugzeugaerodynamiker ohne weiteres anwendbar.

Die Entwicklung des Tragflügels in den letzten 20 Jahren ist gekennzeichnet durch die Anpassung der Profilform und des Flügelgrundrisses an die bereits weit über die Schallgrenze gesteigerten Fluggeschwindigkeiten. Hohe Fluggeschwindigkeiten verlangen Profile geringer relativer Dicke und kleine Flügelflächen, die aus statischen Gründen nur bei kleinem Seitenverhältnis (Spannweite zur mittleren Flügeltiefe) realisierbar sind. Anderseits wurden die widerstandsmäßigen Vorteile der starken Flügelpfeilung schon im Bereich hoher Unterschallgeschwindigkeiten erkannt. Berechnung von Flügeln mit kleinem Seitenverhältnis, insbesondere bei starker Pfeilung (im Extremfall des Dreiecksflügels), verlangt den Übergang von der klassischen Theorie der „Tragenden Linie" zur Theorie der „Tragenden Fläche", das heißt zu einer flächenhaft verteilten Wirbelbelegung, oder zumindest zur „Erweiterten Traglinientheorie". Diese für den Flügel kleiner Dicke gültigen Theorien werden zunächst allgemein erläutert und anschließend auf zahlreiche praktische Fälle angewendet. Eine ebenfalls flächenhafte Singularitätenverteilung (Quell-Senkenverteilung) erfordert die Behandlung des Flügels endlicher Dicke, wobei wieder der Einfluß der Pfeilung beispielsweise auf die Druckverteilung im Knick von besonderem Interesse ist.

Ein sehr umfangreicher Abschnitt ist dem Einfluß der Kompressibilität bei hohen Unterschallgeschwindigkeiten und dem Verhalten von Tragflügeln endlicher Spannweite im Überschallgebiet gewidmet. In ähnlicher Weise wird die Aerodynamik des Rumpfes zunächst inkompressibel und anschließend kompressibel behandelt. Eine zusammenfassende Darstellung der Transformationsregeln für den Tragflügel unendlicher und endlicher Spannweite und für rumpfartige Körper an Stelle der getrennten Darstellung würde den Überblick vielleicht etwas erleichtern. Von großer Bedeutung wird mit abnehmender Flügelfläche und Spannweite die gegenseitige Beeinflussung von Tragflügel und Rumpf, beispielsweise in bezug auf die Verschiebung des Flügelneutralpunktes durch den Rumpf. Bemerkenswert ist es, daß selbst bei derart verwickelten Problemen die Theorie, an deren Ausbau die Verfasser und deren Mitarbeiter selbst maßgebend beteiligt waren, zu Ergebnissen geführt hat, die durch Versuche gut bestätigt wurden.

Die ebenfalls dem neuesten Stand angepaßten Abschnitte über Leitwerke, Ruder und Klappen bilden den Abschluß des 2. Bandes der Aerodynamik des

Flugzeuges, die kaum in einem anderen, auch fremdsprachigen Werk gleichermaßen umfassend dargestellt sein dürfte. Das Erscheinen dieses Bandes wird sicher von allen im Flugzeugbau tätigen Aerodynamikern wärmstens begrüßt werden. Für den Studierenden wird sich allerdings eine vorherige Einarbeitung in die Materie, insbesondere in die kompressible Aerodynamik, an Hand eines Lehrbuches, etwa der Gasdynamik von R. Sauer, empfehlen.

H. Winter, Graz

Semiconductor Technology. A Series of Papers Revised and Reprinted from "Research" Vol. 11, 1958 and 12, 1959, Edited by G. K. T. Conn. Mit zahlr. Abb., V, 74 S. London: Butterworths Scientific Publications. 1960. Geh. £ —/10/6.

Aus den zwölf kurzen Aufsätzen erhält man eine interessante Übersicht über die Arbeiten in zehn verschiedenen englischen Industrielaboratorien betreffend die Herstellung und Untersuchung von Halbleitern für die verschiedensten Anwedungen. Man erfährt daraus von den Schwierigkeiten, Germanium und Silicium in großem Maßstab in genügender Reinheit darzustellen. Die Methode, bei der eine geschmolzene Zone mehrmals längs des Probestabes wandert, wird beschrieben. Über die Bemühungen, Transistoren für große Leistung und für Hochfrequenz (bis ins Mikrowellengebiet) herzustellen, wird berichtet. Infrarot-Detektoren werden aus Halbleitern hergestellt mit Ausnützung der Photoleitung oder der Photospannung oder des Photoelektromagnetischen Effekts. Eigenschaften und Anwendungen von halbleitenden Elementen-Verbindungen und zahlreichen organischen Verbindungen sind angegeben. Leider ist nicht jeder Aufsatz für Nichtspezialisten ohne weiteres verständlich. Doch werden zahlreiche Literaturangaben gemacht.

A. Székely, Graz

Classical Electricity and Magnetism. Von E. S. Shire. Mit zahlreichen Textabb., XVI, 396 S. Cambridge: At the University Press. 1960. 45 s. net.

Im vorliegenden Lehrbuch gibt der Autor eine gut geglückte Einführung in die klassische Elektrizitätslehre. Als Grundlage für die Behandlung von Elektrizität und Magnetismus wählt Shire historische und experimentelle Gesichtspunkte und baut darauf den mathematischen Apparat auf. Er schlägt in diesem Werk sozusagen eine Brücke von der elementaren Elektrizitätslehre zu einer mathematischen Behandlung, die auf den Maxwellschen Gleichungen beruht. Die Beziehung zwischen Experiment und Gesetz ist klar herausgearbeitet (dies ist selbstverständlich am besten möglich, wenn man nicht als Ausgangspunkt die Maxwellschen Gleichungen nimmt, sondern vorher eine breite physikalische Grundlage gibt!). Moderne Gesichtspunkte kommen in dem Buch nicht zu kurz, in den Kapiteln über angewandte Elektrizität findet man erfreulicherweise eine Einführung in Beschleunigungsmaschinen für geladene Partikel. Die dem Text angeschlossenen Beispiele sind gut ausgewählt und das Werk kann jedem Physikstudenten empfohlen werden.

G. Saller, Graz

Quantum Theory of Atomic Structure. Von J. C. Slater. Zwei Bände. Vol. I: XII, 502 S., £ —/85/6. Vol. II: VI, 439 S., £ 5/1/—. New York-Toronto-London: McGraw-Hill Book Company, Inc. 1960.

Die beiden Bände der "Quantum Theory of Atomic Structure" von Slater stellen sicher das ausführlichste und vollständigste Werk über dieses Thema dar. Gedacht sind beide Bände im Rahmen eines umfangreicheren Werkes, das heißt es sollen Bücher über Struktur der Moleküle und Festkörper einmal nachfolgen.

Band 1 und 2 gehören zusammen und umfassen insgesamt 26 aufeinander aufbauende Kapitel.

Der erste Band ist praktisch ein Lehrbuch, er kann, mit gewissen Einschränkungen, gut als eine Einführung in die Quantenmechanik dienen. Allerdings sind die behandelten Probleme dem Titel entsprechend ausgewählt: Zwei Drittel des Buches beschäftigen sich auf dem Boden der SCHRÖDINGER-Theorie mit der Theorie der Atomspektren. Insofern ist das Buch eben ein Spezialwerk und kein allgemeines Lehrbuch der Quantenmechanik. Es werden vor allem Mehrelektronenprobleme gerechnet, weil das aber exakt nicht zu machen ist, spielen die auf diesen Problemkreis zugeschnittenen Näherungsverfahren eine große Rolle, insbesondere die HARTREEsche Methode des self-consistent-field. Auf der Anwendung dieses Verfahrens zur Berechnung von Energieniveaus liegt das Schwergewicht des ersten Bandes. Es fehlt aber auch nicht das Vektormodell, das für ein grundsätzliches Verständnis der Spektren von großem Wert ist.

Die Anforderungen, die der erste Band an den Leser stellt, sind nicht allzu groß, denn die Darstellung ist sehr breit und verständlich gehalten, es gibt verhältnismäßig wenig Literaturzitate, wie es eben dem Charakter eines in sich abgeschlossenen Lehrbuches entspricht.

Anders ist es beim zweiten Band. Er enthält weiterführende Methoden zur Behandlung der im ersten Band angeschnittenen Probleme, zuerst das HARTREE-FOCK-Verfahren, dann auch gruppentheoretische Methoden in Anwendung auf Atomspektren. Weiter findet man hier die DIRACsche Theorie des Elektronenspins und daran angeschlossen die genaue Behandlung der verschiedenen magnetischen Effekte. Den Abschluß bildet ein Kapitel über Hyperfeinstruktur.

Wie aus dem eben Gesagten hervorgeht, stellt der zweite Band größere Anforderungen an den Leser als der erste. Er ist ein handbuchartiges Nachschlagewerk mit umfangreichem Tabellenmaterial und einer ausführlichen Bibliographie der einschlägigen Literatur.

Kernphysik wird in keinem der beiden Bände getrieben, aber auch der Kernphysiker wird aus diesen Büchern Nutzen ziehen können, weil eben vieles, was für ihn methodisch interessant ist, hier sehr gut dargestellt wird.

Man kann die Quantum Theory of Atomic Structure nur empfehlen; in einer physikalischen Bibliothek sollte sie auf jeden Fall vorhanden sein.

H. NEUER, Graz

A Degree Physics. Teil III: **Optics.** Von C. J. SMITH. Mit 412 Textabb., VII, 736 S. London: Edward Arnold (Publishers) Ldt. 1960. Geb. 63 s.

Die vorliegende „Optik" ist der dritte Band in der Reihe von "A Degree Physics".

Dem Verfasser ist es dank seiner reichen Lehrerfahrung wieder gelungen, eine erstaunliche Fülle von Material in übersichtlicher und leicht verständlicher Weise zur Darstellung zu bringen. Von der Messung der Lichtgeschwindigkeit über die geometrische Optik bis zur Photometrie, Farbenlehre und den vielen Teilgebieten der physikalischen Optik ist alles Wissenswerte enthalten. Grundlegende Erscheinungen werden nicht nur beschrieben, sondern dazu noch bewährte Versuchsanordnungen zur Demonstration angegeben. Die mathematisch nicht zu knappe Behandlung der Probleme erleichtert das Lesen wesentlich. Um die bis in Detailfragen eingehende Vollständigkeit der Darstellung nur an einem Beispiel zu unterstreichen, sei darauf verwiesen, daß bei optischen Geräten nicht nur das Prinzip der Wirksamkeit, sondern auch deren Justierung bis ins einzelne beschrieben wird.

Wie in vielen englischsprachigen Lehrbüchern findet man auch hier am Ende jedes Kapitels eine Aufgabensammlung, die dem Lernenden die Möglichkeit bietet tiefer in die Materie einzudringen.

Zusammenfassend kann gesagt werden: Diese Optik ist wohl mehr als nur ein Lehrbuch. Es wird wenige Fragen auf diesem Gebiet geben, auf welche man aus diesem Werk keine Antwort erhält. J. WAGNER, Graz

Neutronen. Von N. A. WLASSOW. Aus dem Russischen übersetzt von W. KOEPPE. Unter Mitarbeit von F. SPIEGELBERG und G. WALLIS. Mit 176 Abb., VII, 410 S. Köln: N. J. Hoffmann-Verlag. 1959. Kunstleder DM 37.80.

Die vorliegende Übersetzung aus dem Russischen stellt eine vorzügliche Einführung in das Gebiet der Neutronenphysik dar. Obwohl die Ergebnisse nach 1954 keine Berücksichtigung mehr finden (vermutlich entstand das russische Original zu dieser Zeit), weist das Werk doch alles auf, was man von einer soliden Einführung in das vorliegende Gebiet erwartet. Bei genauerem Studium erweist es sich außerdem als eine sehr willkommene Ergänzung der Elementaren Neutronenphysik von K. WIRTZ und K. H. BECKURTS.

Wie zu erwarten, wird mit einer kurzen Darlegung der Grundeigenschaften des Neutrons und ihrer Messung begonnen. Daran schließt sich ein ausführlicher Abschnitt über die Arten der Neutronenerzeugung. Ausgehend von den allgemeinen Eigenschaften der Quellen werden die verschiedenen Erzeugungsmethoden hinsichtlich Ausbeute, Energie der Neutronen und Winkelverteilung behandelt, wobei den (d, n)- und (p, n)-Reaktionen besonderes Augenmerk gewidmet wurde.

Unter den Nachweismethoden nimmt die Methode der Rückstoßkerne einen größeren Raum ein. Doch sind auch die anderen Verfahren mittels Kernumwandlung, Kernspaltung oder radioaktiver Indikatoren ausreichend behandelt. Im 4. Kapitel wird zuerst die Wechselwirkung der Neutronen mit Materie allgemein behandelt (elastische Streuung und Einfangprozesse), um dann zu den Wechselwirkungsprozessen schneller Neutronen mit Kernen überzugehen. Dabei wird ausschließlich auf die experimentelle Seite des Problems eingegangen. Über einen Abschnitt über die Bremsung von Neutronen geht der Verfasser zu den Wechselwirkungserscheinungen im Bereich der langsamen Neutronen über. Es werden verschiedene Arten der Selektoren beschrieben und unter anderem auch die bei Neutronen auftretenden Polarisationseffekte sowie die magnetische Wechselwirkung behandelt. Eine kurze Behandlung der Welleneigenschaften des Neutrons bildet den Abschluß.

Ausreichende Literaturhinweise ermöglichen ein vertieftes Studium der jeweiligen Problemkreise. N. PUCKER, Graz

Algebra. Von B. L. VAN DER WAERDEN. Unter Benutzung von Vorlesungen von E. ARTIN und E. NOETHER. I. Teil. Fünfte Auflage der Modernen Algebra. VIII, 292 S. (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen mit besonderer Berücksichtigung der Anwendungsgebiete: Band 33.) Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer-Verlag. 1960. Geb. DM 22.—.

Die hier vorliegende fünfte Auflage des ersten Teiles des „van der Waerden", ist ein unveränderter Nachdruck der vierten Auflage aus dem Jahre 1955. Diese wurde in der Acta Physica 10 (1957), S. 311 besprochen.

Eine ausführliche Besprechung erübrigt sich schon aus diesem Grund, doch noch mehr deshalb, weil diese Darstellung der Algebra, zumindest im deutschen Sprachraum, längst als Standardwerk anerkannt ist und bestimmt niemandem mehr erst empfohlen werden muß. H. NEUER, Graz

Herausgeber, Eigentümer und Verleger: Springer-Verlag, Wien I, Mölkerbastei 5. — Für den Inhalt verantwortlich: Prof. Dr. Paul Urban, Graz, Institut für Theoretische Physik der Universität. — Druck: Berger & Schwarz, Zwettl, N.-Ö.

Fortsetzung von der II. Umschlagseite

seiner Arbeit in bezug auf Problemstellung, Methodik und Ergebnisse für unerläßlich zu ihrer Beurteilung hält. Zu einer Beurteilung auch durch den Nichtfachmann!

Tabellen: Die Übersichtlichkeit einer Tabelle und damit das Erreichen ihres Zweckes kann sehr gefördert werden durch Sorgfalt in der Wahl der Überschriften sowohl für die Tabelle als Ganzes als für die einzelnen Zeilen und Kolonnen. Die gewählten Einheiten müssen klar ersichtlich, die Abkürzungen verständlich sein.

Abbildungen: Sie müssen, wenn auch nur skizziert, doch so weit ausgeführt sein, daß für den dem Thema fernstehenden Verlagszeichner keine Unklarheiten bestehen. Jede Zeichnung ist zu beschriften; die Beschriftung soll das Lesen der Zeichnung auch ohne langes Suchen im Text ermöglichen. Sie ist, als Beschriftung der Abb. Nr.... kenntlich gemacht, an der gewünschten Stelle des Textes einzufügen. Die Zeichenvorlage ist der Abhandlung auf gesondertem Blatt, das zwecks Vermeidung von lästigen Verwechslungen durch Autorennamen und Arbeitstitel gekennzeichnet sein soll, beizulegen. Man vergesse nicht, daß Figurenwiedergabe und Textherstellung zwei gesonderte Arbeitsgänge sind, die erst nach der ersten Korrektur zusammenlaufen.

Formeln: Der Setzer versteht im allgemeinen nichts vom Sinn der Formeln und hält sich genau an die Vorlage. Korrekturen an gesetzten Formeln bedingen einen unverhältnismäßig großen Aufwand an Mehrarbeit. Unverhältnismäßig in bezug auf die geringe Mehrarbeit, die der Verfasser hat, wenn er Buchstaben und Formelzeichen deutlich und unmißverständlich schreibt, bzw. malt. — Die Formelzeichen sollen womöglich den AEF-Normen entsprechen oder den in den beiden Handbüchern der Physik verwendeten Zeichen angeglichen sein. — Längere mathematische Ableitungen sollen gegebenenfalls in einem mathematischen Anhang zusammengestellt werden; soweit gekürzt, daß der Fachmann den Rechengang übersehen und eventuell kontrollieren kann. Im Text ist raumsparende Schreibweise anzuwenden, also $(a + b)/c$ statt $\frac{a+b}{c}$ oder $e^{-E/kT}$ statt $e^{-\frac{E}{kT}}$.

Zitate ebenso wie Anmerkungen werden als Fußnoten mit durch die Arbeit fortlaufender Numerierung (zur Erleichterung der Rückverweisung, bzw. zur Vermeidung unnötiger Wiederholungen) gebracht. Als Zitatmuster (vergleiche die Handbücher oder die S.-B. der Akademie): A. J. DEMPSTER, Nature 136, 180 (1935).

Autorenkorrekturen, das heißt nachträgliche Textänderungen, werden, soweit sie 10% der Satzkosten überschreiten, den Verfassern in Rechnung gestellt.

Herausgeber, Schriftleitung und Verlag

SPRINGER-VERLAG IN WIEN

Soeben erschien:

Meteorologie der Strahlströme (Jet Streams)

Von

Dr. Elmar R. Reiter

Universitätsdozent für Meteorologie und Geophysik
Universität Innsbruck
Associate Professor of Atmospheric Science
Colorado State University, Fort Collins, U.S.A.

Mit 192 Textabbildungen. XI, 473 Seiten. Gr.-8°. 1961
Ganzleinen S 844.—, DM 134.—, sfr. 144.10, $ 33.50

Aus dem Vorwort

Die „Meteorologie der Strahlströme" soll über den Rahmen der üblichen Jet-Stream-Monographien hinausgehen. Es wird hier der Versuch vorgelegt, auf jüngsten Ergebnissen der Aerologie und der dynamischen Meteorologie fußend, von der augenfälligsten Bewegungsform der Atmosphäre — dem *Strahlstrom* — auszugehen und, gleichsam rückblickend, die Synoptik und die Klimatologie diesem Ausgangspunkt zu unterstellen.

Zu beziehen durch Ihre Buchhandlung

SPRINGER-VERLAG IN WIEN

Electromagnetic Separation of Radioactive Isotopes

Proceedings of the International Symposium held in Vienna, May 23—25, 1960

Edited by

M. J. Higatsberger and **F. P. Viehböck**

Österreichische Studiengesellschaft für Atomenergie Ges. m. b. H., Vienna

With 168 figures. VIII, 318 pages. Gr.-8. 1961
S 340.—, DM 54.—, sfr. 58.10, $ 13.50
Full cloth S 366.—, DM 58.—, sfr. 62.40, $ 14.50

Since U-235 and U-238 were first separated by electromagnetic means the techniques used in the separation of stable isotopes have been improved rapidly. Radioactive materials have mainly been treated by electromagnetic separators in order to get a deeper and more accurate understanding of the plutonium isotopes and of those elements which result from neutron irradiation of plutonium. In recent years electromagnetic separators have also been used to prepare pure samples of other radioactive materials.

In May 1960 the "Österreichische Studiengesellschaft für Atomenergie Ges. m. b. H." organized a symposium on "Electromagnetic Separation of Radioactive Isotopes" in order to satisfy the desire for additional information. A group of experts from 12 countries, including the USA, Great Britain, France and the Scandinavian countries presented the latest information on the subject in more than 30 special lectures and related discussions. It is the aim of the present compilation to make the results of this symposium available on a broader basis. No doubt many of the results will also be of interest to scientists working in other fields, and it is hoped that the book will have a stimulating effect on all those engaged in related research work.

Main Sections

General Considerations Related to Problems of Electromagnetic Separations. — Electromagnetic Separators Planned. — Operating Experiences on E. M. Separators. — Progress in Ion Source Development. — Sputtering Phenomena. — Chemical Aspects in E. M. Separation Processes. — Some Health Physics Problems Connected with E. M. Separations. — Applications of E. M. Separated Radioactive Isotopes.

Zu beziehen durch Ihre Buchhandlung